МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра микроэлектроники и общей физики

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета
_____ И.С. Огнев
(подпись)

«17» мая 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
«Математический анализ»

Направление подготовки
03.03.03 Радиофизика

Направленность (профиль)
Телекоммуникационные системы и технологии

Форма обучения
очная

Программа одобрена
на заседании кафедры
от «25» апреля 2022 года, протокол № 6

Программа одобрена НМК
физического факультета
протокол № 5 от «11» мая 2022 года

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Математический анализ» является изучение основ дифференциального и интегрального исчисления функций одной и многих переменных, что вместе с другими математическими дисциплинами будет способствовать обеспечению глубокой общей математической подготовки студентов и созданию фундамента для успешного освоения физических дисциплин.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математический анализ» относится к обязательной части образовательной программы и является частью модуля «Математика». Для освоения данной дисциплины студенты должны быть знакомы с одномерным дифференциальным и интегральным исчислениями, основными понятиями школьного курса математики.

Полученные в курсе «Математический анализ» знания необходимы для изучения последующих дисциплин модуля «Математика»: «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексной переменной», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Векторный и тензорный анализ», а также для изучения фундаментальных дисциплин по физике и продолжения обучения в магистратуре.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	**Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)**	**Перечень планируемых результатов обучения**
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе педагогической деятельности	**ИД-ОПК-1.1** Осуществляет постановку задачи, выбирает способ ее решения	**Уметь:** -воспроизводить ключевые правила и приемы, используемые в математическом анализе; -переходить к моделированию задач, встречающихся в физике, механике, экономике.
	ИД-ОПК-1.2 Применяет математический аппарат, физические законы и теории для решения прикладных и теоретических задач, в том числе педагогической	**Знать:** -основные понятия и теоремы дисциплины; -геометрический и физический смысл производных и интегралов. **Владеть навыками:** -решения задач вычислительного характера; -применения производных и интегралов для решения задач математического анализа и его приложений; -интерпретации результатов вычислений на содержательном языке.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 11 зачетных единиц, 396 академических часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов и их трудоемкость (в академических часах)					Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
			Контактная работа				Самостоят. работа	
			лекции	практические	консультации	Аттестац. испытания		
1	Введение в анализ. Вещественные числа	1	4	2			2	Задания для самостоятельной работы
2	Числовые последовательности	1	4	6	2		3	Задания для самостоятельной работы
3	Предел и непрерывность функции	1	10	10	2		7	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа № 1
4	Дифференциальное исчисление функции одной переменной	1	30	30	2		10	Задания для самостоятельной работы Коллоквиум № 1
5	Неопределенный и определенный интегралы	1	20	20	2		14	Задания для самостоятельной работы. Контрольная работа № 2
		1			2	0,5	33,5	Экзамен
	Всего в 1 семестре 216 часов		**68**	**68**	**10**		**70**	
6	Функции нескольких переменных.	2	14	14	2		10	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №3
7	Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы	2	16	16	4		14	Задания для самостоятельной работы Коллоквиум № 2
8	Числовые и функциональные ряды. Ряды Фурье.	2	21	21	2		10	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №4
					2	0,5	33,5	Экзамен
	Всего во 2 семестре 180 часов		**51**	**51**	**10**		**68**	
	ИТОГО 396		**119**	**119**	**20**		**138**	

Содержание разделов дисциплины

1. Введение в анализ. Вещественные числа

Вещественные (действительные) числа и их свойства. Верхняя и нижняя грани множества. Арифметические операции над вещественными числами.

2. Числовые последовательности

Числовые последовательности. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности и их свойства. Сходящиеся последовательности и их свойства. Предельный переход в неравенствах. Монотоннные последовательности, их сходимость. Число е. Подпоследовательности. Теорема Больцано-Вейерштрасса. Критерий Коши сходимости последовательности.

3. Предел и непрерывность функции

Числовые функции. Предел функции и его свойства. Замечательные пределы и следствия из них. Непрерывность функции в точке. Точки разрыва и их классификация. Теоремы Вейерштрасса, теоремы Больцано-Коши. Свойства бесконечно малых и бесконечно больших функций. Символы Ландау. Непрерывность сложной и обратной функции. Равномерная непрерывность функции. Теорема Кантора.

4. Дифференциальное исчисление функций одной переменной

Производная, ее физическая и геометрическая интерпретация. Дифференцируемость функции. Дифференциал и его свойства. Дифференцирование суммы, разности, произведения и частного функций. Производная степени с натуральным показателем. Производная обратной функции. Дифференцирование сложной функции. Логарифмическая производная. Производные логарифмической, показательной, степенной функции, тригонометрических и аркфункций, степенно-показательных функций. Производные и дифференциалы высших порядков. Формула Лейбница. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа и Коши. Дифференцирование неявной и параметрически заданной функции. Локальный экстремум и условия его существования. Формула Тейлора с остаточным членом в форме Пеано и в форме Лагранжа. Формула Тейлора для важнейших элементарных функций. Выпуклость, точки перегиба. Раскрытие неопределенностей, правило Лопиталя. Асимптоты. Монотонность и постоянство. Исследование функции и построение ее графика.

5. Неопределенный и определенный интегралы

Первообразная, неопределенный интеграл и его свойства. Интегрирование по частям и замена переменной интегрирования. Интегрирование рациональных функций и тригонометрических функций. Интегрирование дробно-линейных иррациональностей и биномиальных дифференциалов. Подстановки Эйлера. Определенный интеграл и его свойства. Геометрическая интерпретация. Интегральные суммы Дарбу и их свойства. Критерий интегрируемости. Интегрируемость непрерывной и монотонной функций. Формула Ньютона-Лейбница. Формулы замены переменной и интегрирования по частям в определенном интеграле. Теорема о среднем. Геометрические и механические приложения определенного интеграла. Вычисление длина дуги кривой, площади плоской фигуры, объём и площадь поверхности тела вращения. Вычисление массы, центра тяжести и работы. Несобственные интегралы.

6. Функции нескольких переменных

Понятие функции нескольких переменных. Предел в точке, непрерывность. Частные производные, дифференцируемость. Частные производные высших порядков. Теорема о смешанных производных. Производная по направлению, градиент, отыскание локального и условного экстремума. Понятие неявной функции, вычисление производных.

7. Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы

Кратные интегралы. Способы вычисления. Замена переменных в кратных интегралах. Геометрические приложения, физические приложения. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Поверхностные интегралы первого и второго рода. Приложения криволинейных и поверхностных интегралов. Формулы Грина, Остроградского, Стокса. Интегралы, зависящие от параметра.

8. Ряды

Числовые ряды, их сходимость и свойства. Критерий Коши. Знакопостоянные ряды, сравнение рядов, признаки Даламбера, интегральный и радикальный признаки Коши. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница. Абсолютная и условная сходимости. Последо-

вательности и ряды функций и их равномерная сходимость. Признаки Вейерштрасса, Дирихле и Абеля равномерной сходимости ряда функций. Интегрирование и дифференцирование ряда функций. Степенные ряды и их свойства. Теорема Коши-Адамара. Тригонометрические ряды. Ряды Фурье и их свойства.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «Математический анализ» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTex;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Основы математического анализа. Ч.1, 2 М.: Физматлит, 2009, 646 с.

2. Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука, 1990, 624 с.

б) дополнительная литература

1. Кудрявцев Л.Д. Курс математического анализа. - М.: Высшая школа, т.1, 2, 1981.
2. Никольский С.М. Курс математического анализа. – М.: Наука, т.1, 2, 1991, 543 с.
3. Ильин В.А., Садовничий В.А. Математический анализ. - М.: Наука, 1979, 662 с.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Доцент кафедры
математического анализа к.ф.-м.н. Е.Р. Семко

должность, ученая степень *И.О. Фамилия*

Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Математический анализ»

Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине

1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущего контроля успеваемости

Задания для самостоятельной работы

Задания по теме № 1 «Введение в анализ. Вещественные числа» (Раздел 1 задачника Б.П. Демидовича «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»):

Задачи на метод математической индукции, задачи на точные верхние и нижние грани множеств.

Задания по теме № 2 «Числовые последовательности» (Раздел 1 задачника Б.П. Демидовича «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»):

Задачи на определение предела, задачи на вычисление пределов последовательностей, задачи на частичные пределы, задачи на критерий Коши.

Задания по теме № 3 «Предел и непрерывность функции» (Раздел 1 задачника Б.П. Демидовича «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»):

Задачи на установление области определения функции, построение графиков функций в прямоугольной декартовой системе координат; задание функций в полярной системе координат; параметрический способ задания функций; задачи на определение предела функции, вычисление простых пределов, содержащих неопределенности, задачи на первый замечательный предел, задачи на второй замечательный предел; вычисление пределов, содержащих неопределенности разных типов; задачи на исследование функций на непрерывность; исследование точек разрыва.

Задания по теме № 4 «Дифференциальное исчисление функции одной переменной» (Раздел 2 задачника Б.П.Демидовича «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»):

Вычисление производных простейших элементарных функции с помощью пределов; вычисление производных для простых случаев суперпозиций функций; вычисление производных произведений и дробей; вычисление производных сложных функций и степенно-показательных выражений; приближенные вычисления с использованием дифференциалов; вычисление производных и дифференциалов высших порядков; задачи на исследование областей возрастания и убывания функции; задачи на вычисление пределов по правилу Лопиталя; разложение функций по формуле Тейлора; исследование графиков функций; задачи на максимум и минимум функций.

Задания по теме № 5 «Неопределенный и определенный интеграл» (Разделы 3,4 задачника Б.П.Демидовича «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»):

Вычисление простейших неопределенных интегралов; метод замены переменной; метод интегрирования по частям; интегрирование рациональных функций; интегрирование дробно-рациональных выражений; интегрирование тригонометрических выражений; вычисление более сложных интегралов разными методами; вычисление определенных интегралов через пределы интегральных сумм; вычисление простых определенных интегралов по формуле Ньютона-Лейбница; вычисление определенных интегралов с использованием замены переменной и формулы интегрирования по частям; вычисление длины дуги

кривой; вычисление площадей; вычисление объемов; вычисление координат центра масс и моментов; вычисление и определение сходимости несобственных интегралов.

Задания по теме № 6 «Функции многих переменных» (Раздел 6 задачника Б.П. Демидовича «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»):

Вычисление производных и дифференциалов; задачи на локальный и условный экстремум; формула Тейлора ля функций многих переменных.

Задания по теме № 7 «Кратные, криволинейные и поверхностные интегралы» (Раздел 8 задачника Б.П.Демидовича «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»):

Вычисление двойных и тройных интегралов; вычисление криволинейных интегралов; вычисление поверхностных интегралов.

Задания по теме № 8 «Числовые и функциональные ряды. Ряды Фурье» (Раздел 5 задачника Б.П.Демидовича «Сборник задач и упражнений по математическому анализу»):

Задачи на признаки сравнения, Даламбера и Коши; задачи на интегральный признак; задачи на признаки Лейбница, Абеля и Дирихле; задачи на равномерную сходимость; задачи на признаки Вейерштрасса и Абеля-Дирихле; задачи на исследование сходимости степенных рядов; разложение функций в ряды Фурье.

Вопросы к коллоквиуму (1 семестр)

1.Множество действительных чисел. Его свойства (упорядоченность, плотность, непрерывность).
2.Числовые промежутки. Модуль действительного числа, свойства модуля.
3.Ограниченные числовые множества. Грани числовых множеств.
4.Числовая последовательность.
5.Ограниченные и неограниченные последовательности.
6.Монотонные последовательности.
7.Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
8.Сходящиеся и расходящиеся последовательности.
9.Свойства бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей.
10.Предел последовательности. Геометрический смысл существования предела последовательности и его отсутствия.
11.Свойства сходящихся последовательностей.
12.Предельный переход в неравенствах.
13.Теорема о сходимости монотонной ограниченной последовательности.
14.Число е.
15.Подпоследовательности. Частичный, верхний и нижний пределы.
16.Функция. Определение. Способы задания. Монотонные функции. Четные, нечетные функции.
17.Классификация функций.
18.Предел функции в точке. В бесконечности. Односторонние пределы. (Все определения по Коши и по Гейне.)
19.Теоремы о пределах функции.
20.Первый замечательный предел.
21.Второй замечательный предел. Следствия.
22.Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
23.Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.
24.Определения непрерывной функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями.
25.Непрерывность элементарных функций.
26.Точки разрыва, их классификация.

27.Основные свойства непрерывных функций. Теоремы Больцано-Коши , Вейерштрасса
28.Равномерная непрерывность функции.
29.Обратные и сложные функции. Их непрерывность.
30.Производная функции в точке. Физический и геометрический смысл. 31.Односторонние производные.
32.Понятие дифференцируемости функции в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
33.Дифференциал функции. Его геометрический смысл.
34.Правила дифференцирования.
35.Вычисление производных элементарных функций**.**

Задания к коллоквиуму (1 семестр)

1 вариант.

1. Дать определение и привести пример ограниченной снизу последовательности.
2. Дать определение того, что предел последовательности равен 4. Привести пример.
3. Что называется частичным пределом.
4. Дать определение по Гейне того, что предел функции в бесконечности равен минус бесконечности.
5. Доказать любое следствие из второго замечательного предела.
6. Какие две бесконечно малые функции называются функциями «одного порядка»? Привести пример.
7. Привести пример точки разрыва второго рода.
8. Сформулировать теорему Больцано- Коши.
9. Доказать формулу производной частного.
10. Вычислить дифференциал любой дробно-рациональной функции.

2 вариант.

1. Дать определение и привести пример неограниченной сверху последовательности.
2. Дать определение того, что предел последовательности равен -2. Привести пример.
3. Что называется верхним пределом.
4. Дать определение по Коши того, что предел функции в точке 2 равен плюс бесконечности.
5. Доказать любое следствие из первого замечательного предела.
6. Какие две бесконечно малые функции называются эквивалентными? Привести пример.
7. Привести пример точки разрыва первого рода.
8. Сформулировать теорему Вейерштрасса.
9. Доказать формулу производной произведения.
10. Вычислить дифференциал любой целой рациональной функции.

Критерии оценивания ответов на вопросы коллоквиума

Критерий	**Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)**	**Продвинутый уровень (на «хорошо»)**	**Высокий уровень (на «отлично»)**
Соответствие ответа вопросу	Хотя бы частичное (*не относящееся к вопросу*	Полное	Полное

Критерий	Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)	Продвинутый уровень (на «хорошо»)	Высокий уровень (на «отлично»)
	не подлежит проверке)		
Полнота ответа	Вопрос билета раскрыт на 50 и более %	Ответ почти полный, без ошибок, не хватает отдельных элементов и тонкостей	Ответ полный и без ошибок
Наличие примеров	Имеются отдельные примеры	Много примеров	Есть практически ко всем утверждениям
Леммы и теоремы	Допускается не более 3-х ошибок в формулировках на материале 1 вопроса. Часть лемм и теорем доказаны.	Приведены в полной строгой формулировке и большинство – доказаны.	Приведены в полной строгой формулировке и доказаны.
Метод доказательства	Любой корректный, приводящий к правильному результату	Выбран наилучший метод	Выбран наилучший метод, указаны причины выбора

Контрольная работа №1 «Предел и непрерывность функций»

Контрольная работа №1

Вариант 1

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x^3+x^2-3x+1}{x^3-1}$;
2. $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-2}{\sqrt{x-2}-1}$;
3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\operatorname{tg}x-\sin x}{x\cdot\sin^2 x}$;
4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{x+2}{x-3}\right)^{5x}$.
5. Для данной функции *f(x)* требуется:

   а) найти точки разрыва;

   б) построить график

$$f(x)=\begin{cases}0\,, & x<-\pi\\ \sin x\,, & -\pi<x<0\\ \pi\,, & x\geq 0.\end{cases}$$

Контрольная работа №1

Вариант 2

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to -2} \dfrac{x^3+8}{x^3-x^2-8x-4}$;

2. $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{\sqrt{x+7}-3}{1-\sqrt{3-x}}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x - \sin x}{x^3}$;

4. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{1-x^2}{3+x^2}\right)^{4x^2}$.

5. Для данной функции *f(x)* требуется:

   а) найти точки разрыва;

   б) построить график

$$f(x) = \begin{cases} x+1\,, & x<0 \\ (x+1)^2, & 0<x\le 2 \\ -x+4\,, & x>2. \end{cases}$$

Контрольная работа №1

Вариант 3

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 1} \dfrac{2x^3-2x^2+x-1}{x^3-x^2+3x-3}$;

2. $\lim\limits_{x\to +\infty} \left(x-\sqrt{x^2-x+1}\right)$;

3. $\lim\limits_{x\to 0} \dfrac{\operatorname{tg} x + \sin x}{2x}$;

4. $\lim\limits_{x\to \infty} \left(\dfrac{2x-5}{2x+3}\right)^{7x}$.

5. Для данной функции *f(x)* требуется:

   а) найти точки разрыва;

   б) построить график

$$f(x) = \begin{cases} -x\,, & x<0 \\ x^3, & 0\le x<2 \\ 3\,, & x>2. \end{cases}$$

Контрольная работа №1

Вариант 4

Найти пределы:

1. $\lim\limits_{x\to 2}\left[\dfrac{3x^2+x}{(x-2)(x^2+x+1)}-\dfrac{2}{x-2}\right]$;

2. $\lim\limits_{x\to\infty}\dfrac{5x^3-x^2+4}{-7x^3+x}$;

3. $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sin 3x}{\sqrt{x+2}-\sqrt{2}}$;

4. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\dfrac{3x^2+1}{3x^2-2}\right)^{5x^2}$.

5. Для данной функции *f(x)* требуется:

   а) найти точки разрыва;

   б) построить график

$$f(x)=\begin{cases}-2\,, & x<-\dfrac{\pi}{2}\\ 2\sin x\,, & -\dfrac{\pi}{2}<x\le\dfrac{\pi}{2}\\ 1\,, & x>\dfrac{\pi}{2}.\end{cases}$$

Контрольная работа №2 «Определенный интеграл»

Контрольная работа №2

Вариант 1

1. Вычислить интегралы:

а) $\displaystyle\int_1^{\sqrt{3}} x^2\cdot\sqrt[3]{(3-x^3)^2}\,dx$;

б) $\displaystyle\int_0^{\ln 2}\frac{e^x-1}{e^x+1}\,dx$;

в) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}}\frac{x}{\cos^4 x}\,dx$.

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int\limits_{3}^{+\infty} \frac{x^2}{x^2+4} dx$;

б) $\int\limits_{0}^{1} \frac{\ln x}{\sqrt{x}} dx$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^3, y = x^2, x = -2, x = 1$;

б) $r = 3 - 2\cos\varphi, r = \frac{1}{2}$.

4. Вычислить длину дуги кривой:

а) $\begin{cases} x = 2(r \cdot \cos t - \cos 2t), \\ y = 2(2\sin t - \sin 2t), 0 \le t \le \frac{\pi}{3} \end{cases}$;

б) $y = 1 - \ln\sin x$ от $x = 0$ до $x = \frac{\pi}{4}$.

5. а) Найти объем тела, ограниченного поверхностями $z = x^2 + 5y^2, z = 5$.

Контрольная работа №2

Вариант 2

1. Вычислить интегралы:

а) $\int\limits_{\frac{\pi}{2}}^{\pi} \sqrt{\sin x - \sin^3 x} dx$;

б) $\int\limits_{\frac{1}{2}}^{1} x^2 \cdot (2x-1)^8 dx$;

в) $\int\limits_{0}^{3} (x-3)e^{-x} dx$.

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int\limits_{2}^{+\infty} \frac{dx}{x \cdot \sqrt{x^2-1}}$;

б) $\int\limits_{1}^{2} \frac{dx}{x(x-2)}$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = (x-5)\cdot(1-x), y = 4, x = 1$;

б) $\begin{cases} x = 2\sqrt{2}\cos t\ , \\ y = 5\sqrt{2}\sin t\ \ , y = 5\ (y \geq 5)\ . \end{cases}$

4. Вычислить длину дуги кривой:

а) $x = \ln\cos y\ , 0 \leq y \leq \frac{\pi}{3}$;

б) $r = 3\cdot(1+\sin\varphi), -\frac{\pi}{6} \leq \varphi \leq 0$.

5. а) Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями $z = 0, z = 1, \frac{x^2}{16} + \frac{y^2}{9} + \frac{z^2}{4} = 1.$

б) Найти объем тела, полученного вращением вокруг Ox фигуры, ограниченной линиями $2x - y - 2 = 0, y = 0, x = 3.$

Контрольная работа №2

Вариант 3

1. Вычислить интегралы:

а) $\int\limits_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \frac{\sin x}{5 - 3\cos x} dx$;

б) $\int\limits_{2}^{14} \frac{5x\ dx}{\sqrt{x+2}}$;

в) $\int\limits_{0}^{1} x\cdot\ln(1+x)\ dx$.

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int\limits_{5}^{\infty} \frac{dx}{x^2 - 8x + 20}$;

б) $\int\limits_0^2 \frac{x-2}{\sqrt[3]{x^5}}dx$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = \frac{x}{x-3}, y = x, x = -2$;

б) $r = 2\sin\varphi$, $r = 4\sin\varphi$.

4. Вычислить длину дуги кривой:

а) $r = 2 \cdot \varphi, 0 \le \varphi \le \frac{3}{4}$;

б) $y = \ln x$, от точки $A(1;0)$ до точки $B\left(\sqrt{3}; \ln\sqrt{3}\right)$.

5. а) Найти объем тела, ограниченного поверхностями

$z = 0, z = 2, \frac{x^2}{25} + \frac{y^2}{9} - z^2 = 1.$

б) Отрезок прямой, соединяющий начало координат с точкой $(-3;-2)$ вращается вокруг оси Oy. Найти объём тела вращения.

Контрольная работа №2

Вариант 4

1. Вычислить интегралы:

а) $\int\limits_{-1}^{2} \frac{x^4-2}{x^2+1}dx$;

б) $\int\limits_{1}^{4} \frac{dx}{2+\sqrt{8x-7}}$;

в) $\int\limits_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} x \cdot \cos 4x \cdot dx$.

2. Вычислить несобственные интегралы или установить их расходимость:

а) $\int\limits_{-\infty}^{2} \frac{dx}{x^2+2x+10}$;

б) $\int\limits_{3}^{5} \frac{dx}{\sqrt{-x^2+8x-15}}$.

3. Вычислить площадь фигуры, ограниченной линиями:

а) $y = x^4$, нормалью, к ней проведённой в точке с абсциссой $x = 1$, прямой $x = 0$;

б) $r = \cos\varphi$, $r = \sin\varphi$ $\left(0 \le \varphi \le \frac{\pi}{2}\right)$.

4. Вычислить длину дуги кривой:

а) $r = 3 \cdot e^{\frac{3\varphi}{4}}$, $0 \le \varphi \le \frac{\pi}{3}$;

б) $y = 4 - x^2, x = -2, x = 2$.

5. а) Найти объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 9, z = y, z = 0$ $(y \ge 0)$.

б) Найти объем тела, образованного вращением вокруг Ox фигуры, ограниченной линиями $y = x^2, x = 2, y = 1$.

Критерии оценивания решения задач для самостоятельного решения и контрольных работ

Критерий	Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)	Продвинутый уровень (на «хорошо»)	Высокий уровень (на «отлично»)
Метод решения	Любой корректный, приводящий к правильному результату	Выбран наилучший метод	Выбран наилучший метод, указаны причины выбора
Результат решения	Незаконченное решение корректное или ведущее к правильному ответу или есть ошибки, однако в целом ход выкладок можно считать правильным	Верный ответ, допускается 1 незначительная ошибка или пропущенный логический шаг	Верный ответ, полное правильное решение со всеми выкладками

Задания к коллоквиуму (2 семестр)

1.Предложить для рассмотрения свою функцию двух переменных (не линейную) и вычислить для нее:
- дифференциал первого порядка;
- дифференциал второго порядка;
- градиент в точке M(1;2).

2.Дана функция $z=\ln(u^2+v^2)$, $u=x\cos y$, $v=y\sin x$. Найти dz.

3.Дать определение производной по направлению.
Найти производную функции $z=3x^2+5y^2$ в точке A(1;-1) по направлению к точке B(2;1).

4.Описать алгоритм решения задач для поиска условного экстремума для функций нескольких переменных.
5.Дать определение двойного интеграла (сделать необходимый рисунок и ввести все нужные обозначения).
6.Записать формулу для вычисления объема тела с помощью двойного интеграла. Вычислить объем тела, ограниченного поверхностями z=0, $z=3-x^2-y^2$ (как двойной интеграл с помощью соответствующей замены переменных).
7.Записать формулу для вычисления объема тела с помощью тройного интеграла. Вычислить объем тела из задачи 6 как тройной интеграл с соответствующей заменой переменных.

Контрольная работа №3 «Функции нескольких переменных»

Контрольная работа №3

Вариант 1

1. Найти полный дифференциал функции $z = \cos^2 \frac{x-y^2}{x^2-y}$.

2. Для функции $z = u^{\sin v}$, где $u = \arccos\sqrt{xy}$, $v = \arcsin(x-y)$, найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$.

3. Показать, что функция $z = \arcsin(xy)$ удовлетворяет уравнению $\frac{x}{y} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} + \frac{y}{x} \cdot \frac{\partial^2 z}{\partial y^2} - 2\frac{\partial^2 z}{\partial x \partial y} + \frac{2}{y} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} = 0$.

4. Вычислить приближенно $\operatorname{arctg}\frac{7{,}02}{6{,}97}$.

5. Найти уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $x(y+z)(xy-z)+8=0$ в точке (2;1;3) .

6. Найти наибольшее и наименьшее значения производной по направлению функции $f(x,y) = 3x^2 - 6xy + y^2$ в точке $M_0\left(\frac{1}{3};\frac{1}{2}\right)$.

7. На эллипсе $x^2 + 4y^2 = 4$ даны две точки $A\left(-\sqrt{3};\frac{1}{2}\right)$ и $B\left(1;\frac{\sqrt{3}}{2}\right)$. На этом же эллипсе найти такую третью точку *C*, чтобы треугольник *ABC* имел наибольшую площадь (площадь треугольника выразить через координаты его вершин).

Контрольная работа №3

Вариант 2

1. Найти полный дифференциал функции
$u(x,y,z) = \frac{xy}{z}\ln(x^2+y^2+z^2)$.

2. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции $z = \frac{\mathrm{tg}2u}{v^2}$, если $u = \mathrm{arctg}\sqrt{xy}, v = \frac{y}{x}$.

3. Найти частные производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ неявной функции $z = z(x; y)$, определяемой уравнением

$$z\,\mathrm{tg}(x + y + z) - \frac{xy^2}{z} = 0\,.$$

4. Вычислить приближенно изменение функции $z = x^2 - xy + y^2$, если x изменяется от 2 до 2,15, а y изменяется от 1 до 1,25.

5. Составить уравнение касательной плоскости к поверхности $z = 4x - xy + y^2$, параллельной плоскости $4x + y + 2z + 9 = 0$.

6. Показать, что функция $z = \mathrm{tg}\,xy + \frac{x}{y}$ удовлетворяет уравнению

$$x^2\frac{\partial^2 z}{\partial x^2} - y^2\frac{\partial^2 z}{\partial y^2} + x\frac{\partial z}{\partial x} - y\frac{\partial z}{\partial y} = 0\,.$$

7. Найти прямоугольный параллелепипед с длиной диагонали, равной *d*, имеющий наибольший объём.

Контрольная работа №3

Вариант 3

1. Найти частные и полное приращение функции $f(x, y) = 3x^2 + xy - y^2 + 1$ в точке $M_0(1; 2)$ при $\Delta x = 0{,}15, \Delta y = -0{,}25$.

2. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$, если $z = e^{\frac{x+y}{y}}$, а $y = \cos^4 x$.

3. Доказать, что функция $z = xy + x \cdot f\left(\frac{y}{x}\right)$ удовлетворяет уравнению

$$x\frac{\partial z}{\partial x} + y\frac{\partial z}{\partial y} = xy + z\,.$$

4. Показать, что поверхности $x^2 - xy - 8x + z + 5 = 0$ и $x + 2y - \ln z + 4 = 0$ имеют общую касательную плоскость в точке $M_0(2; -3; 1)$.

5. Найти точки разрыва функции $z = \mathrm{tg}\,x \cdot \mathrm{ctg}\,y$.

6. Составить уравнение касательной плоскости и нормали к поверхности $2x^2 + 3y^2 + 5z^2 = 10$ в точке $M_0(-1; 1; -1)$.

7. На эллипсе $4x^2 + 36y^2 = 9$ найти точки, наиболее и наименее удаленные от прямой $4x + 9y = 25$.

Контрольная работа №3

Вариант 4

1. Найти разность $\Delta u - du$ для функции $u = x^3y^2$ в точке $(2;1)$ при $\Delta x = 0{,}15, \Delta y = -0{,}18$.

2. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ для неявной функции $z = z(x;y)$, определяемой уравнением $\operatorname{arctg}(xz) + \frac{x^2+y^2}{z} = 0$.

3. Показать, что функция $u = e^{xyz}$ удовлетворяет уравнению $\frac{\partial^3 u}{\partial x \partial y \partial z} - xy\frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} - 2x\frac{\partial u}{\partial x} - u = 0$.

4. Найти производную функции $z = x^4 + 3x^3y + 9x^2y - 8xy^2 + 5y^3$ в точке (1;1) по направлению к точке (2;2). Найти также направления, по которым $\frac{\partial z}{\partial l}$ принимает значения: наибольшее, наименьшее, равное нулю.

5. Вычислить предел $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ y\to 0}} \frac{x^2y}{4-\sqrt{x^2y+16}}$.

6. Составить уравнение нормали к поверхности $x^2 - 2x + 6y - z^2 = 4$, параллельной прямой $\frac{x}{1} = \frac{y-2}{3} = \frac{z-1}{4}$.

7. В полушар радиуса *R*=10 вписать прямоугольный параллелепипед наибольшего объема.

Контрольная работа №4 «Числовые и степенные ряды»

Контрольная работа №4

Вариант 1

1. Исследовать ряды на сходимость:

а) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} n^3\, tg^2 \frac{1}{n^2}$;

б) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^{n+2}}$;

в) $\sum\limits_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{n}\right)$;

г) $\sum_{n=2}^{\infty} \frac{1}{n\ \ln n\ \ln(\ln n)}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n\, n!}{2 \cdot 5 \cdot 8 \cdot \ldots \cdot (3n-1)}$.

2. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(2-x)^n}{n+1} .$$

Контрольная работа №4

Вариант 2

1. Исследовать ряды на сходимость:

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\operatorname{arcctg}(n+3)}{2-n^3}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n^3}{(n+1)!}$;

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{3^n}\left(\frac{n+1}{n}\right)^{n^2}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+1)\ln(n+1)}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n+\sqrt{n}}$.

2. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty} (x+1)^n \left(\frac{3n+1}{3n}\right)^n .$$

Контрольная работа №4

Вариант 3

1. Исследовать ряды на сходимость:

$a)\ \sum_{n=1}^{\infty} \ln\left(\frac{n^2+2}{n^2}\right)$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^{n+1}}{n^2 \cdot 5^n}$;

в) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{3n+2}\right)^n$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+2)\ln^2(n+2)}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^{n+1}\sin\frac{1}{n\sqrt{n}}$.

2. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n x^n}{n+2}.$$

Контрольная работа №4

Вариант 4

1. Исследовать ряды на сходимость:

$a)$ $\sum_{n=1}^{\infty}\operatorname{arctg}^2\frac{1}{\sqrt[3]{n}}$;

б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{3\cdot 5\cdot 7\cdot \ldots\cdot(2n+1)}{2\cdot 5\cdot 8\cdot \ldots\cdot(3n-1)}$;

в) $\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{2n+3}{n+2}\right)^{2n}$;

г) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{(2n+1)\sqrt{\ln(2n+1)}}$;

д) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(n+1)}{n^2+3n}$.

2. Найти область сходимости ряда

$$\sum_{n=1}^{\infty}\left(\frac{n+2}{n}\right)x^{3n}.$$

Критерии оценивания решения задач контрольных работ

Критерий	**Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)**	**Продвинутый уровень (на «хорошо»)**	**Высокий уровень (на «отлично»)**
Метод решения	Любой корректный, приводящий к правильному результату	Выбран наилучший метод	Выбран наилучший метод, указаны причины выбора

Критерий	Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)	Продвинутый уровень (на «хорошо»)	Высокий уровень (на «отлично»)
Результат решения	Незаконченное решение корректное или ведущее к правильному ответу или есть ошибки, однако в целом ход выкладок можно считать правильным	Верный ответ, допускается 1 незначительная ошибка или пропущенный логический шаг	Верный ответ, полное правильное решение со всеми выкладками

2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов к экзамену (1 семестр)

1.Множество действительных чисел. Его свойства (упорядоченность, плотность, непрерывность).
2.Числовые промежутки. Модуль действительного числа, свойства модуля.
3.Ограниченные числовые множества. Грани числовых множеств.
4.Числовая последовательность.
5.Ограниченные и неограниченные последовательности.
6.Монотонные последовательности.
7.Бесконечно малые и бесконечно большие последовательности.
8.Сходящиеся и расходящиеся последовательности.
9.Свойства бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей.
10.Предел последовательности. Геометрический смысл существования предела последовательности и его отсутствия.
11.Свойства сходящихся последовательностей.
12.Предельный переход в неравенствах.
13.Теорема о сходимости монотонной ограниченной последовательности.
14.Число е.
15.Подпоследовательности. Частичный, верхний и нижний пределы.
16.Функция. Определение. Способы задания. Монотонные функции. Четные, нечетные функции.
17.Классификация функций.
18.Предел функции в точке. В бесконечности. Односторонние пределы. (Все определения по Коши и по Гейне.)
19.Теоремы о пределах функции.
20.Первый замечательный предел.
21.Второй замечательный предел. Следствия.
22.Бесконечно малые и бесконечно большие функции.
23.Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших функций.
24.Определения непрерывной функции в точке. Арифметические действия над непрерывными функциями.
25.Непрерывность элементарных функций.
26.Точки разрыва, их классификация.
27.Основные свойства непрерывных функций. Теоремы Больцано-Коши, Вейерштрасса.
28.Равномерная непрерывность функции.
29.Обратные и сложные функции. Их непрерывность.

30.Производная функции в точке. Физический и геометрический смысл. 31.Односторонние производные.
32.Понятие дифференцируемости функции в точке. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости. Связь между дифференцируемостью и непрерывностью функции.
33.Дифференциал функции. Его геометрический смысл.
34.Правила дифференцирования.
35.Вычисление производных элементарных функций.
36.Определение обратной функции. Вывод формулы производной обратной функции.
37.Производные показательной и обратных тригонометрических функций.
38.Определение сложной функции. Правило дифференцирования. Примеры.
39.Гиперболические функции: свойства, графики, производные.
40.Логарифмическая производная. Примеры вычисления производных с ее помощью.
41.Производные старших порядков. Примеры.
42.Дифференциал функции. Свойства. Дифференциалы старших порядков.
43.Неявно заданные функции. Их дифференцирование.
44.Функции, заданные параметрически. Их дифференцирование.
45.Теорема Ролля.
46.Теорема Коши.
47.Теорема Лагранжа.
48.Правило Лопиталя. Примеры раскрытия неопределенностей.
49.Формула Тейлора для многочлена.
50.Формула Тейлора (общий случай).
51.Формула Тейлора с остаточным членом в форме Лагранжа , Пеано.
52.Формула Маклорена для ряда элементарных функций.
53.Теорема Ферма.
54.Достаточное условие возрастания функции на множестве.
55.Точки экстремума. Необходимое и достаточные условия.
56.Промежутки выпуклости. Точки перегиба. Необходимое и достаточные условия выпуклости.
57.Промежутки выпуклости. Точки перегиба. Необходимое и достаточные условия того, чтобы точка была точкой перегиба.
58.Асимптоты. Примеры.
59.Первообразная функции. Неопределенный интеграл и его свойства.
60.Таблица неопределенных интегралов (с доказательством).
61.Методы замены переменных и интегрирования по частям для неопределенных интегралов.
62.Интегрирование рациональных функций.
63.Интегрирование простейших дробей четырех типов.
64.Интегрирование тригонометрических функций.
65.Интегрирование квадратичных и дробно-линейных иррациональностей.
66.Дифференциальный бином.
67.Квазимногочлены и их интегрирование.
68.Определенный интеграл. Его физический и геометрический смысл.
69.Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла, не связанные с его оценкой.
70.Классы интегрируемых функций. Свойства определенного интеграла, связанные с оценкой интеграла.
71.Интеграл с переменным верхним пределом.
72.Формула Ньютона-Лейбница.
73.Замена переменной в определенном интеграле.
74.Интегрирование по частям определенного интеграла.
75.«Неберущиеся» интегралы.

76.Несобственные интегралы первого рода. Их сходимость.
77.Несобственные интегралы второго рода. Их сходимость.
78.Физические приложения определенного интеграла.
79.Вычисление площадей и объемов с помощью определенного интеграла.
80.Вычисление длин дуг кривых с помощью определенного интеграла.

Типовые задачи для экзамена в 1 семестре

1. Вычислить производную

1. $\left(\left(tg\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{\frac{1}{\sin^3 2x}}\right)'$.	2. $\left(\left(\arcsin\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{arctg\,2\sqrt{x}}\right)'$.	3. $\left(\left(arctg\,\sqrt[4]{x}\right)^{\arccos\frac{1}{\sqrt[3]{x}}}\right)'$.
4. $\left(\left(\cos\frac{2}{\sqrt[3]{x}}\right)^{\frac{1}{tg^3 2x}}\right)'$.	5. $\left(\left(\sin\frac{1}{\sqrt{x}}\right)^{\arccos\frac{\sqrt{3}}{x}}\right)'$.	6. $\left(\left(tg^3\frac{1}{\sqrt{\ln x}}\right)^{\frac{1}{\cos^2 x}}\right)'$.
7. $\left(\left(arctg^3\frac{1}{\sqrt{1-2x}}\right)^{\sin\frac{1}{x}}\right)'$.	8. $\left(\left(x^2+\frac{1}{\sqrt[3]{x}}\right)^{\frac{1}{\arccos^3\sqrt{x}}}\right)'$.	9. $\left((tg\ x)^{(\sin x)^{\sqrt{x}}}\right)'$.
10. $\left((\lg x)^{(\arccos x)^{\sqrt[3]{x}}}\right)'$.	11. $\left(\left(tg\frac{1}{\sqrt[5]{x}}\right)^{\arccos^4\frac{1}{x}}\right)'$.	12. $\left(\left(\arcsin\frac{\sqrt{3}}{\ln x}\right)^{\frac{1}{arctg^2\sqrt{x}}}\right)'$.
13. $\left(\left(arctg\frac{\sqrt{2}}{x^2}\right)^{\frac{1}{\arcsin\sqrt{x}}}\right)'$.	14. $\left((\lg\cos x)^{\arccos\frac{1}{\sqrt{\ln x}}}\right)'$.	15. $\left(\left(\arccos\sqrt{x^2-3}\right)^{\frac{1}{arctg^2\sqrt{x}}}\right)'$.

2. Вычислить предел функции

1. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x\sin x}-\cos x}{\sin^2(x/2)}$.	2. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\cos x-\sqrt[3]{\cos x}}{\sin x}$.
3. $\lim\limits_{x\to \pi/4}\frac{\sqrt{2}\cos x-1}{1-tg^2 x}$.	4. $\lim\limits_{x\to 0}\frac{tg\,x-\sin x}{x^3}$.
5. $\lim\limits_{x\to +\infty}\sqrt{x^3}\left(\sqrt{x+2}-2\sqrt{x+1}+\sqrt{x}\right)$.	6. $\lim\limits_{x\to 1}\frac{x^{n+1}-(n+1)x+n}{(x-1)^2}$.
7. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{\cos\sqrt{x}}$.	8. $\lim\limits_{x\to\infty} x\left(\sqrt[x]{5}-1\right)$
9. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\frac{\sqrt[x]{3}+\sqrt[x]{2}}{2}\right)^x$.	10. $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{\ln\left(x^2-x+1\right)}{\ln\left(x^{10}+x+1\right)}$.

11. $\lim\limits_{x\to 0}\left(\dfrac{\cos x}{\cos 2x}\right)^{\frac{1}{x^2}}.$	12. $\lim\limits_{x\to 0}\sqrt[x]{1-2x}.$
13. $\lim\limits_{x\to\infty}\left(\sqrt[3]{x^3+x^2+1}-\sqrt[3]{x^3-x^2+1}\right).$	14. $\lim\limits_{x\to 0}\left(x+e^x\right)^{\frac{1}{x}}.$
15. $\lim\limits_{x\to\pi/4}\left(tg\,x\right)^{tg\,2x}.$	16. $\lim\limits_{x\to 1}\left(\dfrac{m}{1-x^m}-\dfrac{n}{1-x^n}\right).$

3. Вычислить интеграл

1. $\int\dfrac{x^4+2x^2+2}{x^3+3x^2+2x}dx,$	2. $\int\dfrac{-x^4+2x^2-3}{x^3+x^2-4x-4}dx,$
3. $\int\dfrac{-x^4+2x^2-3}{x^3+x^2-4x-4}dx,$	4. $\int\dfrac{x^5+1}{x^3+x^2-2x}dx,$
5. $\int\dfrac{dx}{\sin^3 x\cos^5 x}.$	6. $\int\dfrac{\sin^4 x\,dx}{\cos^6 x}.$
7. $\int\dfrac{\sin^3 x\,dx}{\cos^4 x}.$	8. $\int\dfrac{\sin^2 x-\cos^2 x}{\sin^4 x+\cos^4 x}dx.$
9. $\int\dfrac{dx}{\cos^4 x}.$	10. $\int\dfrac{dx}{\sin x\cos^4 x}.$
11. $\int\dfrac{dx}{\sin^4 x+\cos^4 x}.$	12. $\int\limits_1^e\left(x\ln x\right)^2 dx.$
13. $\int\limits_0^{\frac{1}{\sqrt{2}}}\arcsin x\,dx.$	14. $\int\limits_0^{\pi}e^x\cos x\,dx.$
15. $\int\limits_1^e x^2\ln x\,dx.$	16. $\int\limits_0^{\pi}x^2\cos x\,dx.$

Критерии оценивания ответов на вопросы билета совпадают с критериями оценивания ответов на вопросы коллоквиума.

Список вопросов к экзамену (2 семестр)

1.Понятие функции нескольких переменных (ф.н.п.) (определение, область определения и множество значений, график, линии уровня).
2.Предел функции нескольких переменных (ф.н.п.).
3.Непрерывность ф.н.п.
4.Частные производные.
5.Понятие дифференцируемости функции. Необходимые и достаточные условия дифференцируемости ф.н.п.

6.Производные сложных функций.
7.Условие равенства смешанных производных.
8.Дифференциал. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Геометрический смысл дифференциала.
9.Производная по направлению. Градиент.
10.Частные производные и дифференциалы старших порядков.
11.Формула Тейлора для ф.н.п.
12.Экстремум ф.н.п. Необходимые условия экстремума. Достаточные условия экстремума (случай функции двух переменных и приложения теории квадратичных форм для случая функции трех и более переменных).
13.Условный экстремум. Метод множителей Лагранжа для определения условного экстремума ф.н.п.
14.Двойные интегралы: определение, геометрический и физический смысл, способы вычисления, замена переменных, приложения.
15.Тройные интегралы: определение, геометрический и физический смысл, способы вычисления, замена переменных, приложения.
16.Криволинейные интегралы 1 рода (КИПР): определение, свойства, геометрический смысл.
17. Вычисление КИПР.
18. Криволинейные интегралы второго рода (КИВР): определение, свойства, зависимость от направления интегрирования.
19. Вычисление КИВР.
20. Связь между КИПР и КИВР.
21. Формула Грина. Примеры использования.
22. Условия независимости КИВР от пути интегрирования.
23. Интегрирование полных дифференциалов.
24. Приложения КИПР и КИВР.
25. Поверхностные интегралы первого рода (ПИПР): определение, свойства.
26. Вычисление ПИПР.
27. Поверхностные интегралы второго рода (ПИВР): определение, свойства.
28. Вычисление ПИВР.
29. Связь между ПИПР и ПИВР.
30. Формула Остроградского. Примеры использования.
31. Формула Стокса. Примеры использования.
32. Интегралы, зависящие от параметра. Г-функция.
33. Интегралы, зависящие от параметра. В-функция.
34. Определение числового ряда. Сходимость. Свойства сходящихся рядов.
35. Необходимый признак сходимости.
36. Признаки сходимости рядов с неотрицательными членами.
37. Знакочередующиеся ряды. Признак Лейбница.
38. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимость.
39. Функциональные ряды. Поточечная и равномерная сходимость.
40. Признаки равномерной сходимости.
41. Степенные ряды. Радиус сходимости степенного ряда.
42. Разложение функции в степенной ряд.
43. Ряд Фурье. Разложение функций в ряд Фурье. Сходимость рядов Фурье.

3. Правила выставления оценки на экзамене

В экзаменационные билет включается два теоретических вопроса и две задачи. На подготовку к ответу дается не менее 1часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала, понятийным аппаратом и верно решает обе задачи. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию математического анализа.

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора. Могут быть не доведены до ответа задачи, но ход решения правильный.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи, допускает ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий математического анализа, формулировке теорем и формул, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины
«Математический анализ»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основу освоения курса **«Математический анализ»** составляет сочетание лекционного курса достаточно большого объема и практических занятий, на которых происходит закрепление лекционного материала, отработка навыков работы с методами и теоремами математического анализа. Курс в целом является базой для всей математической подготовки студентов, позволяющей в дальнейшем успешно осваивать математические и все физические дисциплины.

Для успешного освоения дисциплины принципиально важно решение достаточно большого количества упражнений, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического анализа. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного материала. Конспекты лекции необходимо прорабатывать еще раз дома и дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются комбинацией нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных навыков работы с математическим аппаратом в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных работ и коллоквиумов. Также проводятся консультации по разбору заданий, которые вызвали затруднения. В случае необходимости консультации проводятся дистанционно. Возможны как групповые, так и индивидуальные консультации.

В конце 1-го и 2-го семестров студенты сдают экзамен, принимаемый по экзаменационным билетам. Каждый билет включает в себя два теоретических вопроса и два задания практического характера. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Освоить самостоятельно дисциплину «Математический анализ» большинству студентов крайне сложно. В первую очередь это связано с тем, что используются многие понятия и методы смежных математических дисциплин, таких как алгебра и аналитическая геометрия. Играет роль и большой объем материала. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий сдать экзамен по итогам изучения дисциплины практически невозможно.