

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Математические основы 3D-моделирования**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Математическое моделирование и вычислительная математика»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 19 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Математические основы 3D-моделирования" обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом. Целью курса «Математические основы 3D-моделирования» является ознакомление студентов с математическим аппаратом, необходимым для 3D-моделирования. Обсуждается применение данного аппарата для решения актуальных практических задач.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Данная дисциплина относится к вариативной части блока 1. Дисциплина "Математические основы 3D-моделирования" входит в цикл дисциплин, которые обеспечивают овладение аналитическими и численными методами, необходимыми для подготовки специалиста-математика. Она основывается на знаниях полученных слушателями при изучении дисциплин "Математический анализ", "Алгебра," "Функциональный анализ." Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины "Математические основы 3D-моделирования", используются при изучении общепрофессиональных дисциплин, а также ряда специальных дисциплин. Данная дисциплина является дисциплиной по выбору.

**3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата** Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		

ПК-2	Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<p>Знать: методы линейной алгебры и геометрии, а так же численные методы, необходимые для работы с триангулированными поверхностями.</p> <p>Уметь: разрабатывать методы обработки сигналов на основе гармонического анализа. Реализовывать эти методы на языке программирования высокого уровня.</p> <p>Владеть навыками: использования математического аппарата для решения прикладных задач в будущей профессиональной деятельности.</p>
------	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет \_\_\_\_\_ зачетных единиц, \_\_\_\_\_ акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	С е м е с т р	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)					Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа					
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа
	Введение. Основные понятия алгебры и геометрии. Пространство $R^3$ , скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.	6	1	4				2
	Кватернионы: основные свойства. Применение	6	1	4				2

	кватернионов в компьютерной графике и 3d-моделировании.								
	Реализация классов, необходимых для осуществления основных операций с 3d-моделями.	6	1	4				2	
	Основные форматы хранения 3D-моделей.	1	1	4				2	К.р.
	Триангуляции и триангулированные поверхности. Структуры данных для представления триангуляции.	6	1	4				2	
	Задача 3d-печати и 3d-сканирования. Основные инструменты необходимые для обработки моделей.	6	1	4				2	
	Алгоритмы построения триангулированной поверхности по облаку точек.	6	1	4				2	
	Булевы операции на триангулированных поверхностях.	6	1	4				2	К.р.
							0,3	27,7	зачет
	<b>Итого</b>		<b>18</b>	<b>48</b>					

## 5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине (или ее разделе) и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки специалиста. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках курса, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний по предложенному алгоритму.

**6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

**7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

**а) основная литература**

1. Скворцов А.В. Триангуляция Делоне и ее применение. Томск, 2022. 130 с.
2. Скворцов А. В., Мирза Н. С. Алгоритмы построения и анализа триангуляции. Томск, 2006.- 170 с.
3. Edelsbrunner H. A short course in computation geometry and topology. Springer, 2014. - 105.

**б) дополнительная литература**

1. Арнольд В. И. Геометрия комплексных чисел, кватернионов и спинов. Москва, МЦНМО, 2002. -40 с.
2. Препарата Ф., Шеймос М. Вычислительная геометрия: введение. Москва "Мир" 1989. -480 с.

**в) ресурсы сети «Интернет»:**

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ ([http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://www.edu.ru> (раздел Учебно-методическая библиотека) или по прямой ссылке <http://window.edu.ru/library> ).
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru) ).

**8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

При освоении дисциплины используются аудитории, оборудованные для проведения лекций, а для выполнения лабораторных работ – классы персональных компьютеров с набором базового программного обеспечения разработчика – системы программирования на языках C/C++ с возможностью многопользовательской работы и централизованного администрирования.

Автор(ы) : Преображенский И.Е.

Старший преподаватель кафедры дифференциальных уравнений \_\_\_\_\_  
Преображенский И.Е.

(подпись)

\_\_\_\_\_  
(должность, ученая степень)

\_\_\_\_\_  
(подпись)

\_\_\_\_\_  
(Фамилия И.О.)

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Математические основы 3D-моделирования»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

1. Реализовать классы для работы с векторами, кватернионами, отрезками, прямыми, многоугольниками, многогранниками триангулированными поверхностями.
2. Реализовать основные функции для работы с векторами, кватернионами, отрезками, прямыми, многоугольниками, многогранниками триангулированными поверхностями.
3. Реализовать построение модели для 3d-печати и сохранить ее в формате ply.
4. Реализовать алгоритм выполнения булевых операций для триангулированных поверхностей.

Список заданий прилагается отдельным файлом.

**1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

- Основные понятия алгебры и геометрии. Пространство  $R^3$ , скалярное, векторное и смешанное произведение векторов.
- Кватернионы: основные свойства. Применение кватернионов в компьютерной графике и 3d-моделировании.
- Реализация классов, необходимых для осуществления основных операций с 3d-моделями.
- Основные форматы хранения 3D-моделей.
- Триангуляции и триангулированные поверхности. Структуры данных для представления триангуляции.
- Задача 3d-печати и 3d-сканирования. Основные инструменты необходимые для обработки моделей.
- Алгоритмы построения триангулированной поверхности по облаку точек.
- Булевы операции на триангулированных поверхностях. Постановка задач, алгоритмы решения.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2 Перечень компетенций, этапы их формирования,  
описание показателей и критериев оценивания компетенций  
на различных этапах их формирования**

оКод компе- тенции	Форма контроля	Этапы форми- рования (№ темы (раздела)	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Профессиональные компетенции						
ПК-2	Экзамен		<p><u>Знать:</u> Основные понятия алгебраические и геометрические понятия, необходимые для работы с 3d-моделями.</p> <p><u>Уметь:</u> использовать и разрабатывать методы работы с 3d-моделями. Уметь реализовывать эти методы на языке программирования высокого уровня.</p> <p><u>Владеть навыками:</u> использования математиче</p>	<p>Знать свойства геометрических объектов.</p> <p>Умение формулировать основные задачи работы с 3d-моделями.</p> <p>Умение применять простейшие методы работы с 3d-моделями.</p> <p><u>Владеть навыками:</u> выполнения 3d-сканирования и 3d-печати.</p>	<p>1. Знание основные методы вычисления и построения геометрических моделей.</p> <p>2. Умение формулировать основные задачи работы с 3d-моделями и реализовывать основные алгоритмы.</p> <p>3. Умение применять методы обработки 3d-моделей к практическим задачам. Владеть навыками: использования математического аппарата для решения прикладных задач.</p>	<p>1. Знание основные методы вычисления и построения геометрических моделей, а также границ их практической применимости. Уметь оценивать трудоемкость алгоритмов.</p> <p>2. Уметь оценивать трудоемкость основных алгоритмов. Реализовывать основные классы, необходимые для работы с 3d-моделями</p> <p>3. Уметь применять методы обработки 3d-моделей к практическим задачам. Владеть</p>



			ского аппарата для решения прикладных задач.			навыками: использования математическог о аппарата для решения прикладных задач.
--	--	--	---	--	--	---

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;

- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

**Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.



## Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Математические основы 3D-моделирования»

### Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Цифровая обработка сигналов» являются лекции. Это связано с тем, что в основе численных методов лежит серьезный математический аппарат, требующий детального разбора. По большинству тем предусмотрены практические занятия, преимущественно в форме лабораторных работ, на которых студенты реализуют на ЭВМ основные численные методы, изучаемые в курсе.

В конце семестра студенты сдают зачет. Зачет выставляется по результатам выполнения лабораторных работ, а также выполняется контрольная работа, чтобы проверить знание теоретического материала.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Цифровая обработка сигналов» самостоятельно студенту затруднительно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

*Для самостоятельной работы можно использовать следующую литературу:*

1. Скворцов А. В., Мирза Н. С. Алгоритмы построения и анализа триангуляции. Томск, 2006.- 170 с.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

**1. Международный научно-образовательный сайт EqWorld.** Сайт EqWorld содержит обширную информацию о различных классах обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), дифференциальных уравнений с частными производными (УрЧП), интегральных уравнений, функциональных уравнений и других математических уравнений. Особое внимание уделено уравнениям математической физики и механики. Приведены [таблицы точных решений](#), описаны [методы решения уравнений](#), есть [интересные статьи](#), даны ссылки на математические программы, указаны адреса научных сайтов, издательств, журналов и др. Имеется динамический раздел [EqArchive](#), который дает возможность авторам оперативно публиковать свои уравнения и их точные решения, первые интегралы и преобразования. Содержит учебную [физико-математическую библиотеку](#), в которую авторы могут добавлять свои [книги и диссертации](#), а также [форум](#) для вопросов и дискуссий.

EqWorld работает на [русском](#) и [английском](#) языках (главная стр. сайта переведена также на [немецкий](#), [французский](#), [итальянский](#) и [испанский](#) языки) и предназначен для широкого круга ученых, преподавателей вузов, инженеров, аспирантов и студентов в различных областях математики, механики, физики, химии, биологии и инженерных наук. Все ресурсы сайта являются бесплатными для его пользователей.

EqWorld содержит около 2000 веб-страниц (книги библиотеки не учитываются), его посещают люди из 200 стран мира, средняя посещаемость сайта превышает 3000 человек в сутки. Адреса сайта в Интернете: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> (рус.), <http://eqworld.ipmnet.ru> (англ.).

**2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

**3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"** (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Главной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") [www.informika.ru](http://www.informika.ru).

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- **Электронная библиотека** – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- **Интегральный каталог образовательных интернет-ресурсов** содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- **Избранное.** В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- **Библиотеки вузов.** Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

**1. Личный кабинет** ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д. Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

**2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

**3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.

