

Артёмова Т.К., кандидат физико-математических наук, доцент Ярославского государственного университета им. П.Г. Демидова

Построены математические модели искажений отсчетов определяемого электромагнитного поля, рассеянного точечным объектом, для различных конфигураций скрещенных решеток активной системы радиовидения: скрещенные решетки с подвижной приемной, крестообразно скрещенные линейные решетки. Получены рекомендации по выбору размеров синтезируемой апертуры в зависимости от необходимого уровня точности определения поля. Проведенный анализ искажений позволяет рекомендовать антенную систему в виде крестообразно расположенных передающей и приемной ЛАР. Разработанные модели являются основой для разработки метода цифровой компенсации аббераций системы радиовидения, который улучшит точность регистрации ЭМП и повысит вследствие этого разрешающую способность системы.

Системы активного радиовидения, в том числе радиоголографические, позволяют регистрировать рассеянный объектом сигнал с некоторым качеством, зависящим наряду с другими факторами, от геометрии антенной системы (АС). В литературе [1] описана схема регистрации, использующая не двумерную антенную решетку (АР), которая обычно используется для таких задач, а скрещенные передающую и приемную линейные антенные решетки (ЛАР). При этом упрощается и удешевляется конструкция системы радиовидения, однако, поскольку такая антенная система не покрывает в процессе регистрации всей области пространства, в которой определяется электромагнитное поле (ЭМП), неизбежны искажения.

Поставим целью оценить и исследовать искажения регистрируемой комплексной амплитуды рассеянного ЭМП, вносимые геометрией АС в виде скрещенных решеток, по сравнению с двумерной АР, что необходимо для последующей разработки метода их цифровой компенсации

Пусть положение стационарного точечного объекта относительно декартовой системы координат характеризуется радиус-вектором $\vec{r}^O(x^O, y^O, z^O)$, а его отражательная способность – комплексной бистатической диаграммой рассеяния, которую в данной работе будем полагать равномерной $\dot{\sigma}(\theta_1, \varphi_1, \theta_2, \varphi_2) = \dot{\sigma}^O$.

Пусть объект облучается монохроматическим сигналом с длиной волны λ от точечного источника, имеющего амплитуду \dot{E}^i , и находящегося в точке \vec{r}^i . В соответствии с импульсной характеристикой свободного пространства [2] $h(\vec{r}) = e^{ik|\vec{r}|}/|\vec{r}|$, где $k = 2\pi/\lambda$ – постоянная распространения, освещающее поле определяется интегралом по области источников V^i :

$$\dot{E}_1(\vec{r}^0) = \int_{V^i} \dot{E}^i \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}^i) \cdot h(\vec{r}^0 - \vec{r}^i) dV^i = \dot{E}^i \cdot h(\vec{r}^0 - \vec{r}^i). \quad (1)$$

Тогда рассеянное объектом поле в точке приема, характеризуемой радиус-вектором \vec{r}^r , с учетом того, что θ_1, φ_1 – компоненты пространственного угла между векторами \vec{r}^i и \vec{r}^o , а θ_2, φ_2 – угла между векторами \vec{r}^o и \vec{r}^r , определяется интегралом по области объекта V^o :

$$\begin{aligned} \dot{E}_2(\vec{r}^r) &= \int_{V^o} \dot{E}_1(\vec{r}^o) \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}^o) \cdot \dot{\sigma}^o(\angle(\vec{r}^i, \vec{r}^o); \angle(\vec{r}^o, \vec{r}^r)) \cdot h(\vec{r}^r - \vec{r}^o) dV^o = \\ &= \dot{E}^i \cdot h(\vec{r}^o - \vec{r}^i) \cdot \dot{\sigma}^o \cdot h(\vec{r}^r - \vec{r}^o). \end{aligned} \quad (2)$$

Построим математические модели регистрируемого ЭМП для трех конфигураций антенной системы (рис. 1).

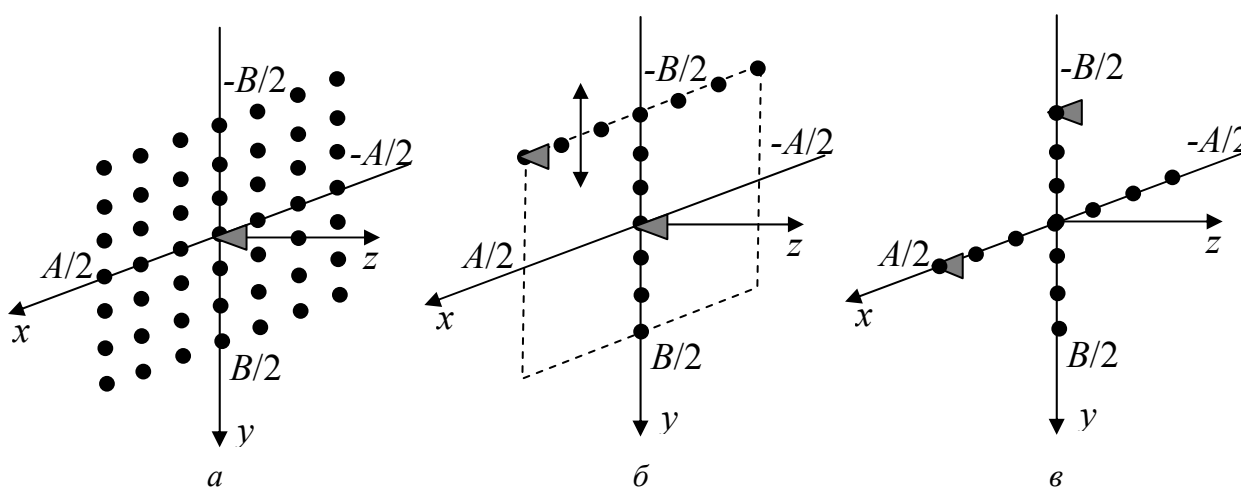


Рис. 1. Исследуемые геометрии антенной системы: а – двумерная АР, б – скрещенные ЛАР с перемещающейся приемной решеткой, в – крест из ЛАР

Двумерная антенная решетка (рис. 1 а). Пусть регистрация поля осуществляется двумерной приемной антенной решеткой точечных антенных элементов с равномерными диаграммами направленности. Пусть $M \times N$ элементов, размещенных в пространстве с интервалами dx по оси x и dy по оси y , образуют в совокупности апертуру $A \times B$, где $A = Mdx$, $B = Ndy$. Присвоим элементу АР индекс nm , тогда местоположение приемного элемента характеризуется радиус-вектором $\vec{r}_{nm}^r(x_{nm}^r, y_{nm}^r, z^r)$. Рассеянное поле $\dot{E}_2(x^r, y^r)$ в плоскости регистрации (x^r, y^r) представляет собой сумму пространственных отсчетов:

$$\dot{E}_2(x^r, y^r) = \sum_{n=1}^N \sum_{m=1}^M \dot{E}_2(x^r, y^r, z^r) \cdot \delta(x - x_{nm}^r, y - y_{nm}^r, z - z_{nm}^r) = \dot{E}_2(x_{nm}^r, y_{nm}^r). \quad (3)$$

В соответствии с (2),

$$\dot{E}_2^{(1)}(x_{nm}^r, y_{nm}^r) = \dot{E}^i \cdot \dot{\sigma}^o \cdot \frac{e^{ik \left[|\vec{r}^o - \vec{r}^i| + |\vec{r}_{nm}^r - \vec{r}^o| \right]}}{\left| \vec{r}^o - \vec{r}^i \right| \cdot \left| \vec{r}_{nm}^r - \vec{r}^o \right|}. \quad (4)$$

Выбирая систему координат так, чтобы ее начало совпало с центром приемной антенной решетки, опишем координаты приемных элементов в виде: $x_m^r = -A/2 + mdx$; $y_n^r = -B/2 + ndy$; $z^r = 0$. Рассмотрим частный случай, когда $x^i = y^i = 0$, а объект имеет координаты $(0; 0; z^o)$. Тогда модель комплексной амплитуды отсчетов рассеянного поля (4) принимает вид:

$$\dot{E}_{2nm}^{(1)} = \dot{E}^i \dot{\sigma}^o \cdot \frac{e^{ik|z^o|}}{|z^o|} \cdot \frac{e^{ik\sqrt{(mdx-A/2)^2 + (ndy-B/2)^2 + z^{o2}}}}{\sqrt{(mdx-A/2)^2 + (ndy-B/2)^2 + z^{o2}}}. \quad (5)$$

Скрещенные ЛАР с движущейся приемной решеткой (схема 2, рис. 1 б). Пусть источники располагаются в вертикальной ЛАР. Тогда местоположение n -го источника из N характеризуется радиус-вектором $\vec{r}_n^i(x^i, y_n^i, z^i)$. Пусть приемные элементы (рис. 1) с номером $n = \overline{1, N}$ располагаются в ортогональной горизонтальной ЛАР, перемещаемой синхронно с переключением излучателей, и характеризуются радиус-вектором $\vec{r}_{nm}^r(x_n^r, y_{nm}^r, z^r)$. Тогда

$$\dot{E}_{2nm}^{(2)} = \dot{E}_n^i \cdot h(\vec{r}^o - \vec{r}_n^i) \cdot \dot{\sigma}^o \cdot h(\vec{r}_{nm}^r - \vec{r}^o) = \dot{E}_n^i \cdot \dot{\sigma}^o \cdot \frac{e^{ik\left[|\vec{r}^o - \vec{r}_n^i| + |\vec{r}_{nm}^r - \vec{r}^o|\right]}}{\left|\vec{r}^o - \vec{r}_n^i\right| \cdot \left|\vec{r}_{nm}^r - \vec{r}^o\right|}. \quad (6)$$

Пусть активный излучающий элемент всегда находится в центре приемной ЛАР, тогда $y_{nm}^r = y_n^i = ndy - B/2$, и, в частном случае $x^i = x^o = y^o = 0$ и симметричного расположения ЛАР относительно начала координат, (6) приводится к виду:

$$\dot{E}_{2nm}^{(2)} = \dot{E}_n^i \dot{\sigma}^o \cdot \frac{e^{ik\left[\sqrt{(ndy-B/2)^2 + z^{o2}} + \sqrt{(mdx-A/2)^2 + (ndy-B/2)^2 + z^{o2}}\right]}}{\sqrt{(ndy-B/2)^2 + z^{o2}} \cdot \sqrt{(mdx-A/2)^2 + (ndy-B/2)^2 + z^{o2}}}. \quad (7)$$

Крест из неподвижных ЛАР (схема 3, рис. 1 в). Местоположение n -го источника из N элементов вертикальной ЛАР характеризуется, как и в предыдущем случае, радиус-вектором $\vec{r}_n^i(x^i, y_n^i, z^i)$. Однако приемные антенны размещаются на неподвижной горизонтальной ЛАР так, что их местоположение в пространстве фиксировано и для m -го приемного элемента решетки характеризуется радиус-вектором $\vec{r}_m^r(x_m^r, y^r, z^r)$.

Поскольку в этом случае сигнал каждого из источников, дифрагировав на объекте, принимается одной и той же ЛАР приемников, то можно образовать фиктивную матрицу \dot{E}_2 , записав в каждую ее n -ю строку поле, рассеянное объектом при облучении объекта с m -го

ракурса, характеризуемого углом между радиус-векторами, соединяющими центр линейки источников с центром объекта и текущий излучатель с центром объекта:

$$\dot{E}_{2nm}^{(3)} = \dot{E}_n^i \cdot h(\vec{r}^o - \vec{r}_n^i) \cdot \vec{\sigma}^o \cdot h(\vec{r}_m^r - \vec{r}^o) = \dot{E}_n^i \cdot \vec{\sigma}^o \cdot \frac{e^{ik \left[|\vec{r}^o - \vec{r}_n^i| + |\vec{r}_m^r - \vec{r}^o| \right]}}{|\vec{r}^o - \vec{r}_n^i| \cdot |\vec{r}_m^r - \vec{r}^o|}. \quad (8)$$

В частном случае $x^i = x^o = y^o = 0$ и симметричного расположения ЛАР относительно начала координат (8) преобразуется к виду:

$$\dot{E}_{2nm}^{(3)} = \dot{E}_n^i \vec{\sigma}^o \cdot \frac{e^{ik \left[\sqrt{(ndy - B/2)^2 + z^{o2}} + \sqrt{(mdx - A/2)^2 + y^{r2} + z^{o2}} \right]}}{\sqrt{(ndy - B/2)^2 + z^{o2}} \cdot \sqrt{(mdx - A/2)^2 + y^{r2} + z^{o2}}}. \quad (9)$$

Выражение (9) отличается от (4), следовательно определяемое в соответствии с (9) рассеянное поле является искаженным, однако характер искажений отличается от вносимых в (7).

Итак, комплексная амплитуда рассеянного объектом поля (2) для случаев трех вышеописанных конфигураций АС моделируется выражениями (4), (6) и (8), которые в частном случае симметричной АР и располагающегося на оси z точечного объекта принимают вид (5), (7) и (9) соответственно.

2. Искажения, вносимые антенной системой в виде скрещенных решеток

Представим измеряемую комплексную амплитуду сигнала в виде $\dot{E}_{2nm} = A_{nm} e^{i\varphi_{nm}}$, где A_{nm} – амплитуда отсчетов ЭМП, φ_{nm} – их фаза. Пусть амплитуда отсчетов в \dot{E}_{2nm} отклоняется от амплитуды поля модели (4) на величину ΔA_{nm} , а фаза – на величину $\Delta\varphi_{nm}$. Тогда искажения в отсчетах \dot{E}_{2nm} можно представить в виде:

$$\Delta \dot{E}_{2nm} = (A + \Delta A) e^{i(\varphi + \Delta\varphi)} = \dot{E}_{2nm} (e^{i\Delta\varphi} - 1) + \Delta A \cdot e^{i\Delta\varphi} \cdot e^{i\varphi_{nm}}. \quad (10)$$

Введем координаты точек наблюдения \bar{x}, \bar{y} и исследуем распределение амплитудной и фазовой ошибок по области определения поля $\{\bar{x}, \bar{y}\}$.

Абсолютная ΔA_{nm} и относительная εA_{nm} ошибки определения амплитуды отсчетов ЭМП составят для второй (рис. 1 б) и третьей (рис. 1 в) конфигураций АС соответственно:

$$\Delta A_{nm}^{(2)} = \left| \dot{E}_{2nm}^{(1)} - \dot{E}_{2nm}^{(2)} \right|; \quad \varepsilon A_{nm}^{(2)} = \Delta A_{nm}^{(2)} / \left| \dot{E}_{2nm}^{(1)} \right|; \quad (11)$$

$$\Delta A_{nm}^{(3)} = \left| \dot{E}_{2nm}^{(1)} - \dot{E}_{2nm}^{(3)} \right|; \quad \varepsilon A_{nm}^{(3)} = \Delta A_{nm}^{(3)} / \left| \dot{E}_{2nm}^{(1)} \right|. \quad (12)$$

Абсолютная фазовая ошибка $\Delta\varphi$ составит:

$$\Delta\varphi_{nm}^{(2)} = \varphi_{nm}^{(1)} - \varphi_{nm}^{(2)}; \quad \Delta\varphi_{nm}^{(3)} = \varphi_{nm}^{(1)} - \varphi_{nm}^{(3)}. \quad (13)$$

В частном случае источника, расположенного на оси z ,

$$\varepsilon A_{nm}^{(2)} = 1 - \frac{|z^0|}{\sqrt{\bar{y}^2 + z^{02}}}, \quad \varepsilon A_{nm}^{(3)} = 1 - \frac{|z^0| \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + z^{02}}}{\sqrt{\bar{y}^2 + z^{02}} \sqrt{\bar{x}^2 + z^{02}}}, \quad (14)$$

$$\Delta \varphi_{nm}^{(2)} = k \left[|z^0| - \sqrt{\bar{y}^2 + z^{02}} \right], \quad (15)$$

$$\Delta \varphi_{nm}^{(3)} = k \left[|z^0| + \sqrt{\bar{x}^2 + \bar{y}^2 + z^{02}} - \sqrt{\bar{y}^2 + z^{02}} - \sqrt{\bar{x}^2 + z^{02}} \right]. \quad (16)$$

Из (14) – (16) видно, что искажения вносятся в сигнал за счёт многоракурсного освещения объекта и нехватки данных в области анализа.

На рис. 2–3 представлены результаты численного моделирования ЭМП точечного рассеивателя, определяемого активной системой радиовидения, при следующих параметрах: антенные решетки по 64 элемента, образующие апертуру $1 \times 1 \text{ м}^2$, $\lambda = 0,008 \text{ м}$, $z^0 = 30 \text{ м}$.

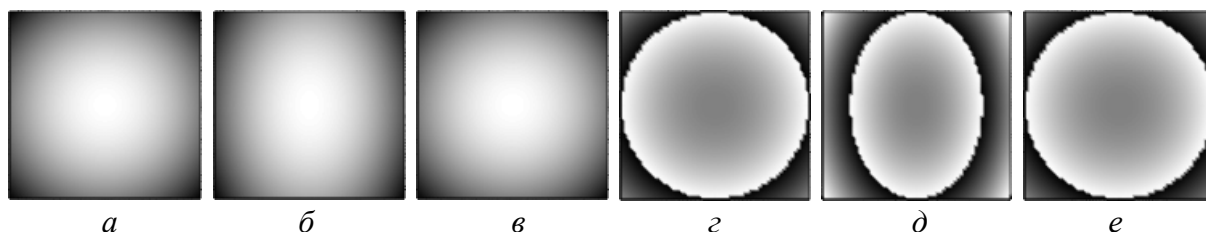


Рис. 2. Форма распределения ЭМП точечного рассеивателя по области анализа при регистрации АС различных конфигураций. Двумерная АР: а – амплитуда, г – фаза; скрещенные ЛАР с перемещающейся приемной: б – амплитуда, д – фаза; крест из ЛАР: в – амплитуда, е – фаза

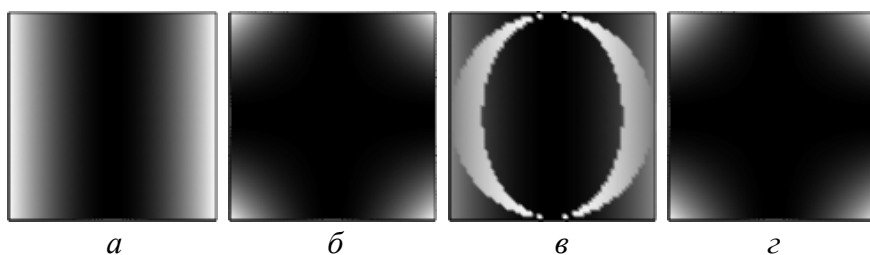


Рис. 3. Форма распределения ошибки регистрации ЭМП точечного рассеивателя по области анализа при регистрации АС различных конфигураций. Скрещенные ЛАР с перемещающейся приемной: а – амплитуда, в – фаза; крест из ЛАР: б – амплитуда, г – фаза

Анализируя выражения для ошибок (14) – (16) и рис. 3, можно заметить, что в них присутствует симметрия, характерная данным схемам регистрации. Величина $\varepsilon A_{nm}^{(2)}$ не зависит от координаты вдоль источников и является симметричной относительно оси y ; $\varepsilon A_{nm}^{(3)}$ раз-

личается и по \bar{x} , и по \bar{y} , и в случае симметричного расположения объекта относительно начала координат является симметричной относительно обеих осей, при этом совокупность точек в области анализа, лежащих на осях x и y , представляют собой область, где результаты регистрации крестообразной АС идентичны растровой регистрации поля.

Нарушение симметрии в геометрии антенной системы ведет к резкому возрастанию ошибки определения ЭМП и росту неравномерности ее распределения по области регистрации (рис. 4).

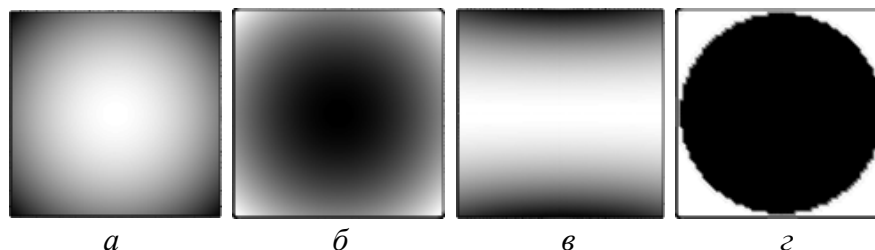


Рис. 4. Искажения, вносимые асимметрией АС: а, б – форма распределения амплитуды и фазы ЭМП точечного рассеивателя по области анализа для крестообразной ЛАР при сдвиге приемной ЛАР по оси y на величину 1,1 м; в, г – форма распределения ошибки регистрации ЭМП

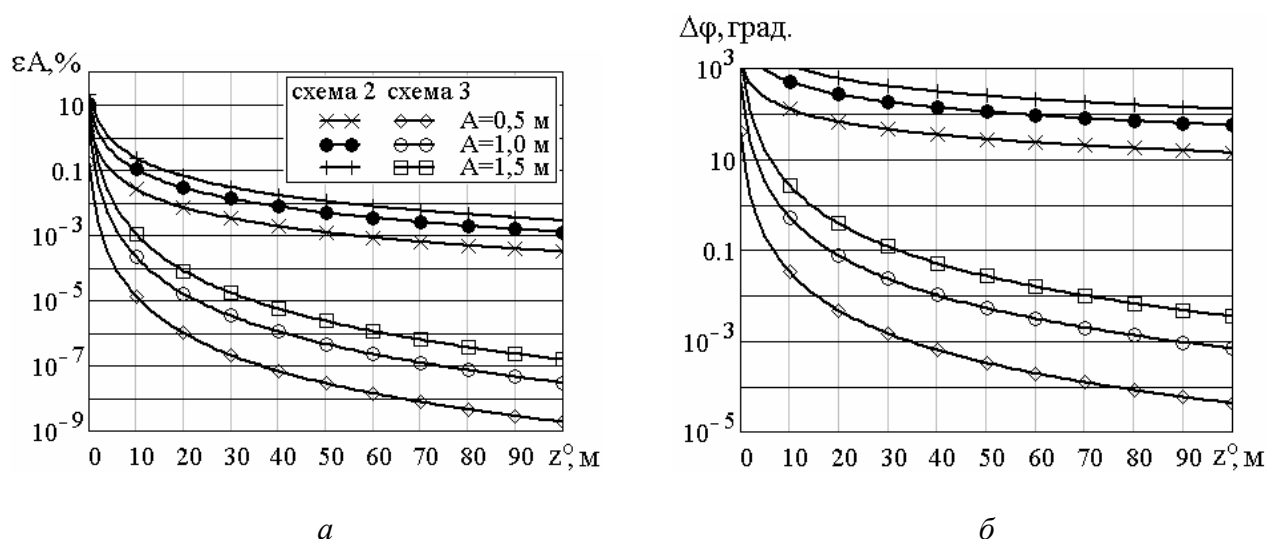


Рис. 5. Зависимость ошибок определения амплитуды (а) и фазы (б) ЭМП точечного рассеивателя от дальности до объекта z^0 и размера апертуры A

С ростом расстояния от объекта до системы радиовидения относительная ошибка определения амплитуды ЭМП монотонно уменьшается (рис. 5). Это объясняется тем, что с ростом z^0 амплитудно-фазовое распределение ЭМП, рассеянного объектом, в области регистрации выравнивается и в асимптотическом пределе при $z^0 \rightarrow \infty$ становится равномерным и, следовательно, недостаток данных в областях, где вместо фактической регистрации производится синтез матрицы отсчетов поля, перестает сказываться.

Наложив на величины εA_{nm} и $\Delta \varphi_{nm}$ ограничения $\varepsilon A_{nm} \leq \delta A$; $\varepsilon \varphi_{nm} \leq \delta \varphi$, и решая эту систему неравенств совместно, получим оценку для дальности объекта, начиная с кото-

рой результаты регистрации данным методом можно считать эквивалентными растровой регистрации поля, например, для АС в виде скрещенных ЛАР с подвижной приемной:

$$z \geq \frac{\bar{y}(1-\delta A)}{\sqrt{1-(1-\delta A)^2}} \cup z \geq \frac{\bar{y}^2 - (\delta\varphi/k)^2}{2\delta\varphi/k}. \quad (17)$$

Условия (17) должны выполняться для всех точек области анализа. Для случая скрещенных ЛАР с подвижной приемной АР это означает, что в наихудшем случае, как это следует из зависимости границ (17) от \bar{y} , $\bar{y} = B/2$ и

$$z \geq \max \left\{ \frac{(1-\delta A)B/2}{\sqrt{1-(1-\delta A)^2}}, \frac{B^2/4 - (\delta\varphi/k)^2}{2\delta\varphi/k} \right\}. \quad (18)$$

Заключение

Проведенный анализ ошибок определения ЭМП точечного рассеивателя позволяет при построении систем активного радиовидения сделать выбор в пользу неподвижной симметричной антенной системы в виде крестообразно расположенных передающей и приемной ЛАР, а также определить габариты синтезируемой антенными элементами апертуры, обеспечивающие ошибку регистрации в пределах заданного уровня. Построенные модели искажений отсчетов ЭМП позволяют разработать метод цифровой компенсации aberrаций системы радиовидения, который улучшит точность регистрации ЭМП и повысит вследствие этого разрешающую способность системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wells W.H. Acoustical imaging with linear transducer arrays – *Acoustical Holography*. / Eds: A.F. Matherell and L. Larmore. – New York: Plenum, 1970. – Vol. 2, p. 87.
2. Зверев В.А. *Радиооптика*. – М.: Сов. Радио, 1975.