

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЧЕРЕПОВЕЦКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт информационных технологий

Кафедра математики и информатики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ»

Направление подготовки (специальность):

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Образовательная программа:

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

Очная форма обучения

Составители:

Кашинцева О.А., доцент кафедры МиИ,
канд.техн.наук, доцент

г. Череповец - 2022

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная литература

1. Лесин, В. В. Основы методов оптимизации: учебное пособие / В. В. Лесин, Ю. П. Лисовец. — 4-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 344 с. — ISBN 978-5-8114-1217-4. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/212441>
2. Крутиков, В. Н. Методы оптимизации: учебное пособие / В. Н. Крутиков, В. В. Мишечкин. — 2-е изд., доп и перераб. — Кемерово: КемГУ, 2019. — 106 с. — ISBN 978-5-8353-2437-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/135233>

Дополнительная литература:

1. Андреева, Е.А. Вариационное исчисление и методы оптимизации: учебное пособие для университетов / Е.А. Андреева, В.М. Цирулева. - Москва: Высшая школа, 2006. - 584 с.: ил
2. Аттетков, А.В. Методы оптимизации: учебник для вузов / А.В. Аттетков, С.В. Галкин, В.С. Зарубин; под ред. В.С. Зарубина, А.П. Крищенко. - 2-е изд. - Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э.Баумана, 2003. - 440 с.: ил. + Указатель. - (Математика в техническом университете; Вып. XIV). - Библиогр.: с. 428 - 432.
3. Пантелеев, А.В. Методы оптимизации в примерах и задачах: учебное пособие для вузов / А.В. Пантелеев, Т.А. Летова. - 2-е изд., испр. и доп. - Москва: Высшая школа, 2005. - 544 с
4. Мицель, А. А. Методы оптимизации: учебное пособие / А. А. Мицель. — Москва: ТУСУР, 2017. — 198 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/110214>

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень информационных справочных систем (при необходимости)

1. Электронная библиотека «Университетская библиотека online». URL: <http://biblioclub.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL: <http://window.edu.ru/>
3. Образовательный портал Череповецкого государственного университета. URL: <https://edu.chsu.ru/>
4. Образовательная платформа Stepik, онлайн курсы: Методы оптимизации: <https://stepik.org/course/120919/promo>

Учебно-методические указания и рекомендации к изучению тем лекционных и практических занятий, самостоятельной работе студентов

Лекции

№ п/п	Тема лекции	Количество часов
1	Понятие локального и глобального экстремумов. Условия экстремума функции. Экстремумы функции одной и двух переменных. Относительный экстремум. Аналитические методы решения задач поиска экстремума. Место и роль методов оптимизации в решении задач повышения эффективности управления техническими объектами, технологическими и организационными процессами. История дисциплины. Постановка и классификация задач оптимизации по виду критерия и ограничений. Задачи оптимального управления и математического программирования.	2
2	Численные методы решения задач одномерной безусловной оптимизации. Методы, основанные на сокращении интервалов неопределенности: метод деления пополам, метод золотого сечения, метод дихотомии, метод параболической аппроксимации, метод Ньютона. Методы точечного оценивания (локализации экстремума): квадратичной аппроксимации Пауэлла. Методы одномерного поиска с использованием производных: метод Ньютона (касательных), Ньютона-Рафсона. Решение одномерных задач оптимизации с помощью надстройки Excel «Поиск решения».	8
3	Безусловная оптимизация. Пример задачи многомерной оптимизации. Анализ экстремальных свойств задач многомерной безусловной оптимизации. Классификация методов безусловной многомерной оптимизации. Пример задачи многомерной оптимизации. 1) Методы прямого поиска (нулевого порядка): покоординатного спуска или подъема, метод Хука-Дживса, метод Нелдера — Мида, симплексный метод. 2) Методы первого порядка - градиентные методы безусловной оптимизации: градиентного спуска, наискорейшего спуска (Коши), метод покоординатного спуска или Гаусса-Зейделя. 3) Методы второго порядка: метод Ньютона, метод Ньютона-Рафсона.	10

Лабораторные работы

№ п/п	Тема лабораторной работы	Количество часов
1	Методы решения задач одномерной безусловной оптимизации	4
2	Методы решения задач многомерной безусловной оптимизации	4

Практические занятия

№ п/п	Тема практического занятия	Количество часов
1	Условия экстремума функции. Экстремумы функции одной и двух переменных. Нахождение целевой функции.	2
1	Численные методы решения задач одномерной безусловной оптимизации. Методы, основанные на сокращении интервалов неопределенности: метод деления пополам, метод золотого сечения, метод дихотомии, метод параболической аппроксимации, метод Ньютона.	4

2	Численные методы решения задач одномерной безусловной оптимизации. Методы точечного оценивания (локализации экстремума): квадратичной аппроксимации Пауэлла. Методы одномерного поиска с использованием производных: метод Ньютона (касательных), Ньютона-Рафсона.	4
3	Безусловная оптимизация. Пример задачи многомерной оптимизации. Анализ экстремальных свойств задач многомерной безусловной оптимизации. Классификация методов безусловной многомерной оптимизации. Пример задачи многомерной оптимизации. Методы прямого поиска (нулевого порядка): покоординатного спуска или подъема, метод Хука-Дживса, метод Нелдера — Мида, симплексный метод.	4
4	Безусловная оптимизация. Методы первого порядка - градиентные методы безусловной оптимизации: градиентного спуска, наискорейшего спуска (Коши), метод покоординатного спуска или Гаусса-Зейделя.	4
5	Безусловная оптимизация. Методы второго порядка: метод Ньютона, метод Ньютона-Рафсона.	2
Итого		20

Средства контроля качества обучения

Тематика индивидуальных заданий <i>Примерные варианты</i>	
<p>1. <i>Индивидуальное задание по теме</i> <i>«Аналитические методы решения задач поиска экстремума».</i> <i>Примерный вариант</i></p> <p>1. Определить наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в круг радиуса 10. Составить целевую функцию. Решить данную задачу на оптимум аналитическим методом.</p> <p>2. Изготовить из куска картона размера $30 \times 14 \text{ см}^2$ коробку без крышки наибольшей вместимости. Изготовить из куска картона размера $30 \times 14 \text{ см}^2$ коробку без крышки наибольшей вместимости.</p>	
<p>2. <i>Индивидуальное задание по теме «Методы решения задач одномерной безусловной оптимизации».</i> <i>Примерный вариант</i></p> <p>1. Определить наибольшую площадь прямоугольника, вписанного в круг радиуса 10. Составить целевую функцию. Решить данную задачу на оптимум методами дихотомии, половинного деления, золотого сечения. Сравнить ответ с ответом, полученным аналитическим методом.</p> <p>2. Определить глубину открытого бассейна с квадратным дном, имеющего объем, равный 864 так, чтобы на облицовку его стен и пола пошло наименьшее количество материала. Решить данную задачу на оптимум методами квадратичной аппроксимации Пауэлла, методом Ньютона.</p>	
<p>3. <i>Индивидуальное задание по теме «Методы решения задач многомерной безусловной оптимизации».</i></p> <p>Минимизировать целевую функцию $f(\bar{x}) = 7x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 + x_1 - 10x_2$ методами нулевого, первого и второго порядков с точностью $\varepsilon = 0,1$</p>	

Тематика заданий лабораторных работ	
<p><i>Цель работ:</i> знакомство с оптимизационными задачами, изучение различных методов одномерной и многомерной оптимизации и сравнение эффективности их применения для конкретных целевых функций, приобретение навыков использования специальных средств MS Excel для решения и анализа задач.</p>	
Примерные варианты лабораторных работ	
<p>1. Лабораторные работы по теме «Методы решения задач одномерной безусловной оптимизации».</p> <p><i>Задание:</i> сформулировать задачу математически и найти экстремум целевой функции с точностью $\varepsilon = 0,0001$ методами деления пополам, золотого сечения, дихотомии, параболической аппроксимации. Оценить эффективность методов по количеству итераций.</p> <p><i>Примерный вариант</i></p> <p>Требуется изготовить ящик (без крышки), поверхность которого была бы равна $S = 216$, причем стороны основания относились бы как $1 : 8$. Каково наибольшее значение объема ящика? Решить данную задачу на оптимум методами дихотомии, половинного деления, золотого сечения. Проверить аналитическим методом. Решения оформить в виде таблицы.</p>	
<p><i>Задание:</i> сформулировать задачу математически и найти экстремум целевой функции с точностью $\varepsilon = 0,0001$ методами Ньютона, квадратичной аппроксимации Пауэлла. Оценить эффективность методов по количеству итераций.</p> <p><i>Примерный вариант</i></p> <p>Требуется изготовить цилиндрическую коробку (без крышки) с заданным объемом $V = 27\pi$. Определить высоту коробки так, чтобы на ее изготовление пошло наименьшее количество материала. Решения оформить в виде таблицы.</p>	
<p>3. Лабораторные работы по теме «Методы решения задач многомерной безусловной оптимизации».</p> <p><i>Задание:</i> минимизировать целевую функцию методами нулевого, первого, второго порядков с точностью $\varepsilon = 0,0001$. Оценить эффективность методов по количеству итераций.</p> <p><i>Примерный вариант</i></p> <p>Минимизировать целевую функцию $f(\bar{x}) = 7x_1^2 + 2x_1x_2 + 5x_2^2 + x_1 - 10x_2$ методами нулевого, первого и второго порядков.</p>	

Вопросы к зачету	
1	Понятие локального и глобального экстремумов. Условия экстремума функции. Экстремумы функции одной и двух переменных. Относительный экстремум. Аналитические методы решения задач поиска экстремума.
2	Место и роль методов оптимизации в решении задач повышения эффективности управления техническими объектами, технологическими и организационными процессами. История дисциплины. Содержательные и формализованные постановки задач оптимизации (примеры).
3	Критерии оптимальности. Целевая функция и ограничения. Классификация задач оптимизации по виду целевой функции и ограничениям. Постановка и классификация задач оптимизации по виду критерия и ограничений.
4	Задачи оптимального управления и математического программирования. Понятие математической модели.
5	Методы решения задач одномерной безусловной оптимизации. Аналитический способ, численный способ. Минимаксная стратегия поиска.
6	Методы решения задач одномерной безусловной оптимизации: метод деления пополам. Сравнительный анализ интервальных методов.

7	Методы решения задач одномерной безусловной оптимизации: метод золотого сечения. Сравнительный анализ интервальных методов.
8	Методы решения задач одномерной безусловной оптимизации: метод дихотомии. Сравнительный анализ интервальных методов.
9	Методы точечного оценивания: квадратичной аппроксимации. (Пауэлла)
10	Методы одномерного поиска с использованием производных: Ньютона.
11	Анализ экстремальных свойств задач многомерной безусловной оптимизации. Классификация методов безусловной многомерной оптимизации.
12	Методы прямого поиска (нулевого порядка): покоординатного спуска или подъема, метод Хука-Дживса (метод пробных шагов). Симплексный метод и метод Нелдера — Мида. Преимущества и недостатки.
13	Методы прямого поиска (нулевого порядка): метод Хука-Дживса (метод пробных шагов). Преимущества и недостатки.
14	Методы прямого поиска (нулевого порядка):симплексный метод. Преимущества и недостатки.
15	Методы прямого поиска (нулевого порядка): метод Нелдера — Мида. Преимущества и недостатки.
16	Задачи многомерной безусловной оптимизации. Методы первого порядка: градиентного спуска.
17	Методы первого порядка - наискорейшего спуска (Коши).
18	Методы первого порядка - метод покоординатного спуска или Гаусса-Зейделя.
19	Сравнительный анализ методов безусловной оптимизации первого порядка. Преимущества и недостатки.
20	Методы второго порядка: метод Ньютона, метод Ньютона-Рафсона. Сравнительный анализ методов безусловной оптимизации. Преимущества и недостатки.

Вариант зачетного билета

1. Что такое оптимизация?
2. Создать математическую модель – это Вставить пропущенные слова.
3. Записать план постановки и решения задачи оптимизации.
4. Дать определение детерминированных, стохастических, комбинированных методов. Перечислить методы одномерной и многомерной оптимизации.
5. Перечислить прямые методы одномерной оптимизации. Назвать их преимущества и недостатки.
6. В чем заключается метод квадратичной аппроксимации?
7. Назвать методы, в которых применяется движение по градиенту или антиградиенту. Где находится искомое решение?