

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Элементы дискретного анализа**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Элементы дискретного анализа» является приобретение знаний и умений в области защиты информации от помех, возникающих при ее передаче. Данный курс вырабатывает у студентов навыки использования аппарата прикладной алгебры для анализа конкретных кодов, связанных с передачей информации.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Элементы дискретного анализа» является дисциплиной по выбору и относится к вариативной части Блока 1.

Для освоения данной дисциплиной студенты должны владеть математическим аппаратом линейной и общей алгебры, знать арифметику конечных полей и полей Галуа, преобразование Фурье; иметь представление о методах защиты информации.

Полученные в курсе «Элементы дискретного анализа» знания необходимы для изучения последующих дисциплин: общепрофессиональных и специальных.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формулировка компетенции	Индикатор достижения компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ИД-ОПК-1_2 Осуществляет постановку задачи, выбирает способ ее решения ИД-ОПК-1_3 Применяет математический аппарат для решения прикладных и теоретических задач.	<b>Знать:</b> аппарат теории ДУ, формулировки утверждений, методы их доказательства. <b>Уметь:</b> решать задачи; применять понятия, результаты и методы теории ДУ. <b>Владеть:</b> математическим аппаратом теории ДУ, методами решения задач и доказательства утверждений.

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Элементы дискретного анализа» составляет 3 зачетные единицы, 108 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	<b>Линейные рекуррентные уравнения с постоянными коэффициентами.</b> Теорема о решении линейных рекуррентных соотношений. Асимптотические оценки. Производящие функции.	5	4	4				7	
2	<b>Числа Фибоначчи</b> и их свойства. Золотое сечение. Цепная дробь.	5	3	3				7	
3	<b>Элементы высшей алгебры.</b> Группа, подгруппа, фактор-группа, кольцо, поле, идеал. Поле Галуа, строение конечного поля, примитивный элемент поля. Неприводимые многочлены. Теорема Лагранжа.	5	4	4		1	1	7	Контрольная работа №1
4	<b>Элементы комбинаторики и теории чисел.</b> Основная теорема арифметики. Китайская теорема об остатках. Биномиальные коэффициенты и их свойства. Малая теорема Ферма. Оценка (Чебышева) количества простых чисел.	5	3	3				7	
5	<b>Элементы теории кодирования.</b> Латинские квадраты и коды. Матрицы Адамара и правильные симплексы. Коды Хэмминга, Хаффмана, Рид-Малера, БЧХ, Голея.	5	4	4		1	1	7	Контрольная работа №2
						2	1	30	Экзамен
	Всего за 5 семестр		18	18		4	3	65	

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Формы преподавания дисциплины «элементы дискретного анализа» традиционны. Для передачи большого объема материала используются лекции, дополняемые практикой.

Цель занятий – формирование у студентов понимания теоретического материала, изложенного на лекции, и использование его при решении упражнений и задач.

Консультации проводятся перед контрольными мероприятиями.

Самостоятельная работа реализуется в процессе аудиторных занятий, в контакте с преподавателем вне рамок расписания (на консультациях по учебным вопросам, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий), в библиотеке и дома при выполнении студентом учебных задач.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «элементы дискретного анализа» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся;
- осуществляется текущий контроль успеваемости студентов;
- представлены тексты и видео лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В образовательном процессе по дисциплине используются:  
для формирования материалов для контроля успеваемости и проведения аттестации:

- программы Microsoft Office и свободные аналоги;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:  
– для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации  
– программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;  
– для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Казарин Л.С. Теория кодирования. Учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2020.
2. Журавлев Ю.И., Флеров Ю.А., Вялый М.Н. Дискретный анализ. Основы высшей алгебры : учеб. пособие для академического бакалавриата / 2-е изд., испр. и доп. — М. : Издательство Юрайт, 2019.
3. Дурнев В.Г., Башкин М.А., Якимова О.П. Элементы дискретной математики. Ярославль: ЯрГУ, 2007.
4. Биркгоф Г., Барти Т. Современная прикладная алгебра. М.: Мир, 1976.

### **б) дополнительная литература**

1. Вернер М. Основы кодирования Техносфера, М., 2006.
2. Аршинов М.Н., Садовский Л.Е. Коды и математика Москва, Наука, 1983.
3. Берлекемп Э. Алгебраическая теория кодирования. М.: Мир, 1971.
4. Сидельников В.М. Теория кодирования .М., Физматлит, 2008.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и текущего обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

доцент кафедры теории функций и функционального анализа Ярославского государственного университета им. П.Г.Демидова кандидат физ.-мат. наук

---

(должность, ученая степень)

---

(подпись)

---

(Фамилия И.О.)

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
« Элементы дискретного анализа »**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Контрольная работа № 1**

Найти все подгруппы групп  $S_3$ ,  $D_4$   
Будет ли группой по сложению множество всех целых чисел, делящихся на фиксированное число?  
В каком случае  $Z_n$  будет полем?  
Сколько подгрупп у аддитивной группы  $n$ -мерного векторного пространства над  $Z_2$  ?  
Дан (9,8)-код с проверкой на четность. Какова вероятность того, что при приеме кодового слова не будет обнаружена ошибка передачи?  
Пусть (9,3)-код с повторением. Какова вероятность того, что при приеме кодового слова не будет обнаружена ошибка передачи?  
Двоичный (8,4)-код задан проверочной матрицей  
Найти его кодирующую матрицу и минимальное расстояние.  
Чему равно минимальное расстояние для расширенного кода Хемминга?  
Как изменится расстояние двоичного линейного кода при добавлении ко всем строкам проверочной матрицы одной общей проверки на четность?

**Контрольная работа № 2**

Построить регистр сдвигов, реализующий обращение элемента в поле вычетов по модулю неприводимого над  $Z_2$  многочлена  $x^3 + x^2 + 1$ .  
Построить кодеры для двоичных циклических кодов длины 15 с кодирующими многочленами  $x^8 + x^7 + x^6 + x^4 + 1$  и  $x^4 + x + 1$ .  
Выписать кодирующую матрицу для циклического кода Хемминга.  
Построить кодер и декодер для двоичного БЧХ-кода с блоковой длиной 15, исправляющего 2 ошибки.  
Многочлен  $x^4 + x^3 + x^2 + x + 1$  порождает над  $GF(2)$  циклический код длины 15. Найти проверочную матрицу этого кода. Сколько ошибок может исправлять этот код?

## **Вопросы к экзамену из раздела элементы теории кодирования**

Основные понятия теории кодирования

Линейные (матричные) коды. Проверочная и порождающая матрицы.

Корректирующая способность линейного кода

Техника матричного кодирования и декодирования

Коды Хемминга

Сравнения по модулю натурального числа и их свойства.

Кольцо чисел.

Сравнения по модулю неприводимого многочлена и их свойства.

Кольцо многочленов.

Группа, кольцо, поле. Основные сведения теории групп.

Конечные поля. Конструирование конечных полей. Поля Галуа.

Мультипликативная и аддитивная структуры конечных полей.

Групповые коды.

Полиномиальные коды.

Двоичные циклические коды

Дуальный код.

БЧХ-коды.

БЧХ-коды, исправляющие 2 ошибки.

БЧХ-коды, исправляющие тошибок.

Расстояние Хемминга. Минимальное расстояние кода.

Геометрическая интерпретация кодов.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.
- 

**Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;



- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.