

Министерство науки и высшего образования Российской Федерации
Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова
Кафедра инфокоммуникаций и радиофизики

А. А. Афонин, В. А. Тимофеев

Излучение электромагнитных волн

Учебно-методическое пособие

Ярославль
ЯрГУ
2020

УДК 537.87(075.8)

ББК В336я73

А94

Рекомендовано

Редакционно-издательским советом университета
в качестве учебного издания. План 2020 года

Рецензент

кафедра инфокоммуникаций и радиофизики ЯрГУ
им. П. Г. Демидова

А94 **Афонин, Антон Александрович.**

Излучение электромагнитных волн : учебно-методическое пособие / А. А. Афонин, В. А. Тимофеев ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова. — Ярославль : ЯрГУ, 2020. — 44 с.

В пособии рассматриваются вопросы, связанные с излучением электромагнитных волн. Изложены теоретические основы и принципы формирования поля, создаваемого излучающей системой. На примере элементарных излучателей проанализированы основные особенности и структура пространственного распределения формируемого поля.

Предназначено для студентов, изучающих дисциплины «Электродинамика и распространение радиоволн» «Электромагнитные поля и волны», «Распространение электромагнитных волн». Пособие будет полезно в качестве теоретической основы при изучении курсов, посвященных антеннам и антенным системам.

УДК 537.87(075.8)

ББК В336я73

© ЯрГУ, 2020

Связь, локация, дистанционное зондирование и другие области науки и техники, где используются электромагнитные волны в качестве носителя информации, основываются на излучении этих волн. Под излучением понимается перенос (передача) электромагнитной волной энергии из области, включающей источник, в окружающее пространство (удаленные области). Как и любые электромагнитные явления, этот процесс может быть описан на основе уравнений Максвелла.

1. Излучение электромагнитных волн произвольной излучающей системой

1.1. Система уравнений Максвелла. Сторонние источники

Уравнения Максвелла в теории электромагнетизма играют такую же роль, как законы Ньютона в механике. В дифференциальной форме для области пространства, свободной от источников излучения, они имеют следующий вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j}, \\ \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}, \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho, \\ \operatorname{div} \vec{B} = 0, \end{array} \right. \quad (1.1)$$

где в качестве величин, характеризующих электромагнитное поле, используются \vec{E} и \vec{H} – векторы электрического и магнитного поля, \vec{D} и \vec{B} – векторы электрической и магнитной индукции, \vec{j} – вектор плотности тока проводимости в среде, ρ – объемная плотность свободных зарядов в среде. Из первого и третьего уравнений Максвелла вытекает важное соотношение, называемое уравнением непрерывности:

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j} = 0. \quad (1.2)$$

Данная формула выражает тот факт, что ток проводимости обусловлен движением свободных зарядов.

Кроме того, система (1.1) должна быть дополнена системой материальных уравнений, в которых учитывается влияние среды на протекающие явления. Эти материальные уравнения определяются зависимостью величин, характеризующих поле в конкретной среде, \vec{D} , \vec{B} и \vec{j} от \vec{E} и \vec{H} .

Все реальные среды имеют отличающуюся от нуля проводимость. Поэтому любое электромагнитное явление в среде сопровождается *релаксацией* – энергия электромагнитного поля переходит в тепло, происходит ее *диссипация* (рассеяние). Таким образом, для возбуждения электромагнитного поля и компенсации потерь энергии на нагревание среды *необходимы сторонние источники*.

Для упрощения реальной электродинамической задачи удобно исключить из рассмотрения реальные источники электромагнитного поля. Для учета их влияния во многих случаях эти источники заменяют введением некоторых токов и зарядов, которые и рассматриваются как первопричина возникновения электромагнитного поля и *считаются заданными*. Эти токи и заряды принято называть *сторонними*. Они участвуют в возбуждении поля, однако создаются они другими причинами или иным электромагнитным полем и *считаются известными*. Если этого не делать и каждую проблему рассматривать во всей ее полноте, то любая конкретная задача становится трудноразрешимой.

Примером источника стороннего тока может быть случай подключения двухпроводной линии к разрезу металлического провода. Ток на проводе задается на основе измерений или приближенных представлений. Для учета сторонних токов необходимо первое уравнение Максвелла представить в виде

$$\operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} + \vec{j}_{cm}, \quad (1.3)$$

где \vec{j}_{cm} – плотность сторонних токов в рассматриваемой точке пространства.

Аналогично сторонним токам вводится понятие сторонних зарядов. Они учитываются в третьем уравнении Максвелла:

$$\operatorname{div} \vec{D} = \rho + \rho_{cm}, \quad (1.4)$$

где ρ_{cm} — объемная плотность сторонних зарядов.

В случае переменных полей функции \vec{j}_{cm} и ρ_{cm} связаны уравнением, аналогичным уравнению непрерывности (1.2).

При введении сторонних электрических токов и зарядов подвергаются изменениям правые части первого и третьего уравнений Максвелла. Подобные рассуждения могут быть приведены также в отношении второго и четвертого уравнений Максвелла.

Например, правую часть второго уравнения $\partial \vec{B} / \partial t$ можно рассматривать как плотность магнитного тока смещения в среде. Тогда по аналогии со сторонним электрическим током можно формально ввести понятие стороннего магнитного тока \vec{j}_{cm}^M и второе уравнение Максвелла примет вид

$$\operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{j}_{cm}^M. \quad (1.5)$$

Аналогично для четвертого уравнения Максвелла можно ввести понятие сторонних магнитных зарядов:

$$\operatorname{div} \vec{B} = \rho_{cm}^M, \quad (1.6)$$

где ρ_{cm}^M — объемная плотность сторонних магнитных зарядов.

Очевидно, что введенные магнитные величины связаны уравнением непрерывности типа (1.2).

При введении фиктивных магнитных зарядов и токов необходимо иметь в виду, что в природе нет свободных магнитных зарядов, а соответственно, нет и магнитных токов. Однако использование понятий \vec{j}_{cm}^M и ρ_{cm}^M оказывается полезным при решении многих электродинамических задач, например для исследования щелевых и рамочных излучателей, для анализа возбуждения электромагнитных волн в волноводах, резонаторах и ряде других приложений.

Таким образом, полная система уравнений Максвелла, учитывающая сторонние электрические и магнитные источники, имеет вид

$$\begin{cases} \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \vec{j} + \vec{j}_{cm}, & \operatorname{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} - \vec{j}_{cm}^M, \\ \operatorname{div} \vec{D} = \rho + \rho_{cm}, & \operatorname{div} \vec{B} = \rho_{cm}^M. \end{cases} \quad (1.7)$$

Существует и другой подход, позволяющий исключить из рассмотрения реальные источники электромагнитного поля. Для этого эти источники заменяют введением в уравнения Максвелла внешнего электрического и магнитного поля \vec{E}_{cm} и \vec{H}_{cm} , которые образуются в результате действия сторонней ЭДС (электродвижущая сила) и рассматриваются как первопричина возникновения электромагнитного поля. Эти \vec{E}_{cm} и \vec{H}_{cm} аддитивно добавляются к \vec{E} , \vec{H} , и полученное поле фигурирует в уравнениях Максвелла. Однако на практике данный подход не нашел широкого распространения.

1.2. Электродинамические потенциалы

При анализе электродинамических задач часто вводят дополнительные вспомогательные функции, позволяющие существенно облегчить нахождение решения. Эти функции называются потенциалы. Как правило, их применяют для решения задач двух типов. Во-первых, с помощью потенциалов находится решение задач о возбуждении полей заданными источниками. Во-вторых, потенциалы позволяют эффективно решать граничные задачи, в которых рассматриваются электромагнитные поля при наличии границ.

Рассмотрим систему уравнений Максвелла при наличии источников электромагнитной энергии. Предположим, что они расположены в однородной и изотропной среде с постоянными диэлектрической ϵ_a и магнитной μ_a проницаемостями. Если рассматривать установившиеся процессы и считать для простоты

преобразований что $\sigma = 0$, то с учетом материальных уравнений $\vec{D} = \varepsilon_a \vec{E}$, $\vec{B} = \mu_a \vec{H}$ система приобретает вид:

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H} = \varepsilon_a \frac{\partial \vec{E}}{\partial t} + \vec{j}_{cm}, \\ \text{rot} \vec{E} = -\mu_a \frac{\partial \vec{H}}{\partial t} - \vec{j}_{cm}^M, \\ \text{div} \vec{E} = \rho_{cm} / \varepsilon_a, \\ \text{div} \vec{H} = \rho_{cm}^M / \mu_a. \end{cases} \quad (1.8)$$

Из этой системы можно получить уравнения для нахождения отдельно электрической \vec{E} и магнитной \vec{H} компонент поля. Если взять ротор от обеих частей второго уравнения из системы, то несложно получить следующее уравнение:

$$\Delta \vec{E} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} = \mu_a \frac{\partial \vec{j}_{cm}}{\partial t} + \frac{\text{grad} \rho_{cm}}{\varepsilon_a} + \text{rot} \cdot \vec{j}_{cm}^M, \quad (1.9)$$

где Δ – оператор Лапласа. Аналогичным образом можно получить уравнение и для магнитной компоненты поля.

Эти векторные уравнения называются неоднородными векторными уравнениями Даламбера или неоднородными волновыми уравнениями. Однако на практике найти их решение бывает затруднительно из-за наличия в правой части выражений, связанных с операциями (временными и пространственными) от величин, описывающих сторонние источники.

Пусть сторонние источники задаются с помощью электрических токов и зарядов. Так как дивергенция ротора любого вектора равна нулю, то из последнего уравнения системы (1.8) следует, что вектор \vec{B} можно представить в виде

$$\vec{B} = \text{rot} \vec{A} \quad (1.10)$$

и выражение для вектора напряженности магнитного поля можно записать как

$$\vec{H} = \text{rot} \vec{A} / \mu_a. \quad (1.11)$$

Однако необходимо отметить, что вектор \vec{A} определен неоднозначно. Поскольку

$$\operatorname{rot}(\operatorname{grad}\psi)=0,$$

где ψ – произвольная скалярная функция, то вектор

$$\vec{A}_1 = \vec{A} + \operatorname{grad}\psi \quad (1.12)$$

также однозначно определяет \vec{B} и \vec{H} .

Тогда из второго уравнения системы (1.8) найдем выражение для вектора напряженности электрического поля:

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \operatorname{grad}(\Phi). \quad (1.13)$$

Таким образом, зная вектор \vec{A} , который называется векторным потенциалом, и функцию Φ , которая называется скалярным потенциалом, можно определить все векторы электромагнитного поля.

Получим уравнения, которые позволяют найти введенные выше потенциалы. Подставим выражения (1.11) и (1.13) в первое уравнение системы (1.8). После несложных преобразований нетрудно найти следующее уравнение:

$$\Delta \vec{A} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_a \vec{j}_{cm} + \operatorname{grad} \left(\operatorname{div} \vec{A} + \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial \Phi}{\partial t} \right). \quad (1.14)$$

Поскольку векторный потенциал определялся неоднозначно, можно потребовать, чтобы он удовлетворял добавочному условию. Целесообразно положить, что

$$\operatorname{div} \vec{A} + \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial \Phi}{\partial t} = 0. \quad (1.15)$$

Соотношение (1.15) принято называть *условием калибровки Лоренца*.

Тогда уравнение (1.14) приобретает следующий вид:

$$\Delta \vec{A} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\mu_a \vec{j}_{cm}. \quad (1.16)$$

Аналогично подставляя формулу (1.13) для \vec{E} в третье уравнение Максвелла и используя (1.15), получим

$$\Delta \Phi - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} = -\frac{\rho_{cm}}{\varepsilon_a}. \quad (1.17)$$

Таким образом, шесть проекций электромагнитного поля (три проекции вектора \vec{E} и три проекции вектора \vec{H}) могут быть определены с помощью четырех скалярных функций – трех проекций векторного потенциала \vec{A} и скалярного потенциала Φ . Необходимо отметить, что формулы (1.16) и (1.17), как и для векторов \vec{E} и \vec{H} , являются неоднородными уравнениями Даламбера, однако правые части уравнений для потенциалов имеют более простой вид. Именно этим и объясняется целесообразность использования введенных потенциалов для решения практических задач.

Условие нормировки Лоренца не является единственно возможным. Используют также и другие соотношения между электродинамическими потенциалами. Однако условие (1.15) оказывается наиболее удобным, так как приводит к однотипным волновым уравнениям для векторного и скалярного потенциалов.

Найдем частные решения уравнений (1.16) и (1.17), считая известными сторонние источники. Рассмотрим решение для скалярного потенциала.

Предположим, что электрическое поле создается точечным неподвижным зарядом $q(t)$, расположенным в начале координат. Среда однородная и изотропная. Тогда в любой точке пространства, кроме начала координат, из выражения (1.17) получаем обычное однородное волновое уравнение:

$$\Delta\Phi - \epsilon_a\mu_a \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = 0. \quad (1.18)$$

Из сферической симметрии задачи следует, что решение зависит лишь от расстояния до точки наблюдения r и поэтому в сферической системе координат (1.18) имеет вид

$$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial\Phi}{\partial r} \right) - \epsilon_a\mu_a \frac{\partial^2\Phi}{\partial t^2} = 0. \quad (1.19)$$

Полученное выражение представляет собой известное уравнение для элементарной сферической волны, общее решение которого есть суперпозиция сходящейся и расходящейся сферических волн

$$\Phi = \frac{U_1(t + r/v)}{r} + \frac{U_2(t - r/v)}{r}, \quad (1.20)$$

где $U_1(t + r/v)$ и $U_2(t - r/v)$ – произвольные дважды дифференцируемые функции своих аргументов, $v = 1/\sqrt{\epsilon_a \mu_a}$ – фазовая скорость волны.

Поскольку источник поля сосредоточен в ограниченной области, то сходящаяся сферическая волна может возникнуть только в результате отражения расходящейся сферической волны. Так как пространство считается однородным, то отраженной волны не может быть и функцию $U_1(t + r/v)$ можно считать равной нулю.

Очевидно, что значения потенциала должны определяться интенсивностью источников поля, а выражение для Φ должно быть справедливым при любом законе изменения интенсивности этих источников.

Для статического случая (закон Кулона) из формулы (1.13) следует, что

$$\vec{E} = \hat{e}_r \frac{q}{4\pi\epsilon_a r^2} = -\hat{e}_r \frac{\partial\Phi}{\partial r} \quad (1.21)$$

и поэтому после интегрирования можно найти величину скалярного потенциала

$$\Phi = \frac{q}{4\pi\epsilon_a r}. \quad (1.22)$$

В случае если заряд изменяется от времени, естественно предположить с учетом (1.20), что

$$\Phi(r, t) = \frac{q(t - r/v)}{4\pi\epsilon_a r}. \quad (1.23)$$

Если заряд сосредоточен в объеме V с плотностью $\rho_{cm} = \rho_{cm}(\vec{r}, t)$, то скалярный потенциал, обусловленный произвольным распределением сторонних зарядов в этом объеме, может быть найден с помощью следующей формулы:

$$\Phi(\vec{r}, t) = \frac{1}{4\pi\epsilon_a} \int_V \frac{\rho_{cm}(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/v)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'. \quad (1.24)$$

Поскольку уравнения для векторного и скалярного потенциалов однотипные, частное решение уравнения для векторного потенциала имеет вид:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\mu_a}{4\pi} \int_V \frac{\vec{j}_{cm}(\vec{r}', t - |\vec{r} - \vec{r}'|/v)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'. \quad (1.25)$$

Полученные выражения (1.24) и (1.25) называются запаздывающими потенциалами, так как их значения в заданной точке в заданный момент времени определяются состоянием источника в более ранний момент времени.

Кроме векторного и скалярного потенциалов, часто для облегчения решения используют такую дополнительную функцию, как вектор Герца \vec{G} . В отличие от \vec{A} и Φ введение вектора Герца дает возможность для нахождения векторов \vec{E} и \vec{H} использовать одно векторное уравнение для \vec{G} .

Поскольку векторный и скалярный потенциалы связаны соотношением (1.15), то можно ввести функцию \vec{G} , которая обращает его в тождество. Очевидно, что

$$\Phi = -\text{div}\vec{G}, \quad \vec{A} = \mu_a \varepsilon_a \frac{\partial \vec{G}}{\partial t}. \quad (1.26)$$

В этом случае напряженности поля могут быть представлены через вектор Герца следующим образом:

$$\vec{E} = -\varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{G}}{\partial t^2} + \text{grad}(\text{div}\vec{G}), \quad \vec{H} = \varepsilon_a \frac{\partial}{\partial t} \text{rot}\vec{G}. \quad (1.27)$$

Путем подстановки этих выражений в первое уравнение Максвелла системы (1.8) нетрудно показать, что вектор Герца удовлетворяет следующему неоднородному волновому уравнению:

$$\Delta \vec{G} - \varepsilon_a \mu_a \frac{\partial^2 \vec{G}}{\partial t^2} = - \int_0^t \frac{\vec{j}_{cm}}{\varepsilon_a} dt'. \quad (1.28)$$

Полученное соотношение несколько сложнее формул (1.16), (1.17), так как содержит в правой части интеграл. Однако в ряде

случаев оказывается удобнее при анализе использовать вектор Герца.

Очевидно, что решение уравнения (1.28) может быть представлено через запаздывающий потенциал

$$\vec{G}(\vec{r}, t) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_a V} \int dV' \int_{-\infty}^t \frac{\vec{j}_{cm}(\vec{r}', t' - |\vec{r} - \vec{r}'|/v)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dt'. \quad (1.29)$$

Описание источников излучения через введенные ранее сторонние магнитные токи и заряды позволяют ввести магнитные потенциалы. Выражения, описывающие их связь с источниками поля, аналогичны полученным выражениям для электрических токов и зарядов с соответствующей заменой параметров, исходя из принципа двойственности уравнений Максвелла. В результате получим:

$$\begin{aligned} \vec{E} &= -\text{rot}\vec{A}^M / \epsilon_a, \\ \vec{H} &= -\partial\vec{A}^M / \partial t - \text{grad}\phi^M, \\ \phi^M &= -\text{div}\vec{G}^M, \vec{A}^M = \epsilon_a \mu_a \partial\vec{G}^M / \partial t. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Введенные потенциалы удовлетворяют аналогичным неоднородным уравнениям Даламбера (с соответствующей заменой токов и зарядов), которые имеют решения в виде запаздывающих магнитных потенциалов.

Рассмотрим случай гармонического поля, которое создается гармоническими сторонними токами и зарядами. Представляя величины, описывающие электромагнитное поле, через комплексные амплитуды $\left(\vec{N}(\vec{r}, t) = \text{Re}\left(\dot{\vec{N}}_m(\vec{r}) \cdot \exp(-i\alpha t)\right)\right)$, получим условие калибровки:

$$\text{div}\dot{\vec{A}}_m - i\omega\epsilon_a\mu_a\dot{\Phi}_m = 0. \quad (1.31)$$

Тогда для комплексных амплитуд векторов поля имеем следующие выражения:

$$\dot{\vec{E}}_m = i\omega\dot{\vec{A}}_m - \text{grad}(\dot{\Phi}_m) = i\omega\dot{\vec{A}}_m + i\frac{\text{grad}(\text{div}\dot{\vec{A}}_m)}{\omega\epsilon_a\mu_a}, \dot{\vec{H}}_m = \text{rot}\dot{\vec{A}}_m / \mu_a. \quad (1.32)$$

Для вектора Герца получаются следующие соотношения:

$$\dot{\Phi}_m = -\text{div}\dot{\vec{G}}_m, \dot{\vec{A}}_m = -i\omega\mu_a\epsilon_a\dot{\vec{G}}_m. \quad (1.33)$$

$$\dot{\vec{E}}_m = \omega^2 \mu_a \varepsilon_a \dot{\vec{G}}_m + \text{grad}(\text{div} \dot{\vec{G}}_m), \quad \dot{\vec{H}}_m = -i\omega \varepsilon_a \text{rot} \dot{\vec{G}}_m. \quad (1.34)$$

Приведем явный вид зависимостей для комплексных амплитуд напряженностей поля при задании источников через магнитные токи и заряды

$$\dot{\vec{E}}_m = -\frac{\text{rot} \dot{\vec{A}}_m^M}{\varepsilon_a}, \quad \dot{\vec{H}}_m = i\omega \dot{\vec{A}}_m^M + i\frac{\text{grad}(\text{div} \dot{\vec{A}}_m^M)}{\omega \varepsilon_a \mu_a}, \quad (1.35)$$

где $\dot{\vec{A}}_m^M$ – комплексная амплитуда магнитного векторного потенциала.

Магнитный вектор Герца вводится аналогично. Выражения, определяющие напряженности поля, имеют следующий вид:

$$\dot{\vec{E}}_m = i\omega \mu_a \text{rot} \dot{\vec{G}}_m^M, \quad \dot{\vec{H}}_m = \omega^2 \mu_a \varepsilon_a \dot{\vec{G}}_m^M + \text{grad}(\text{div} \dot{\vec{G}}_m^M). \quad (1.36)$$

В случае гармонического поля выражения для нахождения комплексных амплитуд потенциалов через заданные комплексные амплитуды сторонних источников имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} \Phi_m(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi \varepsilon_a} \int_V \frac{\dot{\rho}_{cm}(\vec{r}') \cdot \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV', \\ \dot{\vec{A}}_m(\vec{r}) &= \frac{\mu_a}{4\pi} \int_V \frac{\dot{\vec{j}}_{cm}(\vec{r}') \cdot \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV', \\ \dot{\vec{G}}_m(\vec{r}) &= \frac{1}{4\pi i \omega \varepsilon_a} \int_V \frac{\dot{\vec{j}}_{cm}(\vec{r}') \cdot \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV', \end{aligned} \quad (1.37)$$

где $k = \omega \sqrt{\varepsilon_a \mu_a} = \omega/v$ – волновое число. Аналогичные выражения могут быть записаны и для случая, когда для задания источников излучения используются магнитные токи и заряды.

1.3. Характеристики поля излучения произвольной системы

Как было показано выше, в общем случае электромагнитное поле, создаваемое излучающей системой, может быть представлено через запаздывающие потенциалы. В случае гармонической зависимости они определяются соотношениями типа (1.37). Эти выражения являются строгими и применимы при любом взаимном расположении точек источников и наблюдения. Однако на практике с их помощью, как правило, не удастся получить аналитические выражения для излучающих систем. Широкое распространение получил подход, позволяющий с помощью упрощающих предположений найти пригодные решения. Эти упрощения связаны с разбиением пространства на ближнюю, промежуточную и дальнюю области. Рассмотрим для примера векторный потенциал, создаваемый электрическими токами, расположенными в области V , имеющей максимальный линейный размер L (см. рис. 1.1).

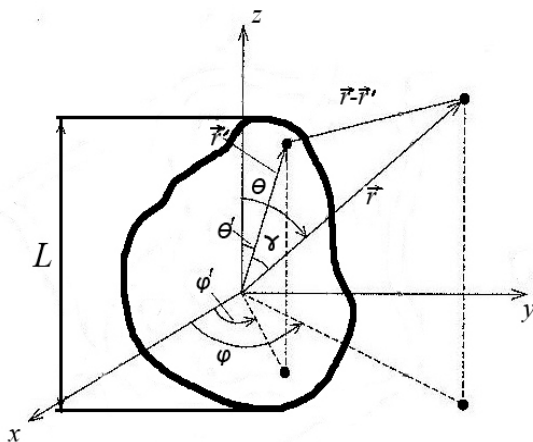


Рис. 1.1. Геометрия задачи излучения

$$\dot{\vec{A}}_m(\vec{r}) = \frac{\mu_a}{4\pi} \int_V \frac{\dot{\vec{j}}_{cm}(\vec{r}') \cdot \exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dV'. \quad (1.38)$$

В сферической системе координат величина $|\vec{r} - \vec{r}'|$ может быть определена следующим выражением:

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = \sqrt{r^2 + r'^2 - 2r^2 r'^2 \cos \gamma}. \quad (1.39)$$

Если точка наблюдения находится вне объема, в котором расположены источники, то $r' > L$, $r > r'$ и формулу (1.39) можно представить в виде разложения по степеням r'/r :

$$|\vec{r} - \vec{r}'| = r \left(1 - \frac{r'}{r} \cos \gamma + \frac{1}{2} \left(\frac{r'}{r} \right)^2 \sin^2 \gamma + \frac{1}{2} \left(\frac{r'}{r} \right)^3 \sin^2 \gamma \cos \gamma + \dots \right). \quad (1.40)$$

Дальнюю зону источника излучения определяют неравенством $r > L$, вследствие чего $r > r'$. Поэтому в знаменателе (1.38) можно оставить только одно (первое) слагаемое, а в показателе экспоненты – два члена. В этом случае (1.38) можно представить как

$$\dot{A}_m(\vec{r}) = \frac{\mu_a \exp(ikr)}{4\pi r} \int_V \dot{j}_{cm}(\vec{r}') \cdot \exp(-ikr' \cos \gamma) dV'. \quad (1.41)$$

Пренебрежение членами второго и более высокого порядка величины r'/r в показателе экспоненты соответствует тому, что отброшенные члены малы по сравнению с 2π . Физически это означает, что разность хода между лучом от текущей точки интегрирования до точки наблюдения и лучом от начала координат до точки наблюдения пренебрежимо мала и эти лучи идут практически параллельно (угол $\gamma \cong 0$). Границу применимости выражения (1.41) можно оценить по величине третьего (отброшенного) слагаемого в показателе экспоненты. Разность фаз этих двух лучей с учетом третьего члена в (1.40)

$$\Delta\phi = k \sin^2 \gamma r'^2 / (2r). \quad (1.42)$$

Поскольку $r' \leq L/2$, то фазовая ошибка $\Delta\phi \leq kL^2/(8r)$. Обычно полагают, что $\Delta\phi_{\max} = \pi/8$, и тогда нижняя (внутренняя) граница дальней зоны определяется как

$$r_{\min} \geq 2L^2/\lambda, \quad (1.43)$$

где $\lambda = k/(2\pi)$ – длина волны излучения. Очень часто дальнюю зону называют зоной Фраунгофера.

Выражение для нахождения потенциала (1.41) можно представить в виде произведения скалярной и векторной функции:

$$\dot{\vec{A}}_m(\vec{r}) = \frac{\mu_a \exp(ikr)}{4\pi r} \vec{P}^E(\theta, \varphi), \quad (1.44)$$

где сомножитель $\vec{P}^E(\theta, \varphi) = \int_V \dot{\vec{j}}_{cm}(\vec{r}') \cdot \exp(-ikr' \cos \gamma) dV'$ зависит лишь от угловых координат точки наблюдения.

В случае если источники излучения задаются магнитными токами и зарядами, потенциалы могут быть представлены подобными выражениями.

Из формул векторного анализа ротор от произведения скалярной β и векторной функций \vec{N} равен

$$\text{rot}(\beta \vec{N}) = \beta \cdot \text{rot} \vec{N} + [\text{grad} \beta \times \vec{N}], \quad (1.45)$$

где $[\vec{a} \times \vec{b}]$ – векторное произведение векторов. Это позволяет представить выражение для магнитного поля из (1.44) в виде

$$\dot{\vec{H}}_m = \frac{1}{4\pi} \left\{ \frac{\exp(ikr)}{r} \text{rot} \vec{P}^E + \left[\text{grad} \left(\frac{\exp(ikr)}{r} \right) \times \vec{P}^E \right] \right\}. \quad (1.46)$$

Поскольку в сферической системе координат с ортами $(\hat{e}_r, \hat{e}_\theta, \hat{e}_\varphi)$

$$\begin{aligned} \text{rot} \vec{N} = & \hat{e}_r \frac{1}{r \sin \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (\sin \theta \cdot N_\varphi) - \frac{\partial N_\theta}{\partial \varphi} \right] + \\ & + \hat{e}_\theta \frac{1}{r} \left[\frac{1}{\sin \theta} \frac{\partial N_r}{\partial \varphi} - \frac{\partial (r N_\varphi)}{\partial r} \right] + \hat{e}_\varphi \frac{1}{r} \left[\frac{\partial (r N_\theta)}{\partial r} - \frac{\partial N_r}{\partial \theta} \right], \end{aligned} \quad (1.47)$$

$$\text{grad} \left(\frac{\exp(ikr)}{r} \right) = \frac{\partial}{\partial r} \left(\frac{\exp(ikr)}{r} \right) \hat{e}_r = \left(\frac{ik}{r} - \frac{1}{r^2} \right) \exp(ikr) \hat{e}_r, \quad (1.48)$$

то в дальней зоне членами, имеющими радиальную зависимость $1/r^2$, можно пренебречь. В результате имеем

$$\dot{\vec{H}}_m \cong \frac{ik \exp(ikr)}{4\pi r} [\hat{e}_r \times \vec{P}^E] = -\frac{i \exp(ikr)}{2\lambda r} (P_\varphi^E \hat{e}_\theta - P_\theta^E \hat{e}_\varphi). \quad (1.49)$$

Тогда из первого уравнения Максвелла в области, где отсутствуют источники излучения, получим

$$\dot{\vec{E}}_m = \frac{rot \dot{\vec{H}}_m}{-i\omega\epsilon_a} \cong \frac{iZ_B}{2\lambda} \frac{\exp(ikr)}{r} (P_\theta^E \hat{e}_\theta + P_\varphi^E \hat{e}_\varphi), \quad (1.50)$$

где $Z_B = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a}$ – волновое (характеристическое) сопротивление среды распространения.

Как следует из найденных зависимостей, поле в дальней зоне имеет поперечный характер, векторы \vec{E} и \vec{H} взаимно ортогональны. В окрестности любой точки наблюдения в дальней зоне компоненты E_θ и H_φ , а также E_φ и H_θ находятся в фазе и их отношение равно характеристическому сопротивлению среды:

$$\frac{E_\theta}{H_\varphi} = Z_B, \quad \frac{E_\varphi}{H_\theta} = -Z_B. \quad (1.51)$$

Зависимость поля от расстояния имеет вид расходящейся сферической волны $\exp(ikr)/r$. Направление и амплитуда векторов \vec{E}_m и \vec{H}_m зависит от интенсивности и ориентации стороннего источника и угловых координат θ и φ . Поэтому в общем случае эта волна не является однородной сферической волной.

Угловое распределение составляющих электромагнитного поля в дальней зоне не зависит от расстояния r и может быть описано с помощью следующих характеристик:

$$F_\theta(\theta, \varphi) = \frac{E_\theta(\theta, \varphi)}{|E_{\theta \max}(\theta_1, \varphi_1)|}, \quad F_\varphi(\theta, \varphi) = \frac{E_\varphi(\theta, \varphi)}{|E_{\varphi \max}(\theta_2, \varphi_2)|}, \quad (1.52)$$

где θ_1, φ_1 и θ_2, φ_2 – углы, для которых имеют место максимальные значения для соответствующих компонент поля. Функции F_θ и F_φ называют нормированными характеристиками направленности по полю для соответствующих составляющих. Графическое изображение этих кривых называются нормированными диаграммами направленности по полю.

Среднее за период значение плотности потока мощности (среднее значение вектора Умова – Пойнтинга) в дальней зоне определяется соотношением

$$\bar{\Pi} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m^*] = \frac{\hat{e}_r}{2Z_B} \left(|\dot{E}_{m\theta}(\theta, \varphi)|^2 + |\dot{E}_{m\varphi}(\theta, \varphi)|^2 \right). \quad (1.53)$$

Из (1.53) следует, что вектор Умова – Пойнтинга в дальней зоне направлен в радиальном направлении, а мнимая часть среднего значения плотности потока мощности равна 0. Очевидно, что зависимость

$$F^2(\theta, \varphi) = \frac{|\bar{\bar{P}}(\theta, \varphi)|}{|\bar{\bar{P}}(\theta_0, \varphi_0)|_{\max}}, \quad (1.54)$$

где $|\bar{\bar{P}}(\theta_0, \varphi_0)|_{\max}$ – максимальное среднее значение модуля вектора Умова – Пойнтинга, задаваемого углами θ_0, φ_0 , описывает угловое распределение плотности потока мощности и называется нормированной характеристикой направленности по мощности, а ее график – нормированной диаграммой направленности по мощности.

Рассмотрим поведение поля излучения в промежуточной области. Ее также называют зоной Френеля. В этом случае при определении поля в соответствии с формулой (1.38) в знаменателе можно, как и для дальней зоны, ограничиться приближением $|\vec{r} - \vec{r}'| \cong r$, а в показателе экспоненты учесть три слагаемых в разложении (1.40). Тогда выражение для векторного потенциала (1.38) принимает вид

$$\vec{A}_m(\vec{r}) = \frac{\mu_a \exp(ikr)}{4\pi r} \int_V \dot{j}_{cm}(\vec{r}') \cdot \exp\left(-ikr'(\cos\gamma - \frac{r' \sin^2\gamma}{2r})\right) dV'. \quad (1.55)$$

Для определения компонент напряженности поля необходимо выполнить операции *rot* и отбросить, как и при нахождении поля в дальней зоне, члены $1/r^2$ и $1/r^3$. Однако полученные выражения при произвольном характере распределения сторонних токов будут иметь более сложный вид. Оценки показывают, что приближение зоны Френеля (1.55) оказывается справедливым для расстояний, удовлетворяющих условию

$$\frac{L}{4} + \frac{L}{2} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^{1/3} \leq r \leq \frac{2L^2}{\lambda}. \quad (1.56)$$

Первое слагаемое в (1.56) учитывает амплитудную ошибку, возникающую из-за отбрасывания в знаменателе членов $(r'/r)^n$, начиная с $n = 1$ в разложении (1.40) и выше.

В случае анализа поля в ближней зоне необходимо использовать точную формулу для определения векторного потенциала. В этой зоне поле имеет как поперечную, так и продольную составляющую, зависимость от расстояния имеет нерегулярный характер. В значительной степени она определяется характером пространственной зависимости распределения сторонних источников.

1.4. Поляризационные параметры поля излучения

Как следует из полученных выражений (1.49) и (1.50) в дальней зоне электромагнитное поле носит поперечный характер. Для описания поведения вектора \vec{E} (или \vec{H}) в плоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения, вводится понятие поляризации. Если ввести локальную декартовую систему координат, в которой орт \hat{e}_z совпадает для точки наблюдения с \hat{e}_r в исходной системе координат, а два других обозначить \hat{e}_x и \hat{e}_y , то в плоскости перпендикулярной направлению распространения гармонической волны \vec{E} может быть представлен в виде совокупности двух составляющих:

$$\begin{aligned} E_x &= E_{mx} \cos(\omega t - kz + \phi_x) = \text{Re}(\dot{E}_x \exp(-i\omega\tau)), \\ E_y &= E_{my} \cos(\omega t - kz + \phi_y) = \text{Re}(\dot{E}_y \exp(-i\omega\tau)). \end{aligned} \quad (1.57)$$

где $\tau = t - (k/\omega)z = t - z/v$, $\dot{E}_x = E_{mx} \exp(-i\phi_x)$, $\dot{E}_y = E_{my} \exp(-i\phi_y)$, а E_{mx} , E_{my} , ϕ_x , ϕ_y – постоянные действительные амплитуды и фазы ортогональных составляющих вектора \vec{E} . Исключив из (1.57) временной множитель, получим уравнение, которое описывает состояние поляризации волны:

$$\left(\frac{E_x}{E_{mx}}\right)^2 + \left(\frac{E_y}{E_{my}}\right)^2 - 2\left(\frac{E_x}{E_{mx}} \frac{E_y}{E_{my}}\right) \cos\Delta = \sin^2 \Delta, \quad (1.58)$$

где $\Delta = \phi_y - \phi_x$.

Уравнение (1.58) есть каноническое уравнение эллипса, то есть в общем случае при распространении волны конец вектора \vec{E} движется по эллиптической траектории (см. рис. 1.2).

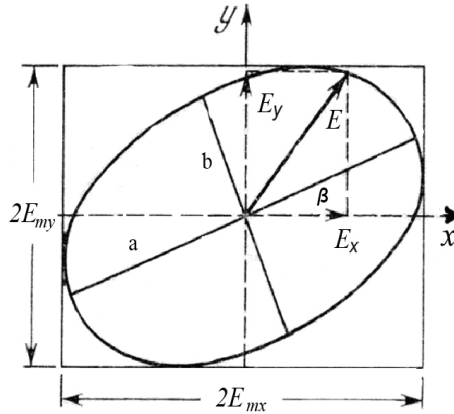


Рис. 1.2. Эллипс поляризации

При $\Delta = \pi/2 \pm \pi n$ оси эллипса совпадают с осями координат, а при $E_{mx} = E_{my}$ эллипс вырождается в окружность. В этих случаях говорят об эллиптической и круговой поляризации. В случае правой поляризации вектор вращается по часовой стрелке, если смотреть в направлении распространения волны, а в случае левой – против часовой стрелки. На рис. 1.3 представлено пространственное изменение вектора \vec{E} при распространении волны с круговой поляризацией.

При $\Delta = \pm \pi n$ из (1.58) следует, что вектор \vec{E} колеблется в плоскости, имеющей угол наклона $\vartheta_{1,2}$ относительно оси x :

$$\operatorname{tg} \vartheta_{1,2} = \pm E_{my} / E_{mx} . \quad (1.59)$$

В этом случае поляризация называется линейной.

Состояние поляризации можно характеризовать с помощью множителя поляризации (фазора):

$$P = \frac{\dot{E}_x}{\dot{E}_y} = \frac{E_{mx}}{E_{my}} e^{i\Delta} . \quad (1.61)$$

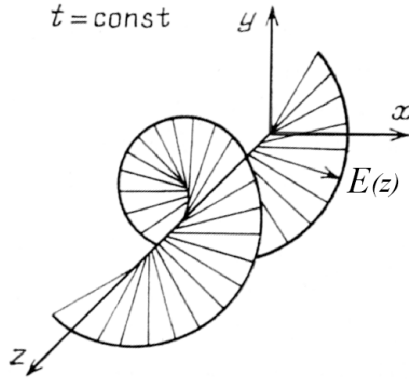


Рис. 1.3. Положение вектора при круговой поляризации

При комплексном P поляризация электромагнитной волны эллиптическая; если P – чисто мнимое, то оси эллипса совпадают с осями координат. Круговой поляризации соответствует значение $P = \pm i$ (положительный знак для правой, а отрицательный – для левой поляризации). Линейной поляризации соответствуют действительные значения P .

Приведенное в (1.57) разложение представляет собой разложение в линейном поляризационном базисе $(\hat{e}_\parallel, \hat{e}_\perp)$. В некоторых приложениях удобнее представлять состояние поляризации поля в виде суперпозиции волн с правой и левой круговой поляризацией (разложение в круговом поляризационном базисе (\hat{e}_R, \hat{e}_L)). Связь между круговым и линейным ортонормированными базисами определяется формулами:

$$\begin{aligned} \hat{e}_R &= (\hat{e}_\parallel + i\hat{e}_\perp)/\sqrt{2}, \quad \hat{e}_L = (\hat{e}_\parallel - i\hat{e}_\perp)/\sqrt{2} \\ (\hat{e}_R \cdot \hat{e}_R^*) &= 1, \quad (\hat{e}_L \cdot \hat{e}_L^*) = 1, \quad (\hat{e}_R \cdot \hat{e}_L^*) = 0 \end{aligned} \quad (1.62a)$$

$$\hat{e}_\parallel = (\hat{e}_R + \hat{e}_L)/\sqrt{2}, \quad \hat{e}_\perp = i(\hat{e}_L - \hat{e}_R)/\sqrt{2}. \quad (1.62b)$$

В этом случае поле с произвольной поляризацией можно представить в виде

$$\vec{E} = E_\parallel \hat{e}_\parallel + E_\perp \hat{e}_\perp = E_R \hat{e}_R + E_L \hat{e}_L. \quad (1.63)$$

Электромагнитные волны радиодиапазона обычно поляризованы. В отличие от этого электромагнитные волны оптических диапазонов могут быть как поляризованы, так и не поляризованы. В случае негармонического источника излучения параметры E_{mx} , E_{my} , ϕ_x , ϕ_y в выражении (1.57) не будут постоянными во времени и поведение вектора \vec{E} в поперечной направлению распространения волны плоскости будет иметь сложный характер. Состояние поляризации для немонахроматической волны (так же, как и гармонической) можно характеризовать различным образом. Очень часто используют параметры Стокса, которые в принятых обозначениях имеют вид:

$$\begin{aligned} I &= \overline{\dot{E}_x \dot{E}_x^*} + \overline{\dot{E}_y \dot{E}_y^*} = \overline{E_{mx}^2} + \overline{E_{my}^2}, \\ Q &= \overline{\dot{E}_x \dot{E}_x^*} - \overline{\dot{E}_y \dot{E}_y^*} = \overline{E_{mx}^2} - \overline{E_{my}^2}, \\ U &= \overline{\dot{E}_x \dot{E}_y^*} + \overline{\dot{E}_y \dot{E}_x^*} = 2\overline{E_{mx} E_{my} \cos \Delta}, \\ V &= i(\overline{\dot{E}_x \dot{E}_y^*} - \overline{\dot{E}_y \dot{E}_x^*}) = 2\overline{E_{mx} E_{my} \sin \Delta}. \end{aligned} \quad (1.64)$$

Физический смысл компонент: I – полная интенсивность волны, Q – разность между интенсивностями волн с двумя линейными ортогональными поляризациями, U – разность между интенсивностями поля при повороте системы координат на 45° и 135° , V – разность между интенсивностями составляющих с правой и левой поляризацией.

Для полностью неполяризованной волны

$$Q^2 = U^2 = V^2 = 0, \quad (1.65)$$

а для полностью поляризованной

$$I^2 = Q^2 + U^2 + V^2. \quad (1.66)$$

Степень поляризации волны можно характеризовать как

$$p_w = \sqrt{Q^2 + U^2 + V^2} / I; \quad (1.67a)$$

степень линейной поляризации –

$$p_l = \sqrt{Q^2 + U^2} / I; \quad (1.67b)$$

степень круговой поляризации –

$$p_c = V/I. \quad (1.67c)$$

Тогда интенсивность поляризованной части волны можно представить как

$$I_n = p_w I; \quad (1.68)$$

а неполяризованной –

$$I_{nn} = (1 - p_w) I. \quad (1.69)$$

С помощью параметров Стокса можно определить поляризацию любой волны, в том числе и при суперпозиции нескольких волн. Параметры Стокса результирующей волны будут определяться как сумма параметров Стокса отдельных волн.

Контрольные вопросы

1. Объясните физический смысл сторонних токов и зарядов. Существуют ли в диэлектрике?
2. Приведите полную систему уравнений Максвелла с учетом сторонних источников.
3. Приведите и объясните классификацию зон электромагнитного поля, формируемого произвольным источником.
4. Чем принципиально отличается поведение поля в ближней зоне и в зоне Фраунгофера?
5. Какие характеристики используются для описания пространственного распределения излучения в дальней зоне?
6. Получите соотношения между единичными векторами в линейном и круговом поляризационном базисе.
7. Напишите, как связаны параметры Стокса для двух плоских волн единичной интенсивности, одна из которых является полностью поляризованной, а вторая – полностью неполяризованной.

2. Излучение электромагнитных волн элементарными излучателями

В качестве излучателей электромагнитных волн (энергии) используются системы (антенны), удовлетворяющие определенным требованиям. Основное требование – минимум реактивной мощности, которая непосредственно связана с антенной и не излучается в пространство. В предположении о линейности процессов любую излучающую систему можно рассматривать в виде совокупности элементарных излучателей. Тогда поле антенной системы в соответствии с принципом суперпозиции можно представить как геометрическую сумму полей элементарных излучателей. Рассмотрим частные случаи. Они позволяют получить выражения для компонент электромагнитной волны в явном виде и более детально проанализировать процесс формирования поля излучения и исследовать его характеристики.

2.1. Элементарный электрический вибратор

Под элементарным электрическим вибратором понимается короткий по сравнению с длиной волны провод, по которому протекает переменный электрический ток, амплитуда и фаза которого не изменяются вдоль провода.

Элементарный электрический вибратор является математической моделью диполя Герца, представляющего собой два металлических шара, соединенных тонким проводом; к разрыву провода присоединен с помощью двух проводной линии источник переменной ЭДС. Если напряжение источника изменять по гармоническому закону, то заряды на шарах тоже меняются по времени по гармоническому закону. Под воздействием стороннего источника между концами вибратора течет переменный ток. Такой излучатель был впервые создан Г. Герцем, поэтому он и получил название диполя Герца, или вибратора Герца.

Введем систему координат с началом в центре вибратора и осью z , совпадающей с его осью. Комплексную амплитуду плотности тока можно считать постоянной в пределах проводни-

ка. Это позволяет от интегрирования по объему перейти к интегрированию по длине вибратора L . Поскольку $\dot{I}_{cm_m} = const$, то выражение (1.37) приобретает следующий вид:

$$\dot{A}_m(\vec{r}) = \frac{\mu_a \dot{I}_{cm_m}}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{\exp(ik|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} dl'. \quad (2.1)$$

Если рассматривать поле на расстояниях, существенно превышающих длину вибратора, то малая длина вибратора L по сравнению с длиной излучаемой волны позволяет на больших расстояниях рассматривать его как точечный и (2.1) можно представить как

$$\dot{A}_m(\vec{r}) = \mu_a A_0 \hat{e}_z \frac{\exp(ikr)}{r}, \quad (2.2)$$

где $A_0 = \dot{I}_{cm_m} L / (4\pi)$. Отметим, что сделанное предположение о малости радиуса вибратора по сравнению с его длиной не является необходимым. Достаточно считать, что $2a < r$.

Поскольку в сферической системе координат выражение для ротора произвольного вектора определяется формулой (1.47), а вектор \dot{A}_m направлен по оси z и не содержит в сферической системе координат азимутальной составляющей, то вектор \dot{H}_m имеет только одну компоненту:

$$\dot{H}_{m\varphi} = \frac{1}{\mu_a r} \left[\frac{\partial(r\dot{A}_{m\theta})}{\partial r} - \frac{\partial\dot{A}_{mr}}{\partial \theta} \right] = -A_0 k^2 \left[\frac{i}{kr} - \left(\frac{1}{kr} \right)^2 \right] \sin\theta \cdot \exp(ikr). \quad (2.3)$$

Это отражает тот факт, что прямолинейный ток может создать только кольцевые магнитные силовые линии, лежащие в плоскостях, перпендикулярных оси вибратора.

Выражение (2.3) позволяет получить формулы для компонент электрического поля:

$$\begin{aligned} \dot{E}_{mr} &= \frac{2A_0 k^3}{\omega \varepsilon_a} \left[\left(\frac{1}{kr} \right)^2 + i \left(\frac{1}{kr} \right)^3 \right] \cos\theta \cdot \exp(ikr), \\ \dot{E}_{m\theta} &= \frac{iA_0 k^3}{\omega \varepsilon_a} \left[-\frac{1}{kr} - i \left(\frac{1}{kr} \right)^2 + \left(\frac{1}{kr} \right)^3 \right] \sin\theta \cdot \exp(ikr). \end{aligned} \quad (2.4)$$

Из приведенных зависимостей следует, что вектор напряженности электрического поля имеет две составляющие, а вектор напряженности магнитного поля – одну. Таким образом, в любой точке пространства вектор \vec{E} лежит в меридианальной плоскости, т. е. в плоскости, проходящей через ось вибратора и рассматриваемую точку, а вектор \vec{H} – в азимутальной плоскости, т. е. в плоскости, перпендикулярной оси вибратора.

Отметим, что характер поля волны в общем случае не является чисто поперечным. В электродинамике принято классифицировать такие волны по наличию соответствующей компоненты поля в продольном направлении. Электрическими волнами (Е-волнами) называют волны, у которых вектор напряженности магнитного поля лежит в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, а вектор напряженности электрического поля имеет как поперечные, так и продольные составляющие.

Магнитными волнами (Н-волнами) называют волны, у которых вектор напряженности электрического поля лежит в плоскости, перпендикулярной направлению распространения волны, а вектор напряженности магнитного поля имеет как поперечные, так и продольные составляющие.

Как следует из формул (2.3) и (2.4), элементарный электрический вибратор создает электрические волны.

Выполним анализ свойств электромагнитного поля элементарного электрического вибратора в зависимости от расстояния. Из выражений (2.3) и (2.4) видно, что поведение амплитуд определяется величиной kr . В зависимости от значения этой величины выделяют, как и для общего случая, три зоны: *дальнюю* ($kr \ll 1$), *ближнюю* ($kr \ll 1$) и *промежуточную* ($kr \cong 1$).

В ближней зоне $kr \ll 1$ или $2\pi r < \lambda$. Однако формулы для поля элементарного вибратора были выведены в предположении, что расстояние до точки наблюдения значительно больше линейных размеров вибратора. Поэтому более точное условие ближней зоны для электрического вибратора имеет следующий вид:

$$L < r < \lambda/(2\pi). \quad (2.5)$$

В этом случае в выражениях в квадратных скобках формул (2.3) и (2.4) можно пренебречь слагаемыми с малой степенью. Кроме того, при $kr \ll 1$ $\exp(ikr) \cong 1$. В результате выражения для компонент комплексных амплитуд поля приобретают вид:

$$\dot{H}_{m\varphi} = \frac{A_0 \sin \theta}{r^2}, \dot{E}_{mr} = \frac{2iA_0 \cos \theta}{\omega \varepsilon_a r^3}, \dot{E}_{m\theta} = \frac{iA_0 \sin \theta}{\omega \varepsilon_a r^3}. \quad (2.6)$$

В ближней зоне отличны от нуля все три составляющие поля: $\dot{H}_{m\varphi}$, \dot{E}_m , $\dot{E}_{m\theta}$. Они быстро убывают с расстоянием пропорционально квадрату и кубу расстояния. В пределах ближней зоны не проявляется изменение фазы поля с расстоянием, т. е. оно имеет квазистационарный характер.

Отметим, что составляющие напряженности электрического и магнитного полей в (2.6) сдвинуты по фазе на 90° , поэтому комплексный вектор Пойнтинга будет чисто мнимой величиной, т. е. отсутствует активная составляющая и содержится только реактивная составляющая. Это означает, что одну четверть периода энергия отдается источником окружающему пространству, а другую четверть периода эта энергия возвращается к источнику. Мгновенный вектор Пойнтинга имеет только колеблющуюся составляющую, и поэтому его среднее значение за период будет равно нулю. Однако не означает, конечно, что в ближней зоне отсутствует излучение. Как и в дальней зоне, здесь в выражениях для поля имеются слагаемые, пропорциональные $1/(kr)$ которые определяют излучаемую энергию. Однако их абсолютные величины малы по сравнению с абсолютными значениями составляющих, определяемых формулами (2.6).

Необходимо отметить, что в случае среды без потерь полные потоки энергии в ближней и дальней зонах одинаковы, а плотность потока энергии в ближней зоне значительно больше, чем в дальней. Очень часто ближнюю зону называют областью реактивного ближнего поля.

Поскольку в промежуточной зоне $kr \cong 1$, при анализе надо использовать все слагаемые в соотношениях (2.3) и (2.4). Поэтому в промежуточной зоне поле излучения и реактивное оказываются одного порядка.

Рассмотрим поведение поля в дальней зоне. Из формул (2.3) и (2.4) при $kr \gg 1$ следует, что $\dot{E}_m \cong 0$ и

$$\begin{aligned}\dot{H}_{m\varphi} &= \frac{-iA_0 k}{r} \sin\theta \cdot \exp(ikr), \\ \dot{E}_{m\theta} &= \frac{-iA_0 k}{r} \sqrt{\mu_a/\varepsilon_a} \sin\theta \cdot \exp(ikr).\end{aligned}\tag{2.7}$$

Приведенные соотношения показывают, что составляющие поля колеблются синфазно и имеют характер расходящейся от вибратора сферической волны. Компоненты $\dot{E}_{m\theta}$ и $\dot{H}_{m\varphi}$ взаимно ортогональны и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению излучения. Между собой $\dot{E}_{m\theta}$ и $\dot{H}_{m\varphi}$ связаны по величине через волновое сопротивление $Z_B = \sqrt{\mu_a/\varepsilon_a}$, которое характерно для плоской волны. Таким образом, в дальней зоне на локальных участках фронт волны можно считать плоским.

При одном и том же расстоянии от вибратора поле будет различным в зависимости от угла. Амплитуда напряженности поля максимальна в плоскости, проходящей через середину вибратора перпендикулярно его оси ($\theta = \pi/2$), и равна нулю в направлении этой оси, т. е. при $\theta = 0$ и $\theta = \pi$.

Как следует из формулы для напряженности поля, нормированная диаграмма направленности элементарного электрического вибратора совпадает с поверхностью тора, образованного вращением круга, радиус которого равен расстоянию от центра круга до оси вращения (рис. 2.1).

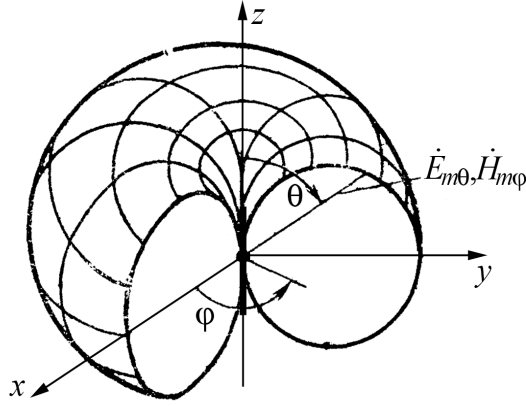


Рис. 2.1. Диаграмма направленности элементарного электрического вибратора

Очевидно, что комплексный вектор Пойнтинга в рассматриваемом случае является чисто вещественной величиной. Средняя за период плотность потока энергии равна

$$\overline{\Pi} = \frac{1}{2} \operatorname{Re} [\dot{\vec{E}}_m \times \dot{\vec{H}}_m^*] = \frac{Z_B}{2} \left(\frac{|\dot{I}_{cm}|^2 L^2}{4(\lambda r)^2} \right) \sin^2 \theta \cdot \hat{e}_r. \quad (2.8)$$

Излучение электромагнитной энергии максимально в направлениях, перпендикулярных оси вибратора ($\theta = \pi/2$), и не зависит от угла φ . Вдоль своей оси ($\theta = 0$ и $\theta = \pi$) вибратор не излучает.

Определим среднюю мощность, излучаемую в пространство элементарным электрическим вибратором, находящимся в среде без потерь. Поскольку она определяется средним потоком мощности через любую замкнутую поверхность S , окружающую вибратор, то, полагая в качестве S сферу с центром в начале координат и достаточно большим радиусом, имеем следующее выражение:

$$P_\Sigma = \int_S \dot{\Pi} d\vec{S} = \frac{Z_B}{2} \frac{|\dot{I}_{cm}|^2 L^2}{4\lambda^2} \int_0^\pi \sin^3 \theta d\theta \int_0^{2\pi} d\varphi. \quad (2.9)$$

Вычисления интеграла позволяют получить формулу:

$$P_{\Sigma} = \left(\frac{|\dot{I}_{cm}|L}{\lambda} \right)^2 \frac{\pi Z_B}{3}. \quad (2.10)$$

По аналогии с обычным выражением для мощности, расходуемой в среднем за период в электрической схеме на активном сопротивлении (закон Джоуля – Ленца), полученную формулу можно представить в виде

$$P_{\Sigma} = \frac{1}{2} |\dot{I}_{cm}|^2 R_{\Sigma}, \quad (2.11)$$

где

$$R_{\Sigma} = \frac{2\pi}{3} \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2 Z_B. \quad (2.12)$$

Величина R_{Σ} называется *сопротивлением излучения*. В случае излучения в свободном пространстве ($Z_B = Z_0 = 120\pi$ Ом)

$$R_{\Sigma} = 80\pi^2 \left(\frac{L}{\lambda} \right)^2. \quad (2.13)$$

2.2. Элементарный магнитный вибратор

В разделе 1 наряду со сторонними токами были введены и магнитные сторонние токи. Это позволило учесть источники поля, которые удобнее описывать в такой трактовке. Рассмотрим элементарный магнитный вибратор.

Под элементарным магнитным вибратором понимается элемент магнитного тока, амплитуда и фаза которого одинаковы во всех его точках.

В качестве физической модели элементарного магнитного вибратора можно использовать стержень, вокруг которого расположена рамка с током. Магнитная проницаемость стержня должна быть больше, чем магнитная проницаемость окружающего пространства (например, феррит). В качестве возбуждаю-

щего устройства можно использовать петлю, обтекаемую током проводимости. В отличие от элементарного электрического вибратора на поверхности стержня выполняется краевое условие, согласно которому касательная составляющая вектора \vec{E}_m отлична от нуля и не изменяется вдоль стержня из-за равномерного потока вектора магнитной индукции \vec{B} вдоль стержня. Последнее имеет место в случае большой величины магнитной проницаемости стержня. Геометрия и направление векторов представлены на рис. 2.2.

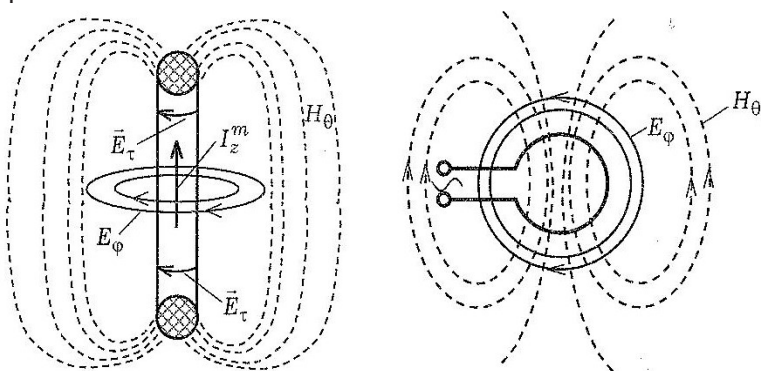


Рис. 2.2. Модель элементарного магнитного вибратора

Задание касательной составляющей вектора на поверхности стержня эквивалентно заданию комплексной амплитуды плотности поверхностного магнитного тока. Объемное распределение плотности магнитного тока тогда, как и для модели электрического вибратора, можно представить в виде

$$\vec{j}_{cm}^M = I_{cm}^M L \delta(x) \delta(y) \delta(z) \hat{e}_z. \quad (2.14)$$

В качестве варианта магнитного вибратора можно также рассматривать рамочный излучатель. Так называют круглый виток из проводника, по которому протекает электрический ток. Радиус этого витка много меньше длины излучаемой волны. Электрический ток вызывает магнитное поле, которое будет перпендикулярно плоскости рамки. Из-за малости размеров рамки фаза

тока во всех ее точках будет одинаковой. Поэтому такую рамку с током можно рассматривать как элементарный магнитный вибратор, ориентированный перпендикулярно ее плоскости, а середина вибратора совпадает с центром рамки.

Если по рамке течет высокочастотный ток амплитудой I_0 , то эта рамка обладает магнитным дипольным моментом:

$$\vec{p}^M = I_0 S_p \mu_a \hat{n}, \quad (2.15)$$

где S_p – площадь рамки, \hat{n} – единичный вектор нормали к рамке (см. рис. 2.3). С другой стороны, поскольку электрический дипольный момент связан с зарядами q , расположенными на расстоянии L соотношением

$$\vec{p} = qL\hat{n}, \quad (2.16)$$

то по аналогии можно ввести фиктивный магнитный заряд q^M , который связан с током, текущим по рамке.

Если рассматривать элементарный магнитный вибратор как цилиндр с поперечным сечением S_p и длиной L , по которому течет магнитный ток, с комплексной амплитудой $\vec{I}_m^M = j_{cm}^M S_p \hat{e}_z$, то из уравнения непрерывности (1.2) при гармоническом токе можно получить связь комплексной амплитуды этого фиктивного магнитного тока вдоль оси z с электрическим током, текущим по рамке:

$$\vec{I}_{cm}^M L = -i\omega\mu_a I_0 S_p. \quad (2.17)$$

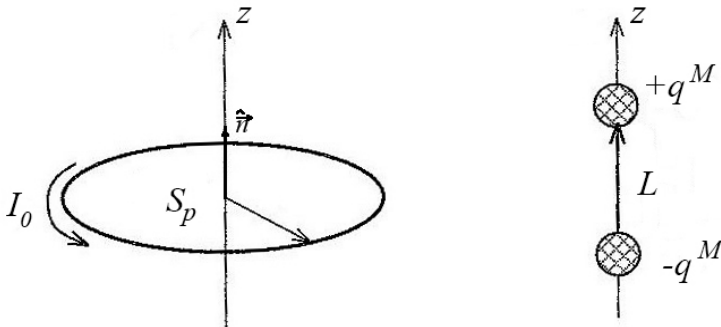


Рис. 2.3. Модель элементарного магнитного вибратора
в виде рамки с током

Для нахождения поля излучения элементарного магнитного вибратора можно воспользоваться принципом двойственности уравнений Максвелла. Выражения для комплексных амплитуд составляющих векторов поля, создаваемого элементарным магнитным вибратором, могут быть получены из формул (2.3) и (2.4) для поля элементарного электрического вибратора, в которых нужно только в соответствии с принципом двойственности сделать необходимые замены. В результате получим следующие выражения:

$$\begin{aligned}\dot{E}_{m\varphi} &= \frac{\dot{I}_{cm}^M L k^2}{4\pi} \left[\frac{i}{kr} - \left(\frac{1}{kr} \right)^2 \right] \sin\theta \cdot \exp(ikr), \\ \dot{H}_{mr} &= -\frac{\dot{I}_{cm}^M L k^3}{2\pi\omega\mu_a} \left[\left(\frac{1}{kr} \right)^2 + i \left(\frac{1}{kr} \right)^3 \right] \cos\theta \cdot \exp(ikr), \\ \dot{H}_{m\theta} &= -\frac{i\dot{I}_{cm}^M L k^3}{4\pi\omega\mu_a} \left[-\frac{1}{kr} - i \left(\frac{1}{kr} \right)^2 + \left(\frac{1}{kr} \right)^3 \right] \sin\theta \cdot \exp(ikr).\end{aligned}\quad (2.18)$$

В случае элементарной рамки с током величину $\dot{I}_{cm}^M L$ необходимо заменить соотношением (2.17). В результате формулы для определения составляющих поля принимают вид

$$\begin{aligned}\dot{E}_{m\varphi} &= \frac{\omega\mu_a I_0 S_p k^2}{4\pi} \left[\frac{1}{kr} + i \left(\frac{1}{kr} \right)^2 \right] \sin\theta \cdot \exp(ikr), \\ \dot{H}_{mr} &= -\frac{i\omega\mu_a I_0 S_p k^3}{2\pi\omega\mu_a} \left[\left(\frac{1}{kr} \right)^2 + i \left(\frac{1}{kr} \right)^3 \right] \cos\theta \cdot \exp(ikr), \\ \dot{H}_{m\theta} &= \frac{\omega\mu_a I_0 S_p k^3}{4\pi\omega\mu_a} \left[\frac{1}{kr} + i \left(\frac{1}{kr} \right)^2 - \left(\frac{1}{kr} \right)^3 \right] \sin\theta \cdot \exp(ikr).\end{aligned}\quad (2.19)$$

Из формул для поля элементарного магнитного вибратора следует, что вектор напряженности электрического поля имеет одну составляющую $\dot{E}_{m\varphi}$, а вектор магнитного поля – две составляющие \dot{H}_{mr} , $\dot{H}_{m\theta}$, т. е. вектор \vec{E} в этом случае лежит

в азимутальных плоскостях, а вектор $\dot{\vec{H}}$ – в меридианальных. Таким образом, магнитный вибратор излучает магнитные волны (Н-волны).

Рассмотрим поле в дальней зоне. В этом случае, пренебрегая по аналогии слагаемыми, имеющими порядок $1/(kr)^2$ выше из (2.18), получаем

$$\begin{aligned}\dot{E}_{m\varphi} &= \frac{i\dot{I}_{cm}^M L}{2\lambda r} \sin\theta \cdot \exp(ikr), \\ \dot{H}_{m\theta} &= \frac{-i\dot{I}_{cm}^M L}{2\lambda Z_B r} \sin\theta \cdot \exp(ikr).\end{aligned}\tag{2.20}$$

Как и для электрического вибратора, поле, создаваемое элементарным магнитным вибратором в дальней зоне, представляет неоднородную сферическую волну с центром, совпадающим с центром вибратора. В дальней зоне есть только две компоненты – $\dot{E}_{m\varphi}$ и $\dot{H}_{m\theta}$, они изменяются синфазно, взаимно ортогональны и лежат в плоскости, перпендикулярной направлению излучения, т. е. имеют характер поперечной волны. Между собой они связаны по величине через волновое сопротивление $Z_B = \sqrt{\mu_a/\epsilon_a}$.

Нормированные характеристики направленности элементарного магнитного вибратора в дальней зоне можно описать как

$$F_\theta(\theta, \varphi) = \sin\theta, \quad F_\varphi(\theta = \pi/2, \varphi) = 1.\tag{2.21}$$

Излучение максимально в экваториальной плоскости $\theta = \pi/2$. Вдоль своей оси (оси z) элементарный магнитный вибратор не излучает. Диаграммы направленности элементарного магнитного вибратора по мощности совпадают с диаграммами направленности элементарного электрического вибратора.

Мощность излучения магнитного вибратора определяется формулой

$$P_\Sigma = \frac{\pi}{3Z_B} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2 |\dot{I}_{cm}^M|^2 = \frac{1}{2} |\dot{I}_{cm}^M|^2 G_\Sigma, \quad G_\Sigma = \frac{2\pi}{3Z_B} \left(\frac{L}{\lambda}\right)^2.\tag{2.22}$$

Здесь, в отличие от элементарного электрического вибратора, используется проводимость излучения G_Σ , поскольку магнитный ток $I_{стт}^M$ имеет размерность напряжения.

Для излучения, создаваемого элементарной рамкой с током в дальней зоне, выражения для составляющих поля имеют вид

$$\dot{E}_{m\varphi} = \frac{\pi \dot{I}_0 Z_B S_p}{\lambda^2 r} \sin \theta \cdot \exp(ikr), \quad \dot{H}_{m\theta} = -\frac{\pi \dot{I}_0 S_p}{\lambda^2 r} \sin \theta \cdot \exp(ikr). \quad (2.23)$$

Мощность излучения определяется формулой

$$P_\Sigma = \frac{8\pi^3}{3} \left(\frac{I_0 S_p}{\lambda^2} \right)^2 Z_B = \frac{1}{2} I_0^2 R_{p\Sigma}, \quad (2.24)$$

где $R_{p\Sigma} = \frac{2\pi}{3} \left(\frac{k S_p}{\lambda} \right)^2 Z_B$ – сопротивление излучения рамки.

2.3. Элемент Гюйгенса

При излучении электромагнитных волн различными системами можно выделить задачи, решение которых может быть сведено к решению двух независимых частных задач, соответствующих источникам, которые создают Е и Н – волны, т. е. действительные источники заменить эквивалентными (элементарный электрический и магнитный вибраторы, элементарная рамка с током, элементарный щелевой излучатель). Однако часто при анализе распределение токов может быть достаточно сложным либо неизвестно. В этих случаях поле излучения можно найти непосредственно из значений \vec{E} и \vec{H} на некоторой поверхности, т. е. поле в пространстве можно рассматривать как результат излучения источников, которые расположены на некоторой поверхности. Согласно принципу Гюйгенса, каждый элемент поверхности фронта волны, как вторичный источник, излучает электромагнитную волну. Поле в точке наблюдения есть результат суперпозиции этих элементарных электромагнитных волн. Математическое обоснование принципа впервые была дано Кирхгофом, и его обычно называют принципом Гюйгенса – Кирхгофа.

Принцип Гюйгенса – Кирхгофа нашел широкое применение при расчетах апертурных антенных систем (рупорные, линзовые, зеркальные с различной формой поверхности), особенно в СВЧ и КВЧ диапазонах радиоволн, где линейные антенны имеют малую эффективность. Метод позволяет находить поле излучения через разбиение поверхности, которая окружает область, формирующую поле, на элементарные площадки ΔS , и использование принципа суперпозиции при суммировании полей, создаваемого этими элементарными площадками. Эти малые элементы поверхности с заданным распределением поля являются элементарными излучателями. Они называются элементами Гюйгенса. В принципе, самые разнообразные поверхности могут быть представлены в виде совокупности таких компонент.

Найдем поле, которое создается каждым элементом поверхности. Рассмотрим простейший элемент Гюйгенса в виде элемента поверхности ΔS , который параллелен фронту волны, т. е. представляет собой элемент фронта волны (см. рис. 2.4). Элементарный излучатель можно представить как совокупность электрического и магнитного поля, действие которых на поверхности ΔS можно заменить эквивалентными магнитным $I_y^M = -E_0 \Delta x$ и электрическим $I_x = -H_0 \Delta y$ током, где E_0 , H_0 соответствуют значениям поля при $x = y = z = 0$. Таким образом, элемент Гюйгенса можно рассматривать как элементарный излучатель, обтекаемый электрическими и магнитными токами. Определим его направленные свойства, предполагая гармонический характер поля.

Очевидно, что эквивалент поверхности можно представить в виде совокупности расположенных перпендикулярно друг к другу элементарных электрических и магнитных вибраторов с плотностями токов:

$$\begin{aligned}\dot{j}_{cm_m} &= -\hat{e}_x \dot{I}_{mx} \delta(x) \delta(y) \delta(z), \\ \dot{j}_{cm_m}^M &= -\hat{e}_y \dot{I}_{my}^M \delta(x) \delta(y) \delta(z).\end{aligned}\tag{2.25}$$

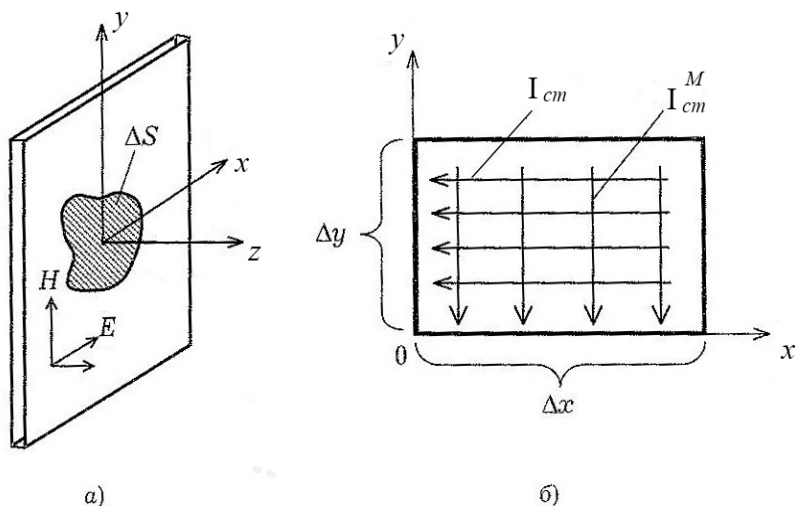


Рис. 2.4. Геометрия задачи к источнику Гюйгенса

Исходя из вида зависимости (2.25) в формуле для векторного потенциала (1.38) целесообразно перейти к декартовой системе координат. Тогда электрический и магнитный потенциалы на расстояниях, значительно превышающих размеры площадки (дальняя зона), запишутся после интегрирования в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{A}}_m &= -\frac{\mu_a}{4\pi} H_0 \Delta S \frac{\exp(ikr)}{r} \hat{e}_x, \\ \dot{\vec{A}}_m^M &= -\frac{\varepsilon_a}{4\pi} E_0 \Delta S \frac{\exp(ikr)}{r} \hat{e}_y.\end{aligned}\quad (2.26)$$

В этом случае в сферической системе координат проекции потенциалов можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned}\dot{A}_{mr} &= \dot{A}_{mx} \sin\theta \cos\varphi, & \dot{A}_{mr}^M &= \dot{A}_{my}^M \sin\theta \sin\varphi, \\ \dot{A}_{m\theta} &= \dot{A}_{mx} \cos\theta \cos\varphi, & \dot{A}_{m\theta}^M &= \dot{A}_{my}^M \cos\theta \sin\varphi, \\ \dot{A}_{m\varphi} &= -\dot{A}_{mx} \sin\varphi, & \dot{A}_{m\varphi}^M &= \dot{A}_{my}^M \cos\varphi.\end{aligned}\quad (2.27)$$

При возбуждении поля сторонним электрическим током (электрический вибратор) в дальней зоне выражения для компонент поля имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}_m &= -\frac{ikZ_B H_0 \Delta S}{4\pi r} (\hat{e}_\theta \cos \theta \cos \varphi - \hat{e}_\varphi \sin \varphi) \exp(ikr), \\ \dot{\vec{H}}_m &= -\frac{ikH_0 \Delta S}{4\pi r} (\hat{e}_\theta \sin \varphi + \hat{e}_\varphi \cos \theta \cos \varphi) \exp(ikr).\end{aligned}\quad (2.28)$$

Здесь, как и ранее, были опущены члены порядка $1/(kr)^2$ и выше.

Аналогично выражения для компонент поля от магнитного тока (элементарного магнитного вибратора) имеют вид

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}_m &= -\frac{ikE_0 \Delta S}{4\pi r} (\hat{e}_\theta \cos \varphi - \hat{e}_\varphi \cos \theta \sin \varphi) \exp(ikr), \\ \dot{\vec{H}}_m &= -\frac{ikE_0 \Delta S}{4\pi r Z_B} (\hat{e}_\theta \cos \theta \sin \varphi + \hat{e}_\varphi \cos \varphi) \exp(ikr).\end{aligned}\quad (2.29)$$

Полученные формулы (2.28) и (2.29) позволяют найти суммарное поле, формируемое элементом Гюйгенса:

$$\begin{aligned}\dot{\vec{E}}_m &= -\frac{ikE_0 \Delta S}{4\pi r} (1 + \cos \theta) (\hat{e}_\theta \cos \varphi - \hat{e}_\varphi \sin \varphi) \exp(ikr), \\ \dot{\vec{H}}_m &= -\frac{ikE_0 \Delta S}{4\pi r Z_B} (1 + \cos \theta) (\hat{e}_\theta \sin \varphi + \hat{e}_\varphi \cos \varphi) \exp(ikr).\end{aligned}\quad (2.30)$$

Здесь $Z_B = E_0/H_0$.

Из приведенных выражений (2.30) следует, что в дальней зоне векторы напряженности электрического и магнитного полей имеют по две ортогональные составляющие, которые находятся в плоскости, перпендикулярной направлению распространения излучения. Так же как и для элементарных вибраторов, поле излучения элемента Гюйгенса имеет вид неоднородной сферической волны.

Нормированные характеристики направленности для элемента Гюйгенса в соответствии с формулами (1.52) имеют вид

$$F_\theta(\theta, \varphi) = \frac{1 + \cos \theta}{2}, \quad F_\varphi(\theta, \varphi) = \frac{1 + \cos \theta}{2}. \quad (2.31)$$

Диаграмма направленности, как следует из выражения (2.31) в произвольной меридианальной плоскости ($\varphi = const$) имеет вид кардиоиды (рис. 2.5а). Пространственная диаграмма направленности (рис. 2.5б) представляет собой поверхность, которая образована вращением кардиоиды вокруг оси, совпадающей с направлением нормали к элементу Гюйгенса. В отличие от характеристик направленности элементарных вибраторов, угловое распределение несимметрично относительно оси. Максимум имеет место в направлении вперед $\theta = 0$, в обратном направлении $\theta = \pi$ излучение отсутствует.

Среднее значение вектора Умова – Пойнтинга для элемента Гюйгенса можно представить выражением

$$\bar{\vec{P}} = \frac{1}{2Z_B} \left(\frac{kE_{0m}\Delta S}{4\pi r} \right) \frac{(1 + \cos\theta)^2}{4} \hat{e}_r. \quad (2.32)$$

Нормированная характеристика направленности по мощности (1.54) имеет следующий вид:

$$F^2(\theta, \varphi) = \frac{(1 + \cos\theta)^2}{4}. \quad (2.33)$$

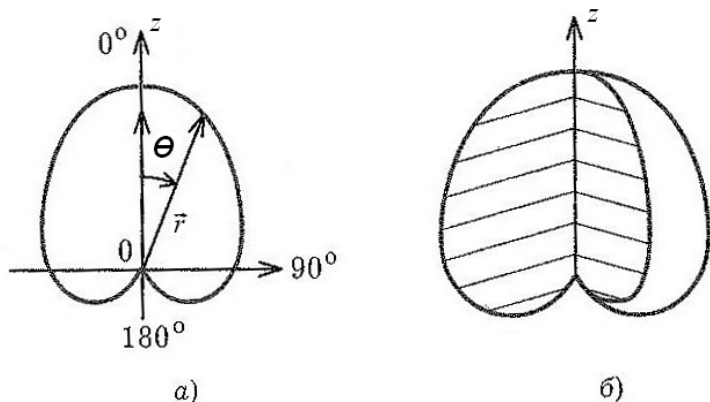


Рис. 2.5. Диаграмма направленности элемента Гюйгенса

Контрольные вопросы

1. Поясните, в чем заключается идеализация понятия элементарный электрический (магнитный) вибратор?
2. Чем отличается поле, излучаемое элементарным вибратором, от поля, излучаемого элементарным магнитным вибратором?
3. В какой зоне, дальней или ближней, больше плотность потока мощности идеального вибратора и почему?
4. Нарисуйте диаграмму направленности для магнитной составляющей поля для элементарного электрического (магнитного) вибратора.
5. Чем определяется мощность, излучаемая элементарным электрическим вибратором? Что показывает сопротивление излучения?
6. Чем определяется мощность, излучаемая элементарным магнитным вибратором? Что показывает проводимость излучения?
7. Чем отличаются характеристики направленных свойств излучения элементарных вибраторов и элемента Гюйгенса?

Рекомендуемая литература

1. Электродинамика и распространение радиоволн / В. А. Неганов, О. В. Осипов, С. В. Раевский, Г. П. Яровой. – М. : Радиотехника, 2007. – 744 с.
2. Пименов, В. Ю. Линейная макроскопическая электродинамика. Вводный курс для радиофизиков и инженеров / В. Ю. Пименов – М. : Интеллект, 2008. – 536 с.
3. Петров, Б. М. Электродинамика и распространение радиоволн / Б. М. Петров. – М. : Горячая линия – Телеком, 2007. – 558 с.
4. Полухин, Ю. Н. Излучение электромагнитных волн / Ю. Н. Полухин. – Самара : СГАУ, 2016. – 156 с.
5. Григорьев, А. Д. Электродинамика и микроволновая техника / А. Д. Григорьев. – Санкт-Петербург : Лань, 2007. – 703 с.
6. Тимофеев, В. А. Электромагнитные поля и волны / В. А. Тимофеев. – Ярославль : ЯрГУ, 2008. – 180 с.

Оглавление

1. Излучение электромагнитных волн произвольной излучающей системой.....	3
1.1. Система уравнений Максвелла. Сторонние источники	3
1.2. Электродинамические потенциалы.....	6
1.3. Характеристики поля излучения произвольной системы.....	14
1.4. Поляризационные параметры поля излучения.....	19
Контрольные вопросы.....	23
2. Излучение электромагнитных волн элементарными излучателями.....	24
2.1. Элементарный электрический вибратор.....	24
2.2. Элементарный магнитный вибратор.....	30
2.3. Элемент Гюйгенса.....	35
Контрольные вопросы.....	40
Рекомендуемая литература.....	41

Учебное издание

Афонин Антон Александрович
Тимофеев Владимир Авенирович

Излучение электромагнитных волн

Учебно-методическое пособие

Редактор, корректор Л. Н. Селиванова
Компьютерная верстка Е. Б. Половкова

Подписано в печать 27.03.2020. Формат 60×84 $\frac{1}{16}$.
Усл. печ. л. 2,56. Уч.-изд. л. 2,0
Тираж 4 экз. Заказ

Оригинал-макет подготовлен
в редакционно-издательском отделе
Ярославского государственного университета

Адрес типографии:
Ярославский государственный университет.
150003, Ярославль, ул. Советская, 14.

