МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
Факультет информатики и вычислительной техники

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по развитию образования

_____Е.В. Сапир

"_____"_____2012 г.

Рабочая программа дисциплины
послевузовского профессионального образования
(аспирантура)
Теория нормальных и квазинормальных форм

по специальности научных работников

05.13.18 Математическое моделирование,
численные методы и комплексы программ

Ярославль 2012

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины **«Теория нормальных и квазинормальных форм»** в соответствии с общими целями основной профессиональной образовательной программы послевузовского профессионального образования (аспирантура) (далее - образовательная программа послевузовского профессионального образования) являются:

1) формирование у аспирантов представлений о методах исследования нелинейных динамических систем с бесконечномерным фазовым пространством;

2) овладение современными методами нахождения асимптотических формул для инвариантных характеристик устойчивых режимов нелинейных динамических систем.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы послевузовского профессионального образования

Данная дисциплина относится к разделу обязательные дисциплины (подраздел дисциплины по выбору аспиранта) образовательной составляющей образовательной программы послевузовского профессионального образования по специальности научных работников 05.13.18 Математическое моделирование, численные методы и комплексы программ

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин по программам специалитета или бакалавриата – магистратуры: математический анализ, функциональный анализ, линейная алгебра и дифференциальные уравнения.

Знания и умения, приобретенные аспирантами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при написании диссертационной работы.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины «Теория нормальных и квазинормальных форм»

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

<u>Знать</u>

- общие принципы построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений,
- понятие коразмерности критических случаев,
- утверждения о соответствии между решениями динамической системы и ее нормальной или квазинормальной формы;

<u>Уметь</u>

- находить нормальную форму системы обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений второго порядка,
- исследовать квазимногочлены на устойчивость,
- находить квазинормальную форму краевой задачи параболического типа,
- находить квазинормальную форму сингулярно возмущенных уравнений с запаздыванием.

4. Структура и содержание дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

	Раздел Дисциплины	Курс	Неделя	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, и трудоемкость (в часах) *Форма обуч.: очная/заочная*					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям) Форма промежуточной аттестации
				Лекций	Лабораторных	Практических	Сам. работа	работыКонтроль сам.	
1.	Устойчивость неподвижных точек динамических систем с непрерывным и дискретным временем	1	1	1/1			6/7		
2.	Качественный анализ динамических систем.	1	2				10/10		
3.	Алгоритмы нормализации систем ОДУ. Нормализация Пуанкаре-Дюлака.	1	3				10/10		
4.	Теорема о центральном многообразии.	1	4				8/9		
5.	Описание основного алгоритма.	1	5	1/1			12/12		Контрольная работа №1
6.	Структура нормальной формы в простейших случаях Критические случаи коразмерности один.	1	6	1/1			12/12		Лабораторная работа №1 (на 6 неделе)
7.	Нормальная форма в окрестности критической точки коразмерности два. (Обзор бифуркаций коразмерности два.)	1	7	1/0			12/12		
8.	Нормальная форма динамической системы в случае двух резонансных пар собственных чисел (коразмерность три).	1	8	1/1			12/12		
9.	Алгоритмы нормализации отображений.	1	9	1/1			16/16		Контрольная работа №2
10.	Квазинормальные формы систем параболического типа. Алгоритмическая часть.	1	10	1/0			14/14		
11.	Разделение критических и некритических переменных.	1	11	1/1			16/16		
12.	Пример уравнения Хатчинсона.	1	12	1/0			16/16		Лабораторная работа №2 (на 12 неделе)
13.	Квазинормальные формы в задачах гиперболического типа.	1	13	1/1			20/20		

14.	Квазинормальные форм для систем с запаздыванием. Свойства корней характеристического квазимногочлена.	1	14	1/1			20/20		
15.	Квазинормальные формы для систем с запаздыванием. Доказательство основной теоремы.	1	15	1/1			20/20		
	Всего			**12/ 10**			**204/ 206**		**Зачет**

Содержание разделов (тем) дисциплины

Тема 1. Устойчивость неподвижных точек динамических систем с непрерывным и дискретным временем

Тема 2. Качественный анализ динамических систем.

Тема 3. Алгоритмы нормализации систем ОДУ. Нормализация Пуанкаре-Дюлака.

Тема 4. Теорема о центральном многообразии.

Тема 5. Описание основного алгоритма.

Тема 6. Структура нормальной формы в простейших случаях Критические случаи коразмерности один. Транскритическая и вилообразная бифуркации. Бифуркация Андронова-Хопфа.

Тема 7. Нормальная форма в окрестности критической точки коразмерности два. Обзор бифуркаций коразмерности два. Нулевое собственное число кратности два. Нулевое и пара чисто мнимых собственных чисел. Две пары чисто мнимых собственных чисел без резонансов.

Тема 8. Нормальная форма динамической системы в случае двух резонансных пар собственных чисел (коразмерность три).

Тема 9. Алгоритмы нормализации отображений.

Тема 10. Квазинормальные формы систем параболического типа. Алгоритмическая часть. Формулировка основной теоремы. Общие свойства системы в вариациях на автомодельном цикле.

Тема 11. Разделение критических и некритических переменных в обыкновенной части, линеаризованной на приближенном цикле краевой задачи. Галеркинские аппроксимации в проблеме частичного разделения критических и некритических переменных при учете диффузии. Регулярность дифференциального оператора, связанного с уравнением в вариациях.

Тема 12. Пример уравнения Хатчинсона. Постановка задачи и формулировка основного результата. Лемма об отсутствии взрывной диффузионной неустойчивости. Разделение критических и некритических переменных в обыкновенной части линеаризованной на приближенном периодическом решении краевой задачи. Явный вид проекторов. Критические и некритические переменные линеаризованной на приближенном периодическом решении краевой задачи. Доказательства основного результата.

Тема 13. Квазинормальные формы в задачах гиперболического типа. Высокомодовая буферность в *RCLG*-линии. Явление буферности в *RCLG*-линии с малыми искажениями. Автоколебания в системе Витта при резонансном спектре собственных частот.

Тема 14. Метод квазинормальных форм для сингулярно возмущенных систем с запаздыванием. Постановка проблемы. Свойства корней характеристического квазимногочлена.

Тема 15. Квазинормальные формы для систем с запаздыванием. Доказательство основной теоремы.

5. Образовательные технологии:

лекции, лабораторные работы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В качестве средств текущего контроля используются 2 контрольные работы (контрольно-тестовые материалы в приложении) и 2 лабораторные работы.

Промежуточная аттестация (зачет) дает возможность выявить уровень профессиональной подготовки аспиранта по данной дисциплине.

<u>Пример лабораторной работы №1</u>

1. На плоскости параметров α, β системы

$$\dot{x} = (1+\varepsilon)x - 2y + \alpha x(x^2 + y^2),$$
$$\dot{y} = x - (1-\varepsilon)y + \beta xy - y(x^2 + y^2),$$

где ε– малый положительный параметр, построить область, для которой реализуется бифуркация Андронова – Хопфа.

2. Докажите, что корни квазиполинома

$$P(\lambda) \equiv \lambda + e^{-\lambda}$$

лежат в левой комплексной полуплоскости

3. Численно определите первые 5 пар корней квазиполинома

$$P(\lambda) \equiv \lambda + \frac{\pi}{2} e^{-\lambda}.$$

<u>Пример лабораторной работы №2</u>

1. Построить асимптотику корней квазиполинома

$$P(\lambda) \equiv \varepsilon\lambda + e^{-\lambda} - 1,$$

лежащих в окрестности мнимой оси, при достаточно малом положительном ε.

2. Построить квазинормальную форму уравнения Хатчинсона с диффузией.

<u>Пример зачетного задания</u>

1. Алгоритмическая часть метода квазинормальных форм для систем параболического типа.
2. Найти значения параметра *r*, при которых корни квазиполинома

$$P(\lambda) \equiv \lambda + re^{-\lambda}$$

лежат на мнимой оси.

3. Построить нормальную форму системы

$$\dot{x} = (1+\varepsilon)x - 2y + \alpha x(x^2 + y^2),$$
$$\dot{y} = x - (1-\varepsilon)y - y(x^2 + y^2),$$

и выяснить при каких значениях α и ε она имеет в окрестности нуля орбитально устойчивый предельный цикл.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Теория нормальных и квазинормальных форм»

а) основная литература:

1. Глызин С.Д. Локальные методы анализа динамических систем: учебное пособие / С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2006.
2. Глызин С.Д. Метод квазинормальных форм: учебное пособие / С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2011.

б) дополнительная литература:

1. Колесов А.Ю. Инвариантные торы нелинейных волновых уравнений / А.Ю. Колесов, Н.Х. Розов. – М.: Физматлит, 2004.
2. Мищенко Е.Ф. Автоволновые процессы в нелинейных средах с диффузией / Е.Ф. Мищенко, В.А. Садовничий, А.Ю. Колесов, Н.Х. Розов. – М.: Физматлит, 2005.
3. Мищенко Е.Ф. Периодические движения и бифуркационные процессы в сингулярно возмущенных системах / Е.Ф. Мищенко, Ю.С. Колесов, А.Ю. Колесов, Н.Х. Розов. – М.: Физматлит, 1995.
4. Гукенхеймер Д. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / Д. Гукенхеймер, Ф. Холмс. – Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
5. Шильников Л.П. Методы качественной теории в нелинейной динамике. Ч. 1. / Л.П.Шильников, А.Л. Шильников, Д.В. Тураев, Л. Чуа. – Москва - Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2004.
6. Малинецкий Г.Г. Современные проблемы нелинейной динамики / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: Едиториал УРСС, 2002.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. **САРАТОВСКАЯ ГРУППА «ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ»**
2. Ярославский научно-образовательный центр "Нелинейная динамика"

7. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

учебные аудитории для проведения лекционных занятий,
компьютерные классы с доступом к университетскому
вычислительному кластеру.

Программа составлена в соответствии с федеральными государственными требованиями к структуре основной профессиональной образовательной программы послевузовского профессионального образования (аспирантура) (приказ Минобрнауки от 16.03.2011 г. № 1365) с учетом рекомендаций, изложенных в письме Минобрнауки от 22.06.2011 г. № ИБ – 733/12.

Программа одобрена на заседании кафедры компьютерных сетей

10.10.2012 (протокол № 2)

Заведующий кафедрой Глызин С.Д., доктор физ.-мат. наук, профессор

Автор Глызин С.Д., доктор физ.-мат. наук, профессор