МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЧЕРЕПОВЕЦКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт информационных технологий

Кафедра математики и информатики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТЕЙ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ СТАТИСТИКА»

Направление подготовки (специальность):
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Образовательная программа:
ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

Очная форма обучения

Составители:

Кашинцева О.А., доцент кафедры МиИ,
канд.техн.наук, доцент

г. Череповец - 2022

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Туганбаев, А. А. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / А. А. Туганбаев, В. Г. Крупин. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 320 с. — ISBN 978-5-8114-1079-8. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/210536
2. Буре, В. М. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / В. М. Буре, Е. М. Парилина. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-1508-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/211250
3. Иванов, Б. Н. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие / Б. Н. Иванов. — 2-е изд., испр. и доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 224 с. — ISBN 978-5-8114-3636-1. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/206201

Дополнительная литература:

1. Дерр, В. Я. Теория вероятностей и математическая статистика: учебное пособие для вузов / В. Я. Дерр. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 596 с. — ISBN 978-5-8114-6515-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/159475
2. Емельянов, Г. В. Задачник по теории вероятностей и математической статистике: учебное пособие / Г. В. Емельянов, В. П. Скитович. — 3-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 332 с. — ISBN 978-5-8114-3984-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/206273
3. Сидняев Н.И. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник для бакалавров/ Сидняев Н.И. - Москва: Юрайт: ИД "Юрайт", 2014. - 219 с.: ил. + Приложения. - (Бакалавр). - Библиогр.: с. 218-219. - ISBN 978-5-9916-1379-8 (Изд-во "Юрайт").
4. Балдин, К.В. Теория вероятностей и математическая статистика: учебник / К.В. Балдин, В.Н. Башлыков, А.В. Рукосуев. - Москва: ИТК "ДашковиК°", 2008. - 473 с. + Приложение. - Библиогр.: с. 433-434. - ISBN 978-5-91131-633-4.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

1. Волкова С.Б., Дронова Л.Н.. Сборник задач по теории вероятностей: Учебно-методическое пособие. – Череповец: ГОУ ВПО ЧГУ, 2003 – 33 с.
2. Волкова С.Б. Математическая статистика и планирование эксперимента: Учебное пособие. – Череповец: ГОУ ВПО ЧГУ, 2009 – 151 с.
3. Методы математической статистики и информатики для обработки данных: учебное пособие / М.И. Шутикова, С.А. Парыгина. – Череповец: ФГБОУ ВПО «Череповецкий государственный университет», Череповец, 2015 – 78 с.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень информационных справочных систем (при необходимости)

1. Электронная библиотека «Университетская библиотека online». URL: http://biblioclub.ru/
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL: http://window.edu.ru/
3. Образовательный портал Череповецкого государственного университета. URL: https://edu.chsu.ru/
4. Образовательная платформа Открытое образование, онлайн курсы: Введение в теорию вероятностей: https://openedu.ru/course/mipt/PROBTH/

Учебно-методические указания и рекомендации к изучению тем лекционных и практических занятий, самостоятельной работе студентов

Лекции

№ раздела (модуля)	**Тема лекционного занятия**	Количество часов
1	Элементы теории множеств: множества и события, диаграммы Венна, пространство элементарных событий, алгебра событий. Различные подходы к определению вероятностей: 1) аксиоматическая теория вероятностей	2 ч.
1	Различные подходы к определению вероятностей: 2) классическая теория вероятностей: 4 схемы нахождения вероятностей, геометрические вероятности, 3) статистическая теория вероятностей.	2 ч.
1	Основные теоремы теории вероятностей. Формулы полной вероятностей и Байеса.	2 ч.
2	Определение независимых испытаний. Теорема Бернулли, теоремы Пуассона, локальная и интегральная теоремы Муавра-Лапласа. Наивероятнейшее число появления события.	2 ч.
3	Понятие дискретных и непрерывных случайных величин. Ряд распределения, функция распределения, плотность. Характеристики случайных величин: математическое ожидание, моменты (дисперсия, среднее квадратическое отклонение, эксцесс), мода, медиана.	2 ч.
3	Законы распределения дискретных случайных величин: биномиальный, гипергеометрический, Пуассона.	2 ч.
3	Законы распределения непрерывных случайных величин: равномерный, нормальный, экспоненциальный.	2 ч.
4	Двумерные случайные величины или случайные векторы. Дискретные и непрерывные случайные векторы. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных векторов. Функция и плотность распределения. Условия независимости. Числовые характеристики. Ковариация. Корреляция. Регрессия. Линии регрессии.	4 ч.
5	Закон больших чисел. Теоремы Бернулли, Чебышева, Пуассона, Маркова. Центральная предельная теорема. Теорема Ляпунова. Формулы, выражающие центральную предельную теорему и встречающиеся при ее практическом	2 ч.

	применении.	
6	Предмет и задачи математической статистики. Генеральная совокупность, выборке из нее; основные способы организации выборки. Статистическое и сгруппированное представление выборки. Эмпирическая функция распределения и функция плотности. Графические методы представления выборочных данных. Основные выборочные числовые характеристики (выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочные мода и медиана) и их свойства.	2 ч.
7	Статистические оценки. Точечное оценивание: определение; требования состоятельности, несмещенности и эффективности полученных оценок. Методы статистического оценивания: метод подстановки, метод максимального (наибольшего) правдоподобия, метод моментов. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Распределения Пирсона и Стьюдента. Элементы корреляционного анализа. Регрессия. Сглаживание экспериментальных зависимостей (метод наименьших квадратов).	2 ч.
8	Определение статистической гипотезы и статистического критерия. Основные типы гипотез, проверяемых в ходе статистического анализа. Примеры статистических критериев: критерии согласия, однородности и критерии для проверки гипотез о числовых значениях параметров распределений. Критерии Пирсона, Стьюдента, Фишера, Колмогорова.	2 ч.
9	Понятие случайной функции. Понятие случайного процесса. Типы случайных процессов Понятие случайного процесса. Стационарные процессы. Гауссовские процессы. Процессы с независимыми приращениями. Винеровский процесс. Пуассоновский процесс. Марковские процессы.	2 ч.
	Итого	28 ч.

Лабораторные занятия

№ раздела	Тема лабораторного занятия	Кол-во часов
6	Статистическое и сгруппированное представление выборки. Эмпирическая функция распределения и функция плотности. Графические методы представления выборочных данных. Основные выборочные числовые характеристики (выборочная средняя, выборочная дисперсия, выборочные мода и медиана).	4
7	Статистические оценки. Точечное оценивание: определение; требования состоятельности, несмещенности и эффективности полученных оценок. Методы статистического оценивания: метод моментов. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Сглаживание экспериментальных зависимостей (метод наименьших квадратов).	4
8	Основные типы гипотез, проверяемых в ходе статистического анализа. Критерии Пирсона, Стьюдента, Фишера, Колмогорова.	4
	Итого	12

Практические занятия

№ недели	Тема практического занятия	Кол-во часов
1	1. Алгебра событий. Действия над событиями. Достоверное, невозможное, противоположное, совместное, несовместное событие. Диаграммы Венна. Вычисление вероятности (без комбинаторных формул). Комбинаторные формулы. Комбинаторика: задачи на все 4 схемы.	2 ч.
1	2. Комбинаторика: задачи на все 4 схемы.	2 ч.
1	3. Задачи на все 4 схемы. Геометрические вероятности.	2 ч.
1	4. Основные теоремы вероятностей. Условная вероятность.	2 ч.
1	5. Формулы Байеса и полной вероятности.	
1	6. Контрольная работа	
2	7. Теорема Бернулли. Теорема Пуассона. Локальная предельная и интегральная теоремы М-Лапласа. Наивероятнейшее число появления события.	
3	8. Дискретные случайные величины. Законы распределения. Вероятность попадания на заданный участок. Функция распределения. Числовые характеристики.	2 ч.
3	9. Непрерывные случайные величины. Функция и плотность распределения. Вероятность попадания на заданный участок. Числовые характеристики.	2 ч.
3	10. Распределение д.с.в.: биномиальное, Пуассона и гипергеометрическое.	2 ч.
3	11. Распределение н.с.в.: равномерное, показательное и нормальное.	2 ч.
3	12. Контрольная работа.	2 ч.
4	13. Законы распределения дискретных и непрерывных случайных векторов. Функция и плотность распределения. Условия независимости. Числовые характеристики. Ковариация. Корреляция. Регрессия. Линии регрессии.	2 ч.
4	14. Законы распределения непрерывных случайных векторов. Функция и плотность распределения. Условия независимости.	2 ч.
4	15. Контрольная работа	2 ч.
	Итого	30 ч.

Средства контроля качества обучения

Тематика индивидуальных заданий, проверочных и контрольных работ

1	**Тематика индивидуальных заданий**
	1. *Индивидуальное задание по теме «Комбинаторика. Теория вероятностей».* *Примерный вариант* 1. Из 2 математиков и 10 экономистов надо составить комиссию из 8 человек. Сколькими способами можно составить комиссию, если в нее должен входить хотя бы 1 математики? 2. Сколько нечетных двузначных чисел имеют различные цифры? 3. Сколькими способами можно посадить за стол 4 женщин и 7 мужчин так, чтобы никакие две женщины не сидели рядом? 4. Каково число шахматных партий в турнире из 20 участников? 5. Решить неравенство: $C_{10}^{x-1} > 2C_{10}^{x}$.
2	**Тематика проверочных работ**
	Проверочная работа по теме «Теорема Бернулли. Предельные теоремы в схеме Бернулли». *Примерный вариант*

1. Вероятность сбоя при работе телефонной станции при одном вызове равна 0,015. Какова вероятность, что при 1000 вызовов наступит 20 сбоев; не менее 20 сбоев?
2. Вероятность заправится на бензоколонке каждым, проехавшим мимо автомобилем, равна 0,15. Найти вероятность того, что из 200 автомобилей, проехавших мимо, не менее 50 заправятся.
3. Прибор может работать до первого отказа в среднем 500 часов. Найти вероятность, что прибор проработает без отказа не менее 800 часов.
4. В жилом доме имеется 3000 ламп, вероятность включения каждой из них равна 0,3. Найти вероятность того, что число одновременно включенных ламп будет заключено между 800 и 1200.

3 **Тематика контрольных работ**

1. Контрольная работа по теме «Теория вероятностей. Классическая схема».

Примерный вариант

1. На полке стоят 4 тома Пушкина, 6 томов Лермонтова и 5 томов Толстого. Случайным образом с полки берут 8 книг. Какова вероятность, что среди них 2 тома Лермонтова и 3 тома Толстого?

2. Имеется 10 одинаковых урн, из которых в 9 находится по 2 черных и по 3 белых шара, а в одной 5 белых и 1 черный шар. Из урны, взятой наудачу, извлекают шар. Он оказывается белым. Какова вероятность того, что он извлечен из урны, содержащей 5 белых шаров?

3. В ящике имеется 10 перенумерованных однотипных изделий с номерами 1,2, ... ,9, 10. Из ящика 5 раз наугад вынимается по одному изделию, его номер записывается и изделие кладется обратно в ящик. Найти вероятность того, что все записанные номера будут различны.

4. На стоянке автомобилей можно поместить 12 машин в один ряд. Однажды оказались свободными 4 места подряд. Является ли это событие исключительным (какова вероятность этого события?)

5. В вычислительной лаборатории имеется 6 клавишных автоматов и 4 полуавтомата. Вероятность того, что за время выполнения некоторого расчета автомат не выйдет из строя, равна 0.95, для полуавтомата - 0.8 . Студент производит расчет на наудачу взятой машине. Найти вероятность того, что до окончания расчета машина не выйдет из строя.

6. Плоскость разграфлена параллельными прямыми, отстоящих друг от друга на расстоянии 6 см. На плоскость наудачу брошен круг радиуса 1 см. Найти вероятность того, что круг не пересечет ни одной из прямых. Предполагается, что вероятность попадания точки на отрезок пропорциональна длине отрезка и не зависит от ее расположения.

2. Контрольная работа по теме «Случайные величины».

Примерный вариант

1.Дан закон распределения случайной величины X:

x_i	1	2	3	4
p_i	0,15	0,25	0,4	0,2

Найти $F(x)$, m_X, D_X, σ_X, $P(X \le 3)$, M.

2. Дано:

$$f(x) = \begin{cases} 0, x < 0 \\ \frac{x}{10}, 0 < x < 4 \\ \frac{1}{5}, 4 < x < 5 \\ 0, x > 5 \end{cases}$$

Найти $F(x)$, m_X, D_X, σ_X, $P(X<3)$, $P(X>3)$, $P(2 \le X<6)$, Me.

3. Стрельба ведется по полосе 4 м шириной. Систематическая ошибка наводки 1 м. Средняя квадратическая ошибка 5 м. Найти вероятность того, что будет попадание в полосу.

4. Игральная кость подбрасывается 150 раз. Какова вероятность того, что четное число очков выпадет не менее 65 раз и не более 80?

5. Среднее число вызовов, поступающих на станцию скорой помощи равно 0,7 вызовов в минуту. С.в. X – число вызовов, поступивших за 3 минуты. Найти мат. ожидание и вероятность того, что за 3 минуты придет не более 3 вызовов.

3. Контрольная работа по теме «Случайные векторы».

Примерный вариант

1. В первой урне 5 черных и 2 белых шара, во второй – 2 черных и 3 белых. Из каждой урны вынимают по одному шару. Случайная величина X – число черных шаров в выборке, случайная величина $У$ – число белых шаров в выборке. Описать закон распределения, найти $m_X, m_Y, F(x,y), D_X, D_Y$, ковариацию k_{XY}, законы распределения X и $У$, условную вероятность $P\{X=2/\ У=1\}$.

2. Дан закон распределения дискретного случайного вектора.

$x_i \setminus y_j$	0	$\frac{1}{2}$	2
0	0,3	0	0,1
2	0,5	0,1	a

Найти константу a. Определить, являются ли случайные величины X и Y зависимыми. Найти функцию распределения и условную вероятность $P\{X=0/\ У=2\}$.

3. Дана плотность распределения случайного вектора

$$f(x,y)=\begin{cases} C(x+2xy+2y^2), & x,y\in[0,1], \\ 0, & x,y\notin[0,1] \end{cases}$$

Найти константу C и вероятность того, что случайный вектор (X, $У$) принадлежит треугольнику с вершинами в точках (0, 0), (1, 2), (0, 1). Являются ли X и Y зависимыми величинами? Найти координаты центра рассеивания и функцию распределения.

4. Дана функция распределения случайного вектора

$$F(x,y)=\begin{cases} \frac{1}{2}(x^2y+xy^2), & x\in[0,1], y\in[0,1], \\ 0, & x\notin[0,1], y\notin[0,1] \end{cases}$$

Найти плотность распределения. Найти плотности отдельных величин $f_X(x)$ и $f_Y(y)$. Определить, являются ли X и Y зависимыми величинами?

5. Даны законы распределения случайных величин X, Y:

x_i	1	2	3
p_i	0,1	p_2	0,5

y_j	3	5	7
p_i	0,2	p_2	0,3

Найти $p_2, M[X+2Y]$.

Тематика лабораторных работ

Целью лабораторных работ является изучение приемов и методов математической статистики

1. Примерный вариант лабораторной работы

по теме «Описательная статистика».

1.Найти объем и размах представленной выборки:

-10, 2, 4, -5, 6, 1, 5, 10, 15, 11, 3, -4, 10, 2, 2, 7, -1, 1, 3, 5, 11, 3, 3, 4, 7, 8, 7.

Представить выборку 1) в виде вариационного и статистического рядов; 2) в виде группированной таблицы частот, рассмотрев пять интервалов выборки. Построить для нее график функции

распределения, гистограмму и полигон частот. Найти выборочные среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную), моду и медиану.

2. Дана выборка в виде статистического ряда.

n_i	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
z_i	15,2	12,8	13,5	14,9	15,6	16,0	13,7	14,1	13,2	15,0

Представить выборку в виде таблицы частот. Построить график эмпирической функции распределения выборки и группированной выборки. Оценить вероятность того, что ошибка будет меньше 7. Построить гистограмму и полигон относительных частот. Найти точечные оценки: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную), моду и медиану. Провести предварительную проверку на нормальность (найти коэффициент вариации).

3. Дана выборка в виде интервальной таблицы частот.

Границы интервала	1-5	5-9	9-13	13-17	17-21	21-25	25-29
Частота	5	8	3	14	2	16	7

Найти точечные оценки: среднее, дисперсию (смещенную и несмещенную), моду и медиану.

2 Примерный вариант лабораторной работы
по теме «Доверительные интервалы».

1. Из генеральной совокупности извлечена выборка объема n = 11:

z_i	1	2	3	4
n_i	2	a	5	1

Найти a. Оценить с надежностью 0,9 математическое ожидание нормально распределенного признака генеральной совокупности по выборочной средней при помощи доверительного интервала.

2. Найти доверительный интервал для оценки с надежностью 0,99 неизвестного математического ожидания нормально распределенного признака X генеральной совокупности, если даны выборочное среднее $\tilde{m} = 14$, среднее квадратическое отклонение $\tilde{\sigma} = 5$ и объем выборки n = 25.Найти доверительный интервал для дисперсии.

3. Пусть из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	1	3	4	6	8
n_i	1	3	2	4	1

Найти доверительный интервал с надежностью 0,98 для математического ожидания a данной генеральной совокупности, которая имеет нормальное распределение со среднеквадратическим отклонением, равным 1,9.

4. Пусть из генеральной совокупности извлечена выборка

x_i	1	5	6	8	9
n_i	2	4	5	3	1

Найти доверительный интервал с надежностью 0,94 для математического ожидания m данной генеральной совокупности.

3 Примерный вариант лабораторной работы
по теме «Коэффициент корреляции. Проверка на нормальность».

1. Даны результаты 10 независимых наблюдений над системой точек (X, $У$):

X	0,9	3,1	-0,8	-1,8	2,1	4,8	1,1	0,1	2,2	2,5
$У$	1,4	2,2	0,8	0,6	1,8	2,8	1,5	1,2	1,8	1,9

Найти выборочный коэффициент корреляции. Проверить его на значимость (уровень значимости α = 0,05). Предположив, что зависимость между x и y близка к линейной, найти уравнение линий регрессии y по x и x по y. Построить их.

2. Проверить гипотезу о нормальном распределении данной генеральной совокупности. Уровень

значимости α = 0,01.

n_i	5	7	9	52	19	8
x_i	10	15	20	25	30	35

4. Примерный вариант лабораторной работы

по теме «Проверка гипотез».

1. Станок изготавливает детали со стандартным отклонением в длине $\sigma =$ 0,1 см. Средняя длина детали равна $m = 3$ см. В случайной выборке деталей объема n = 15 оказалось, что средняя длина детали составляет 2,9 см. Надо ли ремонтировать станок, если доверительная вероятность β = 95%?

2. Партия изделий принимается, если дисперсия контролируемого размера равна предполагаемому значению σ_0^2= 0,2. Выборочная дисперсия, найденная по выборке объёмом 91, оказалась равной 0,3. Можно ли принять партию на уровне значимости α = 0,005, если в противном случае можно предположить, что дисперсия соответствующей генеральной совокупности превышает предполагаемое значение.

3. В университете две группы прикладных математиков. Одна группа экзамен по теории вероятностей сдавала в виде тестов, другая – по билетам. Были получены следующие результаты (в баллах):

1 группа	73	75	63	67	58	52	77	89	65	62	
2 группа	74	66	67	75	87	77	65	91	53	68	72

Какой способ сдачи экзамена для студентов предпочтительнее? Доверительная вероятность β = 90%?

4. Из двух партий изделий, изготовленных на двух одинаково настроенных станках, извлечены малые независимые выборки объемами n = 8 и m = 11. Получены следующие результаты:

x_i	1,3	1,4	1,5	1,6
n_i	2	1	3	2

y_i	1,2	1,4	1,8	1,9
m_i	3	1	5	2

Требуется на уровне значимости α = 0,1 проверить нулевую гипотезу о равенстве средних размеров изделий, если известно, что соответствующие генеральные совокупности распределены нормально.

№ п./п.	**Вопросы к экзамену**
1	Предмет теории вероятностей. Случайные события: элементарные события, множество элементарных событий. Основные определения.
2	Алгебраические операции над событиями. Диаграмма Венна. Свойства арифметических операций.
3	Вероятность события. Аксиоматическое определение. Следствия из аксиом.
4	Вероятность события. Классическое определение. Четыре схемы выбора в классической вероятности. Комбинаторные формулы.
5	Геометрические вероятности. Задача о встрече, задача Бюффона.
6	Статистическое определение вероятности.
7	Теорема 1 сложения вероятностей (для несовместных событий).Обобщенная теорема 1 сложения вероятностей. Следствия.
8	Теорема 2 сложения вероятностей (для совместных событий). Обобщенная теорема. Замечания.
9	Зависимые, независимые события. Условная вероятность. Свойства условных вероятностей. Теорема 3 умножения вероятностей зависимых событий. Обобщенная теоремы. Следствие к теореме 3 умножения вероятностей зависимых событий. Замечания.
10	Теорема 4 произведения вероятностей независимых событий. Обобщенная теоремы.

	Теорема 5.
11	Формула полной вероятности.
12	Формула Байеса.
13	Независимые испытания: определение, примеры. Определение цепей Маркова.
14	Независимые испытания для двух исходов. Теорема Бернулли. Формула Бернулли.
15	Предельные теоремы в схеме Бернулли: Пуассона, локальная теорема Муавра-Лапласа, предельная интегральная теорема Муавра-Лапласа. Замечания. Закон больших чисел-теорема Бернулли.
16	Независимые испытания: определение, примеры. Наивероятнейшее число появлений события в независимых испытаниях.
17	Случайные величины: определение, примеры, механические интерпретации дискретных и непрерывных случайных величин.
18	Закон распределения дискретных случайных величин.
19	Функция распределения: определение, свойства, график. Вероятность попадания случайной величины на заданный участок.
20	Плотность распределения: определение, свойства, вычисление.
21	Математическое ожидание случайных величин (дискретных и непрерывных).
22	Мода и медиана случайных величин.
23	Моменты начальные и центральные дискретных и непрерывных случайных величин: дисперсия, средне квадратическое отклонение, асимметрия, эксцесс, абсолютные моменты.
24	Биноминальный закон распределения вероятностей случайной величины.
25	Гипергеометрический закон распределения вероятностей случайной величины.
26	Закон распределения Пуассона.
27	Равномерное распределение непрерывных случайных величин.
28	Нормальный закон распределения: формулировка, доказательство, что $f(x)$ – плотность, m=M[X]. Смысл параметра m.
29	Нормальный закон распределения: формулировка, доказательство, что $f(x)$ – плотность, $\sigma = \sigma[X]$. Смысл параметра σ.
30	Нормальный закон распределения: формулировка, формулы для центральных моментов, асимметрия, эксцесс, мода, медиана.
31	Нормальный закон распределения: формулировка, функция Лапласа, ее свойства, график, вероятность попадания X на заданный участок. Правило трех сигм.
32	Экспоненциальное или показательное распределение. Функция надежности.
33	Система случайных величин. Основные понятия. Геометрическая интерпретация. Закон распределения СВДТ.
34	Распределения отдельных величин, входящих в систему.
35	Функция распределения системы случайных величин, ее свойства.
36	Ковариация. Корреляция. Свойства коэффициента корреляции. Регрессия. Линии регрессии. Ковариационная и корреляционная матрицы.
37	Предельные теоремы теории вероятностей. Закон больших чисел: формулировки теорем. Центральная предельная теорема.
38	Элементы мат. статистики. Выборка, этапы обработки. Вариационный и статистический ряды. Группированный статистический ряд.
39	Статистическое распределение выборки, эмпирическая функция распределения.
40	Полигон, гистограмма частот и относительных частот.
41	Статистические оценки параметров распределения: точечные оценки, их свойства.
42	Методы статистического оценивания: метод подстановки, метод максимального

	правдоподобия, метод моментов.
43	Статистические оценки параметров распределения: интервальные оценки. Доверительная вероятность и доверительный интервал. Доверительный интервал для математического ожидания при известной дисперсии, доверительный интервал для дисперсии. Доверительная полоса.
44	Точные методы построения доверительных интервалов для параметров случайной величины, распределенной по нормальному закону: Построение доверительного интервала для математического ожидания и дисперсии с помощью критериев «хи-квадрат» χ^2 и Стьюдента. Построение доверительного интервала для математического ожидания при неизвестной дисперсии.
45	Ковариация. Корреляция. Коэффициент корреляции Пирсона – линейный коэффициент корреляции, его свойства. Таблица Чеддока. Проверка на значимость коэффициента корреляции. Критерий значимости. Различия между понятиями зависимости и корреляции.
46	Функциональная зависимость и выборочное уравнение регрессии. Кривые регрессии, их свойства. Связь коэффициента корреляции и линий регрессии.
47	Коэффициенты корреляции Спирмена или Кендалла (ранговые корреляции)
48	Сглаживание экспериментальных зависимостей. Метод наименьших квадратов.
49	Статистическое оценивание и проверка гипотез. Понятие о статистических гипотезах и об их проверке. Области принятия гипотезы. Основная и альтернативная гипотезы. Виды гипотез, общая схема проверки Критерий, тест, критерий значимости. Определение необходимого объема выборки. Ошибки двух видов.
50	Критерии согласия. Критерий Пирсона или хи-квадрат. Схема применения критерия χ^2 к оценке согласованности теоретического и статистического (эмпирического) распределений.
51	Двусторонние и односторонние гипотезы. Критерий Стьюдента (t – критерий).Условия использования коэффициента Стьюдента. Случаи зависимых и независимых выборок. Проверка на значимость коэффициента корреляции.
52	Критерий Фишера (F-критерий)
53	Критерий Колмогорова.
54	Понятие случайной функции. Законы распределения и числовые характеристики случайной функции.
55	Случайные процессы. Понятие случайного процесса. Типы случайных процессов. Процессы с независимыми приращениями.
56	Стационарные процессы. Гауссовские процессы. Процессы с независимыми приращениями.
57	Пуассоновский процесс. Винеровский процесс
58	Марковский процесс. Применение в теории массового обслуживания.