МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра теоретической физики

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета
_____ И.С. Огнев
(подпись)

«17» мая 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
«Векторный и тензорный анализ»

Направление подготовки
03.03.03 Радиофизика

Направленность (профиль)
Телекоммуникационные системы и технологии

Форма обучения
очная

Программа одобрена
на заседании кафедры
от «18» апреля 2022 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК
физического факультета
протокол № 5 от «11» мая 2022 года

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Векторный и тензорный анализ - это математический аппарат, без овладения которым невозможно успешное освоение таких курсов как электродинамика, квантовая механика, теоретическая механика и т.д. Данный курс является промежуточным между традиционными курсами математики и теоретической физики. Целью курса является обучение студентов наиболее важным математическим методам физики, иллюстрация того, как реально используются эти методы при решении физических задач. Задачами изучения курса являются: закрепить и развить знания, умения и приемы, полученные при усвоении математических курсов, на которые опирается данный курс; подготовить исходный уровень знаний и навыков, необходимых для дальнейшего обучения.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Векторный и тензорный анализ» относится к обязательной части и входит в модуль «Математика».

Курс «Векторный и тензорный анализ» дает студентам базовые знания по векторному и тензорному анализу, необходимые для изучения последующих курсов.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	**Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)**	**Перечень планируемых результатов обучения**
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности.	**ИД-ОПК-1_1** Знает фундаментальные законы природы, а также основные методы, используемые в физике и математике	**Знать** • о специальных математических объектах и их связи с физическими величинами; • о различных системах координат; • о скалярном и векторном полях и их физических характеристиках; • о тензоре n-го ранга в ортогональной системе координат; • о криволинейных системах координат. • инвариантное определение градиента, дивергенции, ротора и их физический смысл; • оператор набла и оператор Лапласа в декартовой системе координат; • символ Кронекера и тензор Леви-Чивита и их основные свойства.
	ИД-ОПК-1_2 Осуществляет постановку задачи, выбирает способ ее решения	**Уметь:** • работать с векторными величинами в произвольной системе координат (декартовой, сферической и цилиндрической); • вычислять градиент скалярного поля, дивергенцию и ротор векторного поля; • выполнять простейшие операции над тензорами произвольного ранга;

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
		• применять теорему Остроградского – Гаусса и теорему Стокса для вычисления интегралов по замкнутой кривой, поверхности и объему. **Владеть навыками:** • вычисления потока векторного поля; • вычисления градиента, дивергенции и ротора в системах координат; • нахождения функции потенциального поля.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)* *Формы ЭО и ДОТ (при наличии)*
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			Лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Векторная алгебра и элементы дифференциальной геометрии	2	4	4				8	Контрольная работа №1
2	Скалярное поле	2	4	4		1		4	Индивидуальные консультации
3	Векторное поле	2	4	4				8	Контрольная работа №2
4	Дифференциальные операции второго порядка	2	1	1		1		4	Индивидуальные консультации
5	Тензорный анализ	2	4	4		2		8	Индивидуальные консультации
	в том числе с ЭО и ДОТ					*2*			*Индивидуальные консультации*
		2					0,3	1,7	Зачет
	ИТОГО		**17**	**17**		**4**	**0,3**	**33,7**	
	в том числе с ЭО и ДОТ					***2***			

5. Общие положения

Содержание разделов дисциплины:

1. Векторная алгебра и элементы дифференциальной геометрии.

1.1. Скалярные и векторные величины. Вектор и его характеристики. Системы координат, базис.

1.2. Векторная функция. Дифференцирование векторной функции. Формула Тейлора для векторной функции.

1.3. Дифференциальная геометрия линии в пространстве. Длина дуги линии. Кривизна, кручение. Главная нормаль и бинормаль. Понятия касательной, соприкасающейся и спрямляющей плоскостей.

2. Скалярное поле.

2.1. Определение. Поверхность уровня скалярного поля.

2.2. Градиент скалярного поля. Оператор набла в декартовой системе координат.

2.4. Производная по направлению. Физический смысл.

3. Векторное поле.

3.1. Понятие векторного поля. Векторные линии.

3.2. Поток векторного поля. Физический смысл потока через замкнутую поверхность.

3.3. Дивергенция векторного поля. Инвариантное определение. Выражение для дивергенции в декартовой системе координат. Теорема Гаусса – Остроградского.

3.4. Циркуляция векторного поля. Понятие ротора векторного поля и его физический смысл. Выражение для ротора в декартовой системе координат. Теорема Стокса.

3.5. Потенциальное поле. Примеры. Нахождение потенциала потенциального поля.

3.6. Соленоидальное поле. Векторный потенциал.

4. Дифференциальные операции второго порядка.

4.1. Оператор Лапласа.

4.2. Криволинейные системы координат. Выражение для градиента, дивергенции и ротора в криволинейной системе координат. Коэффициенты Ламэ. Цилиндрическая система координат. Сферическая система координат.

5. Тензорный анализ.

5.1 Переход от одного ортогонального базиса к другому. Преобразование базиса и координат вектора. Определение тензора в ортогональном базисе. Действия над тензорами.

5.2 Главные направления тензора. Тензорные инварианты. Собственные значения и собственные векторы.

5.3 Символ Кронекера. Псевдотензоры. Тензор Леви-Чивиты.

5.4 Тензоры в косоугольном базисе. Метрический тензор. Ковариантные и контравариантные компоненты тензора.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначени-

ем и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «Векторный и тензорный анализ» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTex;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Нарынская Е.Н., Поваров А.В. Векторное и тензорное исчисление (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005. 96 с. http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20051719.pdf (электронный ресурс)

б) дополнительная литература

1. Большаков Ю.И., Медведева Л.Б. Математика для студентов в задачах и упражнениях по физике. Ярославль: ЯрГУ, 2009. 131 с.
2. Аливердиева Э.И., Левашкина Е.В., Орлов М.И. Тензорная алгебра и абсолютное дифференциальное исчисление : Учеб. пособие - М. : МИСиС, 2002. Режим доступа: http://www.studentlibrary.ru/book/Misis_272.html (электронный ресурс)
3. Казакова О.Н., Фомина Т.А., Харитонова С.В., Рустанов А.Р. Практикум по линейной и тензорной алгебре: учебное пособие / - Оренбург: ОГУ, 2017. - http://www.studentlibrary.ru/book/ISBN9785741018279.html (электронный ресурс)

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Профессор кафедры
теоретической физики, д.ф.-м.н. Д.А. Румянцев

должность, ученая степень *И.О. Фамилия*

Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Векторный и тензорный анализ»

Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине

1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущего контроля успеваемости

Контрольная работа №1 по теме «Векторная алгебра и элементы дифференциальной геометрии»

Найти векторы касательной и главной нормали, а также радиус кривизны следующей линии: (10 баллов)

$$\vec{r} = a\,\ln(\cos t)\,\vec{i} + a\,\ln(\sin t)\,\vec{j} + \sqrt{2}a\,t\,\vec{k}\ .$$

Контрольная работа №2 по теме «Векторное поле»

Вычислить градиент скалярного поля: (5 баллов)

$$f = \frac{k\,r}{(1+k^2r^2)^2},$$

а также дивергенцию и ротор векторного поля: (5 баллов)

$$\vec{A} = \frac{\vec{r}}{1+(\vec{a}\cdot\vec{r})^2}.$$

<u>Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:</u>

Оценка по результатам контрольной работы определяется в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание оценивается в максимальное количество баллов, указанное по данному заданию в варианте.

Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применена методика выполнения задания, но ответ не получен или имеются ошибки в численных расчетах.

Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.

2 Список вопросов и (или) заданий для проведения итоговой аттестации

Список вопросов к зачету:

1. Векторная функция. Годограф. Дифференцирование векторных функций. Формула Тейлора.
2. Линия в пространстве. Касательная. Соприкасающаяся плоскость. Главная нормаль. Бинормаль.
3. Кривизна линии. Радиус кривизны.
4. Кручение линии. Радиус кручения.
5. Основные уравнения дифференциальной геометрии линии.
6. Дифференциальная геометрия линии. Формулы Френе-Серре.
7. Винтовая линия. Кривизна и кручение.
8. Скалярное поле. Поверхности уровня. Градиент скалярного поля.

9. Скалярное поле. Производная по направлению.
10. Векторное поле. Поток вектора через поверхность.
11. Векторное поле. Дифференциальные уравнения векторных линий.
12. Дивергенция векторного поля. Свойства дивергенции.
13. Теорема Остроградского-Гаусса.
14. Циркуляция вектора по кривой. Свойства циркуляции.
15. Ротор векторного поля. Свойства ротора.
16. Теорема Стокса для векторного поля.
17. Оператор «набла».
18. Дифференциальные операции второго порядка.
19. Потенциальное поле. Вычисление скалярного потенциала при заданном поле.
20. Соленоидальное поле. Вычисление векторного потенциала при заданном поле.
21. Переход от одного ортогонального базиса к другому. Преобразование базиса и координат вектора.
22. Определение тензора в ортогональном базисе. Действия над тензорами.
23. Главные направления тензора. Тензорные инварианты.
24. Собственные значения и собственные векторы.
25. Псевдотензоры. Тензор Леви-Чивита.
26. Тензоры в косоугольном базисе. Метрический тензор. Ковариантные и контравариантные компоненты тензора.
27. Криволинейные системы координат. Коэффициенты Ламе.
28. Коэффициенты Ламе. Градиент в криволинейных координатах.
29. Дивергенция в криволинейных координатах.
30. Ротор в криволинейных координатах.
31. Оператор Лапласа в криволинейных координатах.
32. Цилиндрическая система координат. Дивергенция в цилиндрических координатах.
33. Сферическая система координат. Дивергенция в сферических координатах.
34. Цилиндрическая система координат. Ротор в цилиндрических координатах.
35. Сферическая система координат. Ротор в сферических координатах.
36. Цилиндрическая система координат. Оператор Лапласа в цилиндрических координатах.
37. Сферическая система координат. Оператор Лапласа в сферических координатах.

3. Правила выставления оценки на зачете

На зачете проверяется сформированность компетенции ОПК-1, (индикатор ИД-ОПК-1_1) в части знаний о специальных математических объектах и их связи с физическими величинами; о различных системах координат; о скалярном и векторном полях и их физических характеристиках; о тензоре n-го ранга в ортогональной системе координат; о криволинейных системах координат. инвариантное определение градиента, дивергенции, ротора и их физический смысл; об операторе набла и операторе Лапласа в декартовой системе координат и индикатор ИД-ОПК-1_2 в части умений работать с векторными величинами в произвольной системе координат (декартовой, сферической и цилиндрической); вычислять градиент скалярного поля, дивергенцию и ротор векторного поля; выполнять простейшие операции над тензорами произвольного ранга; применять теорему Остроградского–Гаусса и теорему Стокса для вычисления интегралов по замкнутой кривой, поверхности и объему, навыков вычисления потока векторного поля; вычисления градиента, дивергенции и ротора в системах координат; нахождения функции потенциального поля).

Оценка «Зачтено» выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на основные вопросы и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагается в терминах векторного и тензорного анализа, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Не зачтено» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Не зачтено» выставляется также студенту, который отказался отвечать на вопросы.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины
«Векторный и тензорный анализ»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной задачей данного курса является обучение студентов методам векторного и тензорного исчисления и иллюстрация того, как реально используются эти методы при решении физических задач.

В процессе обучения студенты должны научиться работать с векторными величинами в произвольной системе координат (декартовой, сферической и цилиндрической), вычислять градиент скалярного поля, дивергенцию и ротор векторного поля, выполнять простейшие операции над тензорами произвольного ранга, применять теорему Остроградского–Гаусса и теорему Стокса при вычислении интегралов по поверхности и объему.

Все лекционные занятия должны быть закреплены практическими занятиями, на которых студенты приобретают навык вычисления и анализа поставленной задачи и полученного результата.

1. Векторная алгебра и элементы дифференциальной геометрии.

1.1. Скалярные и векторные величины. Вектор и его характеристики. Системы координат, базис.

Рекомендации: *Дать определение вектора, базиса. Вывести матрицу перехода – матрицу, при помощи которой преобразуются координаты вектора при переходе от одного ортогонального базиса к другому.*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

1.2. Векторная функция. Дифференцирование векторной функции. Формула Тейлора для векторной функции.

Рекомендации: *Дать определение векторной функции, производной векторной функции и свойства.*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

1.3. Дифференциальная геометрия линии в пространстве. Кривизна, кручение. Главная нормаль и бинормаль. Понятие соприкасающейся плоскости.

Рекомендации: *Дать определение орта е касательной, бинормали и нормали, как пример ортонормированной системы координат. Вывести три основных уравнения дифференциальной геометрии линии. Ввести понятие кривизны, кручения и пояснить их физический смысл. Рассмотреть движение тела по винтовой линии, найти проекцию скорости и ускорения тела на оси естественного трехгранника при естественном способе описания движения.*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

2. Скалярное поле.

2.1. Определение. Поверхность уровня скалярного поля.

Рекомендации: *Дать определение скалярного поля и привести примеры скалярных полей. Раскрыть понятие поверхности уровня.*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

2.2. Градиент скалярного поля. Оператор набла в декартовой системе координат.

Рекомендации: *Дать определение градиента скалярного поля через оператор набла в декартовой системе координат. Доказать первую теорему о градиенте. Рассмотреть свойства градиента и методы его вычисления на конкретных примерах.*
Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. "Векторное и тензорное исчисление" (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

2.3. Производная по направлению. Физический смысл.
Рекомендации: *Дать определение производной по направлению и раскрыть ее физический смысл. Дать инвариантное определение градиента скалярного поля. Доказать вторую теорему о градиенте.*
Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. "Векторное и тензорное исчисление" (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

3. Векторное поле.

3.1. Понятие векторного поля. Векторные линии.
Рекомендации: *Дать определение векторного поля и векторных линий (линий тока). Привести примеры.*
Литература: *1. Нарынская Е.Н., Поваров А.В. "Векторное и тензорное исчисление" (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

3.2. Поток векторного поля. Физический смысл потока через замкнутую поверхность.
Рекомендации: *Ввести понятие потока векторного поля на примере поля скоростей жидкостей. Дать инвариантное определение потока векторного поля. Привести примеры.*
Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. "Векторное и тензорное исчисление" (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

3.3. Дивергенция векторного поля. Инвариантное определение. Выражение для дивергенции в декартовой системе координат. Теорема Остроградского–Гаусса.
Рекомендации: *Раскрыть понятие источника и стока поля, связь наличия источников поля с потоком векторного поля через замкнутую поверхность. Ввести понятие дивергенции векторного поля. Получить формулу для вычисления дивергенции поля в декартовой системе координат. Доказать теорему Гаусса-Остроградского. Рассмотреть свойства дивергенции и методы ее вычисления на конкретных примерах.*
Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В ."Векторное и тензорное исчисление" (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

3.4. Циркуляция векторного поля. Понятие ротора векторного поля и его физический смысл. Выражение для ротора в декартовой системе координат. Теорема Стокса.
Рекомендации: *Ввести понятие циркуляции векторного поля и ротора векторного пол. Раскрыть их физический смысл. Привести примеры. Дать инвариантное определение ротора поля. Вывести формулу для вычисления ротора поля в декартовой системе координат. Доказать теорему Стокса. Рассмотреть свойства ротора и методы его вычисления на конкретных примерах.*
Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. "Векторное и тензорное исчисление" (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

3.5. Потенциальное поле. Примеры. Нахождение потенциала потенциального поля.
Рекомендации: *Дать определение потенциального поля. Рассмотреть примеры – гравитационное и кулоновское поля. Доказать необходимое и достаточное условия потенциальности поля. Ввести понятие потенциальной функции поля и способы ее нахождения по заданному полю.*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

3.6. Соленоидальное поле. Векторный потенциал.

Рекомендации: *Дать определение соленоидального поля. Рассмотреть центральное поле как пример соленоидального. Доказать необходимое и достаточное условия соленоидальности поля. Рассмотреть свойства соленоидального поля..*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

4. Дифференциальные операции второго порядка.

4.1. Оператор Лапласа.

Рекомендации: *Дать определение оператора Лапласа в декартовой системе координат и рассмотреть его свойства. Рассмотреть возможные дифференциальные операции второго порядка.*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

Криволинейные системы координат. Выражение для градиента, дивергенции и ротора в криволинейной системе координат. Коэффициенты Ламэ. Цилиндрическая система координат. Сферическая система координат.

Рекомендации: *Рассмотреть криволинейные ортогональные системы координат: сферическая, цилиндрическая. Получить выражение для вычисления градиента и дивергенции в этих системах координат. Рассмотреть произвольную криволинейную системы координат и получить выражение для вычисления градиента, дивергенции и ротора в произвольной системе. Проверить из общей формулы частный случай цилиндрического поля.*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.* ***2****. Письменный Д.Т. “Лекции по высшей математике”. Часть 2. М.: Аирф ПРЕСС, 2004.* ***3****. Корн Г., Корн Т. “Справочник по математике для научных работников и инженеров”. М.: Наука, 1984.*

5. Тензорный анализ.

5.1. Переход от одного ортогонального базиса к другому. Преобразование базиса и координат вектора. Определение тензора в ортогональном базисе. Действия над тензорами.

Рекомендации: *Дать определение тензора в ортогональном базисе. Ввести понятие тензорной формы записи. Получить матрицу перехода от одного ортогонального базиса к другому в тензорном виде. Рассмотреть свойства тензоров: симметричность, антисимметричность. Ввести операцию суммирования, вычитания, свертки, произведения двух тензоров.*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.* ***2****. Акивис М.А., Гольдберг В.В. “Тензорное исчисление”. М.: Наука, 1972.* ***3****. Корн Г., Корн Т. “Справочник по математике для научных работников и инженеров”. М.: Наука, 1984.* ***4.*** *Победря Б.Е. ”Лекции по тензорному анализу”. М., Наука, 1986.* ***5.*** *Борисенко А.И., Тарапов И.Е. “Векторный анализ и начала тензорного исчисления”. М.: Высшая школа, 1966.*

5.2. Главные направления тензора. Тензорные инварианты. Собственные значения и собственные векторы.

Рекомендации: *Дать определение главных направлений тензора и тензорных инвариантов. Приведение тензора к диагональному виду.*

Литература: 1. *Нарынская Е.Н., Поваров А.В. ”Векторное и тензорное исчисление” (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.* ***2****. Акивис М.А., Гольдберг В.В. “Тензорное ис-*

числение". М.: Наука, 1972. ***3****. Корн Г., Корн Т. "Справочник по математике для научных работников и инженеров". М.: Наука, 1984.* ***4.*** *Победря Б.Е. "Лекции по тензорному анализу". М., 1986.* ***5.*** *Борисенко А.И., Тарапов И.Е. "Векторный анализ и начала тензорного исчисления". М.: Высшая школа, 1966.*

5.3. Символ Кронекера. Псевдотензоры. Тензор Леви-Чивиты.

Рекомендации: *Ввести символ Кронекера и тензор Леви-Чивиты. Рассмотреть их свойства. Проверить, что первый тензор – симметричный, а второй – антисимметричный. Дать определение псевдотензора и, как частный случай, псевдовектора, псевдоскаляра.*
Литература: 1. Нарынская Е.Н., Поваров А.В. "Векторное и тензорное исчисление" (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005
Тензоры в косоугольном базисе. Метрический тензор. Ковариантные и контравариантные компоненты тензора.

Рекомендации: *Дать определение тензора в косоугольном базисе. Ввести понятие метрического тензора. Ввести понятие ковариантных и контравариантных компонент тензора.*

Литература: *1. Нарынская Е.Н., Поваров А.В. "Векторное и тензорное исчисление" (учебное пособие). Ярославль: ЯрГУ, 2005.*

Распределение времени для изучения данного курса лучше всего планировать, предусматривая регулярное повторение пройденного материала. Материал, законспектированный на лекции, необходимо регулярно дополнять информацией, полученной из учебной литературы. Для этого студентам рекомендуется использовать основную и дополнительную литературу из списка рекомендованной литературы.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач в аудитории и самостоятельно в качестве домашних заданий (это является хорошим критерием для самопроверки качества освоения материала), активное участие в практических занятиях. При подготовке к практическим занятиям студентам рекомендуется регулярно изучать лекционный материал. Студентам в качестве самостоятельной работы задаются задачи для домашней работы. Примеры решения задач разбираются на практических занятиях, поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Важной частью самостоятельной работы студентов является подготовка к экзамену. Список вопросов к зачету прилагается.