

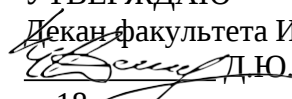
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра компьютерных сетей

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ

 Д.Ю. Чалый

« 18 » мая 2020 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
«Уравнения математической физики»

**Направление подготовки**  
02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

**Профиль**  
«Информатика и компьютерные науки»

**Квалификация выпускника**  
Бакалавр

**Форма обучения**  
очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 16 апреля 2020 г.,  
протокол № 8

Программа одобрена НМК  
факультета ИВТ  
протокол № 7 от  
17 мая 2020 г.

Ярославль  
2020

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины «Уравнения математической физики» являются приобретение знаний и умений в соответствии с ФГОС ВПО, овладение методами решения типичных уравнений математической физики, развитие способности применять эти методы в профессиональной и прикладной деятельности. Дисциплина должна давать представление о месте и роли уравнений математической физики в современном мире.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Уравнения математической физики» относится к вариативной части (дисциплина по выбору) ОП бакалавриата.

Для освоения данной дисциплиной студенты должны обладать знаниями по таким предметам как «Математический анализ», «Дифференциальные и разностные уравнения» и «Кратные интегралы и ряды», проявлять настойчивость, целеустремленность и инициативу в процессе обучения.

Знания, полученные в результате изучения дисциплины «Уравнения математической физики», используются в дальнейшей профессиональной и научной деятельности обучающихся.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ПК-1 Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат и современные технологии, интерпретировать данные современных научных исследований	ПК-1.2 Владеет методами математического моделирования	<b>Знать:</b> — физическую сущность процессов, описываемых уравнениями математической физики; — основные типы уравнений математической физики; — методы решения основных уравнений математической физики второго порядка.  <b>Уметь:</b> — приводить линейные уравнения математической физики второго порядка к каноническим формам.  <b>Владеть навыками:</b> — решения различных уравнений математической физики второго порядка.

### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зач.ед., 72 акад.час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Сем ест р	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости
			Контактная работа						Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лек ции	пра кти чес кие	лаб ора тор ные	кон сул ьта ции	атте стац ион ные исп ыта ния	самос тоят ельная работ а	
1.	Введение	6	2	4		1		3	
2.	Уравнения гиперболического типа	6	7	14		2		3	Контрольная работа №1
3.	Уравнения параболического типа	6	4	8		1		3	
4.	Уравнения эллиптического типа	6	4	8		1		6, 7	Контрольная работа №2
	<b>Всего за 6 семестр</b>		<b>17</b>	<b>34</b>		<b>5</b>		<b>15 ,7</b>	<b>Зачет</b>
	<b>Всего</b>		<b>17</b>	<b>34</b>		<b>5</b>		<b>15 ,7</b>	

#### Содержание разделов дисциплины:

##### 1. Введение.

Понятие уравнения в частных производных (математической физики). Основные типы линейных уравнений второго порядка. Классификация линейных уравнений второго порядка. Приведение линейных уравнений второго порядка к каноническому виду.

##### 2. Уравнения гиперболического типа.

Вывод уравнения колебаний струны. Постановка краевых задач для бесконечной и полуограниченной струны. Формула Даламбера. Построение профиля струны. Использование формулы Даламбера и фазовой плоскости для решения краевых задач для бесконечной струны. Решения краевых задач для полуограниченной струны методом продолжений. Постановка краевых задач для конечной струны. Решение краевых задач для однородного уравнения колебаний струны методом Фурье. Метод Фурье для решения неоднородного уравнения колебаний струны.

##### 3. Уравнения параболического типа.

Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач. Метод Фурье для уравнения теплопроводности. Функция источника. Решение краевых задач для однородного уравнения теплопроводности методом Фурье. Метод Фурье для решения неоднородного уравнения теплопроводности.

##### 4. Уравнения эллиптического типа.

Уравнение Лапласа. Постановка краевых задач. Уравнение Лапласа в полярных координатах. Решение краевых задач для уравнения Лапласа методом Фурье. Уравнение Пуассона. Решение краевых задач для уравнения Пуассона методом Фурье.

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Уравнения математической физики – важная и достаточно сложная математическая дисциплина. Методика преподавания сочетает лекционное изложение с навыками практической работы, в том числе самостоятельной.

*Лекции.* Составление конспекта лекций и дальнейшая работа с ним при подготовке к занятиям выступает как значительная часть процесса обучения.

*Практические занятия* проводятся в академических группах под руководством преподавателя. Преподавание строится на разумном для каждой темы сочетании коллективной работы группы с самостоятельной индивидуальной работой студентов. Допустима также работа в небольших группах по обсуждению серии взаимосвязанных вопросов.

*Домашние задания* даются к очередному практическому занятию или лекции. Студенты регулярно получают задания по самостоятельному изучению некоторых вопросов курса, а также дополнительных его разделов, по чтению учебной литературы.

*Групповые консультации* проводятся перед контрольными мероприятиями (контрольные работы, зачет) для большой группы студентов с целью систематизации знаний и устранению имеющихся сложностей с пониманием материала общего характера.

*Индивидуальные консультации* проводятся регулярно для желающих с целью устранения имеющихся у студентов проблем с материалом частного характера.

*Самостоятельная работа* реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания – на консультациях по учебным вопросам, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, и т.д. при выполнении студентом домашней работы.

Для выработки навыков самостоятельной работы в рамках практических занятий около половины времени отводится на самостоятельное решение задач.

По результатам самостоятельного решения задач и по итогам проверки домашнего задания студент получает оценки. По материалам нескольких взаимосвязанных тем проводится *контрольная работа*. Оценки, полученные по итогам контрольных работ, учитываются на зачете.

*Зачёт* целесообразно проводить в письменной и устной форме. Важно проверить у обучающихся не только теоретические знания, но и практические навыки решения уравнений математической физики. При этом к каждому обучающемуся необходим индивидуальный подход. Учитывается работа в течение семестра на практических занятиях. В случае высоких оценок («хорошо» и «отлично») по итогам контрольных работ, зачёт производится устно и только по лекционному курсу. Для остальных обучающихся зачёт включает в себя и письменное выполнение практических заданий. Это позволяет заинтересовать обучающихся, побудить их к самостоятельному изучению уравнений математической физики.

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

– для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации, для разработки документов, презентаций, для работы с электронными таблицами - программы Office Std 2013 RUSOLPNLAcdmc 021-10232, LibreOffice (свободное), издательская система LaTeX;

– для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ–Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

а) основная:

1. Лесин, В. В., Уравнения математической физики : учеб.пособие для вузов / В. В. Лесин, М., КУРС; ИНФРА-М, 2017, 240с
2. Метод Фурье решения задач математической физики : учебно-методическое пособие / сост. С. Е. Ануфриенко, В. А. Шабаршин ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 92с
3. Метод Фурье решения задач математической физики [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / сост. С. Е. Ануфриенко, В. А. Шабаршин ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 92с
4. Байков В. А. Уравнения математической физики: Учебник и практикум. / Байков В.А., Жибер А.В. - 2-е изд. - М.: Издательство Юрайт, 2017. - 255. Электронный ресурс <https://biblio-online.ru/viewer/E4CC7C7D-F3F0-4CD2-8080-579C7F19DA97/uravneniya-matematicheskoy-fiziki#page/1>

б) дополнительная:

1. Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — 7-е изд. — М.: Изд. МГУ: Наука, 2004. — 798 с.
2. Будак Б. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н. Сборник задач по математической физике. — 4-е изд. — М.: Физматлит, 2004. — 688 с.
3. Краснов М. В. Уравнения математической физики: методические указания. — Ярославль: ЯрГУ, 2007. — 36 с.

в) ресурсы сети «Интернет»

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

- специальные помещения:

-учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);

- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,

- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;

-помещения для самостоятельной работы;

-помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров)– списочному составу группы обучающихся.

- фонд библиотеки.
- компьютерная техника.

**Автор(ы) :**

Доцент кафедры компьютерных сетей, к.ф.-м.н. Е.В.Коновалов

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Уравнения математической физики»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта  
деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Контрольные работы**

**Вариант контрольной работы № 1:**  
*(проверка ОПК-4 и ПК-1 (в части умений работы с уравнениями второго порядка в целом и решения гиперболических уравнений))*

1. Привести уравнение  $u_{tt} = 25u_{xx} + 5u_x - u_t + 25u$  к специальному каноническому виду.

2. Полубесконечная струна  $x \geq 0$  с закрепленным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = 0$  находилась в состоянии покоя и имела профиль скоростей  $u_t(x) = (x - 1)(2 - x)$  при  $x \in (1, 2)$  и  $u_t(x) = 0$  при  $x \in (0, 1)$ . Найти профиль струны при  $t > 0$ .

3. Струна  $0 \leq x \leq p$  с закреплёнными концами до момента времени  $t = 0$  находилась в покое. С момента времени  $t = 0$  на нее действует распределенная сила с линейной плотностью  $f(x, t) = \rho p s p p n 2x s p p n^3 t t$ , где  $\rho p$  – линейная плотность струны. Найти закон колебания точек струны.

**Вариант контрольной работы № 2:**  
*(проверка ОПК-4 и ПК-1 (в части умений решения параболических и эллиптических уравнений))*

1. Решить краевую задачу:

$$u_t = u_{xx} + 4u_x + 4u, u|_{x=0} = u|_{x=p} = 0, u|_{t=0} = e^{-2x}(s p p n x + 2s p p n x \cos 2x).$$

2. Поверхность и правый конец стержня  $x \in [0, p]$  теплоизолированы. На левом конце поддерживается температура  $u(0, t) = e^{a a^2 t}$ , где  $a a$  – коэффициент в уравнении теплопроводности. Начальное распределение температуры  $u(x, 0) = \frac{ch(x-p)}{ch p} + 2s p p \frac{3}{2} x$ . Найти температуру стержня.

3. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в кольце  $1 \leq \rho \leq 2$ , если  $u|_{\rho=1} = 4 \cos 2j j + s p p n 2j j, u|_{\rho=2} = \cos 2j j + \frac{1}{4} s p p n 2j j$ .

### Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное

задание №1 – 1,5 балла,

задание №2 – 1,5 балла,

задание №3 – 1,5 балла.

Каждое из заданий может быть оценено частично, а именно:

1 балл – если при верном в целом решении допущена арифметическая ошибка, из-за которой получился неверный ответ, либо в целом верное решение не доведено до конца, либо в целом верное решение недостаточно аргументировано;

0,5 балла – если в решении допущено несколько арифметических ошибок, либо же отсутствует необходимая часть решения при наличии верно изложенных других частей решения.

Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.

Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 4,5 балла.

Набранное количество баллов

от 4 до 4,5 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне (оценка «отлично»),

3-4 балла – на продвинутом уровне (оценка «хорошо»),

2-3 балла – на пороговом уровне (оценка «удовлетворительно»),

менее 2 баллов – умения не сформированы (оценка «неудовлетворительно»).

### **Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины.**

#### **Проверка сформированности компетенций ОПК-4 и ПК-1**

(правильные ответы подчеркнуты)

1. Уравнения математической физики математическим образом...

- 1) определяют физические константы
- 2) устанавливают физические законы
- 3) описывают физические процессы
- 4) уточняют физическую реальность

2. Важнейшими среди уравнений математической физики являются уравнения \_\_\_\_\_ порядка

- 1) первого
- 2) второго
- 3) третьего
- 4) четвертого

3. Незвестная функция в уравнениях математической физики зависит...

- 1) от одной переменной
- 2) от нескольких переменных
- 3) от условий среды
- 4) от физических реалий

4. Среди типов уравнений второго порядка нет...

- 1) гиперболических
- 2) эллиптических
- 3) круговых

- 4) параболических
5. Формула Даламбера в уравнениях математической физики – это...
- 1) признак сходимости ряда
  - 2) инструмент решения уравнений колебания струны
  - 3) закон течения жидкости в среде с сопротивлением
  - 4) закон изменения электрического потенциала в вакууме
6. Метод разделения переменных иначе называют...
- 1) методом Наполеона
  - 2) методом Цезаря
  - 3) методом сиамских близнецов
  - 4) методом Фурье
7. Смешанная краевая задача не может включать в себя...
- 1) уравнение теплопроводности
  - 2) экономические условия
  - 3) начальные условия
  - 4) граничные условия
8. В основе метода Фурье лежит идея...
- 1) приведения всех решений к общему знаменателю
  - 2) последовательных приближений одного решения к другому
  - 3) поиска множества частных решений с последующим их суммированием
  - 4) вероятностного перебора
9. Функции, удовлетворяющие уравнению Лапласа, называются...
- 1) сходящимися
  - 2) непрерывными
  - 3) гармоническими
  - 4) дисгармоническими
10. К типичным задачам для уравнения Лапласа не относятся
- 5) задача Дирихле
  - 6) задача Эйнштейна
  - 7) задача Ньютона
  - 8) задача Неймана

Каждый правильный ответ оценивается в 1 балл.

Набранное количество баллов 9-10 соответствует формированию проверяемых компетенций на высоком уровне, 7-8 баллов – на продвинутом уровне, 5-7 баллов – на пороговом уровне, менее 5 баллов – ниже порогового уровня.

## **1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

На зачете проверяется сформированность знаний, умений и навыков в соответствии с компетенцией ОПК-4 и ПК-1.

Зачет проводится в письменной и устной форме. Важно проверить у обучающихся не только теоретические знания, но и практические навыки решения уравнений



математической физики. При этом к каждому обучающемуся необходим индивидуальный подход. Учитывается работа в течение семестра на практических занятиях. В случае высоких оценок («хорошо» и «отлично») по итогам контрольных работ, зачёт производится устно и только по лекционному курсу. Для остальных обучающихся зачёт включает в себя и письменное выполнение практических заданий.

Зачет выставляется по итогам ответов, данных студентом на теоретический вопрос из списка вопросов, а также решения практической задачи. Список вопросов и перечень практических задач зачету заранее доступны обучающимся.

### **Список вопросов к зачету**

1. Понятие уравнения с частными производными и его решения. Граничные и начальные условия.
2. Типичные уравнения математической физики. Физическая интерпретация уравнений и дополнительных условий.
3. Классификация уравнений второго порядка.
4. Приведение гиперболических уравнений к каноническому виду.
5. Приведение параболических уравнений к каноническому виду.
6. Приведение эллиптических уравнений к каноническому виду.
7. Приведение линейных уравнений второго порядка к специальному каноническому виду.
8. Вывод уравнения колебаний струны. Постановка краевых задач для бесконечного и полуограниченного случая.
9. Бесконечная струна. Формула Даламбера.
10. Полуограниченная струна. Метод продолжений.
11. Ограниченная струна. Постановка краевых задач.
12. Метод Фурье для однородного уравнения колебаний струны.
13. Обоснование метода Фурье для уравнения колебаний струны.
14. Решение неоднородного уравнения колебаний струны методом Фурье.
15. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности.
16. Метод Фурье для однородного уравнения теплопроводности.
17. Обоснование метода Фурье для уравнения теплопроводности.
18. Решение неоднородного уравнения теплопроводности методом Фурье.
19. Задачи, приводящие к уравнениям Лапласа и Пуассона. Постановка краевых задач.
20. Оператор Лапласа в полярной системе координат.
21. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом Фурье внутри и вне круга.
22. Решение задачи Дирихле для уравнения Лапласа методом Фурье в кольце.
23. Решение задачи Неймана для уравнения Лапласа методом Фурье в круге.
24. Решение третьей краевой задачи в круге методом Фурье в круге.
25. Уравнение Пуассона, его решение методом Фурье.

### Практические задания к зачету:

1. Привести уравнение  $u_{xx} - 2u_{xy} + u_{yy} + \alpha\alpha u_x + \beta\beta u_y = 0$  ( $\alpha\alpha$  и  $\beta\beta$  – константы) к специальному каноническому виду.
2. В невырожденной области  $xy \neq 0$  привести к каноническому виду уравнение  $2y^2 u_{xx} + 4xy u_{xy} + 4x^2 u_{yy} + 2yu_y + x^2 y^2 u = 0$ .
3. Полуограниченная струна  $x \geq 0$  с закрепленным концом  $x = 0$  в момент времени  $t = 0$  находилась в состоянии покоя и имела начальный профиль  $\phi(x) = (x - 2)(4 - x)$  при  $x \in (2, 4)$  и  $\phi(x) = 0$  при  $x \notin (2, 4)$ . Найти формулы, представляющие закон движения точек струны при  $t > 0$ .
4. Струна  $0 \leq x \leq \pi$  с закреплёнными концами описывается уравнением:  $u_{xx} = u_{tt} + 2u_t + u$ . Найти  $u(x, t)$  при  $t > 0$ , если  $u|_{t=0} = \sin^3 x$ ,  $u_t|_{t=0} = \sin 5x$ .
5. Струна  $0 \leq x \leq \pi$  с закреплёнными концами описывается уравнением:  $u_{xx} = 4u_{tt} + 8u_t + 4u$ . Найти  $u(x, t)$  при  $t > 0$ , если  $u|_{t=0} = \sin x$ ,  $u_t|_{t=0} = \sin 5x$ .
6. Решить краевую задачу:  

$$u_{tt} = 4u_{xx} - 5u + 8 \sin x \cos t, u|_{x=0} = u|_{x=\pi} = 0, u|_{t=0} = \sin x, u_t|_{t=0} = 0.$$
7. Концы струны колеблются по закону  $u(0, t) = u(\pi, t) = 2 \sin \frac{t}{2}$ . При  $t = 0$  начальное отклонение нулевое, а начальная скорость  

$$u(x, 0) = \frac{\sin \frac{x}{2}}{\sin \frac{\pi}{2}} + \cos \frac{x}{2} - \frac{\cos \frac{\pi}{2}}{\sin \frac{\pi}{2}} \sin \frac{x}{2}$$
В уравнении струны  $\frac{1}{2k}$ , где  $k = 1, 2, \dots$ . Найти закон колебаний точек струны.
8. Стержень, находящийся под действием распределённой силы, описывается уравнением:  

$$u_{tt} + 6u_t + 9u = u_{xx} + \cos(\sqrt{10}t) \cos x.$$
Конец стержня  $x = 0$  свободен, а конец  $x = \frac{\pi}{2}$  закреплён. Найти установившиеся колебания стержня.
9. Стержень, находящийся под действием распределённой силы, описывается уравнением:  

$$u_{tt} + 2u_t + u = u_{xx} + \cos(\sqrt{2}t) \sin x.$$
Концы стержня  $x = 0$  и  $x = \pi$  закреплены. Найти установившиеся колебания стержня.
10. Найти предельное значение температуры в теплоизолированном стержне при  $t \rightarrow \infty$ , если  $u|_{x=0} = e^{-t}$  и  $u|_{x=1} = 0$ . В уравнении теплопроводности значение  $a = 1$ .
11. Найти установившиеся тепловые волны в стержне  $x \in [0, \pi]$ , на боковой поверхности которого происходит теплообмен со средой, имеющей нулевую температуру. Коэффициент теплообмена равен  $h$ . По стержню распределены источники тепла с плотностью  $f(x, t) = \sin x [\cos t + (a^2 + h) \sin t] \sin x$ , где  $a$  – коэффициент в уравнении теплопроводности. На концах стержня поддерживается нулевая температура.
12. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в кольце  $1 \leq \rho \leq 2$ , если  

$$u|_{\rho=1} = 4 + \sin 2\theta, u|_{\rho=2} = 2 + \frac{1}{4} \sin 2\theta.$$

13. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в кольце  $1 \leq \rho \leq 2$ , если  $u|_{\rho=1} = 2 + \sin 2\varphi + \cos 2\varphi$ ,  $u|_{\rho=2} = 2 + \frac{1}{2}\cos \varphi + 4\sin 2\varphi$ .
14. Решить задачу Дирихле для уравнения Лапласа в области:  $y \geq 0$ ,  $x^2 + y^2 \leq a^2$ , если решение  $u(x, y)$  на границе  $y = 0$  обращается в ноль, а на границе  $x^2 + y^2 = a^2, y \geq 0$  выполнено:  $u(a \cos \varphi, a \sin \varphi) = 2 \sin 2\varphi$ , где  $\varphi \in [0; \pi]$ .
15. Разрешима ли краевая задача:  $\Delta u = 0, \frac{\partial u}{\partial n}|_{\rho=1} = \sin \varphi + \cos^2 \varphi + A$  (где  $A$  – константа) для круга  $0 \leq \rho \leq 1$ ? Если задача разрешима, то найти решение.
16. Решить третью краевую задачу для уравнения Лапласа в круге  $\rho \leq 2$ , если  $(\frac{\partial u}{\partial \rho} - u)|_{\rho=2} = 1 - 2\cos \varphi + 12\cos 3\varphi$ .

Практические задания взяты из следующих источников:

1. Лесин, В. В., Уравнения математической физики : учеб. пособие для вузов / В. В. Лесин, М., КУРС; ИНФРА-М, 2017, 240с
2. Байков В. А. Уравнения математической физики: Учебник и практикум. / Байков В.А., Жибер А.В. - 2-е изд. - М.: Издательство Юрайт, 2017. - 255.

## 2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

### 2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

## 2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Общепрофессиональные компетенции						
ОПК-4	Оценки за контрольные работы, Зачет	1-4	<p><b>Знать:</b></p> <p>— физическую сущность процессов, описываемых уравнениями математической физики;</p> <p>— основные типы уравнений математической физики;</p> <p>— методы решения основных уравнений математической физики второго порядка.</p> <p><b>Уметь:</b></p> <p>— приводить линейные уравнения математической физики второго порядка к</p>	<p>1. Знание основных типов уравнений математической физики</p> <p>• 2. Владение навыками решения некоторых уравнений математической физики второго порядка</p>	<p>1. Знание физической сущности процессов, описываемых уравнениями математической физики.</p> <p>2. Знание основных типов уравнений математической физики и методов решения основных уравнений математической физики второго порядка</p> <p>3. Умение приводить некоторые линейные уравнения математической физики второго</p>	<p>1. Детальное знание и понимание физической сущности процессов, описываемых уравнениями математической физики.</p> <p>2. Знание основных типов уравнений математической физики и умение их вывести.</p> <p>3. Знание методов решения основных уравнений математической физики второго порядка и умение их обосновать.</p> <p>4. Умение приводить линейные уравнения математической физики второго порядка к каноническим формам.</p>

			каноническим формам.  <b>Владеть навыками:</b> — решения различных уравнений математической физики второго порядка.		порядка к каноническим формам.  4. Владение навыками решения различных уравнений математической физики второго порядка.	5. Владение навыками решения различных уравнений математической физики второго порядка.
<b>Профессиональные компетенции</b>						
ПК-1	Оценки за контрольные работы, Зачет	1-4	<b>Знать:</b> — физическую сущность процессов, описываемых уравнениями математической физики; — основные типы уравнений математической физики; — методы решения основных уравнений математической физики второго порядка.  <b>Уметь:</b> — приводить линейные уравнения математической физики второго	1. Знание основных типов уравнений математической физики  • 2. Владение навыками решения некоторых уравнений математической физики второго порядка	1. Знание физической сущности процессов, описываемых уравнениями математической физики.  2. Знание основных типов уравнений математической физики и методов решения основных уравнений математической физики второго порядка  3. Умение приводить некоторые линейные уравнения	1. Детальное знание и понимание физической сущности процессов, описываемых уравнениями математической физики.  2. Знание основных типов уравнений математической физики и умение их вывести.  3. Знание методов решения основных уравнений математической физики второго порядка и умение их обосновать.  4. Умение приводить линейные уравнения математической физики второго порядка к каноническим формам.

			<p>порядка к каноническим формам.</p> <p><b>Владеть навыками:</b> — решения различных уравнений математической физики второго порядка.</p>		<p>математической физики второго порядка к каноническим формам.</p> <p>4. Владение навыками решения различных уравнений математической физики второго порядка.</p>	<p>5. Владение навыками решения различных уравнений математической физики второго порядка.</p>
--	--	--	--	--	--	--

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

Критериями оценивания степени овладения умениями и навыками, полученными в результате освоения данной дисциплины, являются критерии, описанные в таблице раздела 2.2.

Критерии оценивания формулируются исходя из следующих общих характеристик уровней:

##### **Пороговый уровень (общие характеристики):**

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

##### **Продвинутый уровень (общие характеристики):**

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;

- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

**Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется зачет.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция сформирована ниже, чем на пороговом уровне.



## Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Уравнения математической физики»

### Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Уравнения математической физики – важная и достаточно сложная математическая дисциплина. Методика преподавания сочетает лекционное изложение с навыками практической работы, в том числе самостоятельной.

*Лекции.* Составление конспекта лекций и дальнейшая работа с ним при подготовке к занятиям выступает как значительная часть процесса обучения.

*Практические занятия* проводятся в академических группах под руководством преподавателя. Преподавание строится на разумном для каждой темы сочетании коллективной работы группы с самостоятельной индивидуальной работой студентов. Допустима также работа в небольших группах по обсуждению серии взаимосвязанных вопросов.

*Домашние задания* даются к очередному практическому занятию или лекции. Студенты регулярно получают задания по самостоятельному изучению некоторых вопросов курса, а также дополнительных его разделов, по чтению учебной литературы.

*Групповые консультации* проводятся перед контрольными мероприятиями (контрольные работы, зачет) для большой группы студентов с целью систематизации знаний и устранению имеющихся сложностей с пониманием материала общего характера.

*Индивидуальные консультации* проводятся регулярно для желающих с целью устранения имеющихся у студентов проблем с материалом частного характера.

*Самостоятельная работа* реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий.
2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания – на консультациях по учебным вопросам, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.
3. В библиотеке, дома, и т.д. при выполнении студентом домашней работы.

Для выработки навыков самостоятельной работы в рамках практических занятий около половины времени отводится на самостоятельное решение задач.

По результатам самостоятельного решения задач и по итогам проверки домашнего задания студент получает оценки. По материалам нескольких взаимосвязанных тем проводится контрольная работа. Оценки, полученные по итогам контрольных работ, учитываются на зачете.

*Зачёт* целесообразно проводить в письменной и устной форме. Важно проверить у обучающихся не только теоретические знания, но и практические навыки решения уравнений математической физики. При этом к каждому обучающемуся необходим индивидуальный подход. Учитывается работа в течение семестра на практических занятиях. В случае высоких оценок («хорошо» и «отлично») по итогам контрольных работ, зачёт производится устно и только по лекционному курсу. Для остальных обучающихся зачёт включает в себя и письменное выполнение практических заданий. Это позволяет заинтересовать обучающихся, побудить их к самостоятельному изучению уравнений математической физики.

## **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу. В частности, следующие издания:

- Тихонов А. Н., Самарский А. А. Уравнения математической физики. — 7-е изд. — М.: Изд. МГУ: Наука, 2004. — 798 с. — 100 экз.
- Будак Б. М., Самарский А. А., Тихонов А. Н. Сборник задач по математической физике. — 4-е изд. — М.: Физматлит, 2004. — 688 с. — 200 экз.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

**1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) – электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

**2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"** (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

**1. Личный кабинет** ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

**2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/пароллю.

**3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.