

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**  
Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Слайды в вычислительной математике**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Математическое моделирование и вычислительная математика»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Сплайны в вычислительной математике» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует формированию мировоззрения математика-прикладника и обеспечивает приобретение специальных знаний в рамках курса «Численные методы».

Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с основными понятиями, результатами и методами теории сплайнов и демонстрация того, как методы теории сплайнов могут быть использованы при сжатии и восстановлении численной информации.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Данная дисциплина является дисциплиной по выбору и относится к вариативной части Блока 1. Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины «Сплайны в вычислительной математике», используются студентами в процессе изучения специальных дисциплин, а также в ходе выполнения курсовых и выпускных квалификационных работ.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формулировка компетенции	Индикатор достижения компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ИД-ОПК-1_2 Осуществляет постановку задачи, выбирает способ ее решения ИД-ОПК-1_3 Применяет математический аппарат для решения прикладных и теоретических задач.	<b>Знать:</b> основные понятия теории сплайнов, возможные сферы их приложений. <b>Уметь:</b> пользоваться результатами и методами теории сплайнов в прикладных задачах. <b>Владеть:</b> методами решения

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Сплайны в вычислительной математике» составляет 4 зачетные единицы, 144 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	<b>Многочленная интерполяция.</b> Форма Лагранжа. Кратная интерполяция. Вычисление формы Ньютона. Другие формы многочленов и число обусловленности. Ограничения многочленной аппроксимации.	7	2	6		1		3	
2	<b>Кусочно-линейная аппроксимация.</b> Интерполяция ломаной линий. Аппроксимация ломаной по методу наименьших квадратов. Выбор узлов ломаной.	7	2	6				3	
3	<b>Параболические и кубические сплайны.</b> Интерполяция кубическими сплайнами Эрмита. Интерполяция кубическими сплайнами Бесселя. Интерполяция методом Акимы. Интерполяция сплайнами дефекта один. Выбор граничных условий. Недостатки интерполяции параболическими сплайнами.	7	2	6		1		3	
4	<b>В-сплайны.</b> Пространство сплайнов. Рекуррентная формула для вычисления В-сплайнов. Применение В-сплайнов в численном интегрировании и дифференцировании.	7	2	6		1		3	
5	<b>Алгоритмы склейки.</b> Кусочно-полиномиальная аппроксимация. Замена приближения кусочно-полиномиальными функциями гладкими сплайнами с сохранением скорости приближения. Квазиинтерполяционный оператор К. де Бора.	7	2	6		1		3	
6	<b>Симплекс метод для построения сплайна наилучшего приближения.</b> Сведение задачи наилучшего приближения к задаче линейного программирования. Трудоемкость метода.	7	2	6				3	
7	<b>Алгоритмы адаптивной аппроксимации.</b> Адаптивная								

	аппроксимация как способ приближения, учитывающий особенности приближаемой функции. Преимущества адаптивной аппроксимации перед аппроксимацией с заранее выбранными узлами. Аппроксимация квазиинтерполятом. Алгоритм, использующий разложение по В-сплайнам.	7	2	6		1		4	
8	<b>Сплайны нескольких переменных.</b> Сплайны на прямоугольных сетках. Сплайны нескольких переменных на треугольных сетках. Сглаживание экспериментальных данных.	7	2	6		1		3	
9	<b>Примеры применения сплайнов.</b> Аппроксимация и задача навигации по геофизическим полям. Аппроксимация координат точки падения центра масс. Простейшие способы аппроксимации плоских кривых, заданных набором точек. Восстановление информации по географическим данным. Сжатие и восстановление изображения.	7	2	6		1		4	
						2	0,5	33,5	Экзамен
	<b>Всего</b>		18	54		9	0,5	62,5	<b>144</b>

**5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине:** активные и интерактивные формы проведения занятий.

**6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В образовательном процессе по дисциплине используются:  
для формирования материалов для контроля успеваемости и проведения аттестации:

- программы Microsoft Office и свободные аналоги;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

**7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office и / или свободные аналоги, издательская система LaTeX;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

### **б) дополнительная литература**

1. Ахиезер Н.И. Лекции по теории аппроксимации. М.: «Наука», 1965. 407 с.
2. Брудный Ю.А. Теория приближения. Ярославль, 1981. 94 с.
3. Брудный Ю.А., Иродова И.П. Прикладная теория приближения. Ярославль, 1986. 88 с.
4. Брудный Ю.А., Шалашов В.К. Теория сплайнов. Ярославль, 1983. 90 с.
5. Невский М. В., Иродова И. П. Некоторые вопросы теории приближения функций. Ярославль, 1999. 92 с.
6. Де Бор К. Практическое руководство по сплайнам. М.: «Радио и связь», 1985. 304 с.
7. Завьялов Ю.С., Квасов Б.И., Мирошниченко В.Л. Методы сплайн-функций. - М., 1980.
8. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева. М.: «Наука», 1983. 384 с.
9. Стечкин С.Б., Субботин Ю.Н. Сплайны в вычислительной математике. М.: «Наука», 1977. 248 с.
10. Макаров В.Л., Хлобыстов В.В. Сплайн-аппроксимация функций. М.: Высш. шк., 1983. 80 с.
11. Малоземов В.Н., Певный А.Б. Полиномиальные сплайны. Л.: изд. Ленингр. ун-та, 1986. 120 с.
12. Бердышев В.И., Петрак Л.В. Аппроксимация функций. Сжатие численной информации. Приложения. Екатеринбург, 1999. 297 с.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор(ы) :

доцент кафедры теории функций и функционального анализа Ярославского государственного университета им. П.Г.Демидова кандидат физ.-мат. наук

---

(должность, ученая степень)

---

(подпись)

---

(Фамилия И.О.)

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Контрольная работа 1. Примеры задач.**

1. Найти сплайны наилучшего приближения из пространства  $S_{\Delta}^k$ :

$$f(x) = x^{\frac{1}{4}}, \quad \Delta: 0 < \frac{1}{8} < \frac{1}{4} < \frac{1}{2} < 1, \quad k = 3;$$

$$f(x) = \sin^2 x, \quad \Delta: 0 < \frac{\pi}{6} < \frac{\pi}{3} < \frac{\pi}{2}, \quad k = 2;$$

$$f(x) = \ln x, \quad \Delta: 1 < 2 < 3 < 4, \quad k = 1.$$

2. Найти наилучшее приближение функции:

а)  $e(f, C(0, 2\pi), T_3)$ ,  $f(x) = \sin^2 x$ ;

б)  $e(f, C(0, 2\pi), T_4)$ ,  $f(x) = \cos x$ ;

в)  $e(f, C(0, 2\pi), T_3)$ ,  $f(x) = \cos^2 x \cdot \sin x$ .

3.  $f(x) = \operatorname{arctg} x$ ,  $[a, b] = \left[-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}\right]$ ,  $n = 3$ ,  $z_1 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-3}$ ;

4.  $f(x) = x^5$ ,  $[a, b] = [-1, 1]$ ,  $n = 2$ ,  $z_1 = -1$ ,  $z_2 = 0$ ,  $\varepsilon = 10^{-3}$ .

**Контрольная работа 2. Примеры задач.**

Найти  $e(f, S_{\Delta}^k)$  для  $f(x) = \sqrt{x}$  на отрезке  $[0, 2]$ , если

а)  $k = 3$ ,  $\Delta = \{0, 0.04, 2\}$ ;

б)  $k = 3$ ,  $\Delta = \{0, 0.065, 0.108, 2\}$ ;

в)  $k = 3$ ,  $\Delta = \{0, 0.002, 0.02, 0.152\}$ ;

г)  $k = 3$ ,  $\Delta = \{0, 0.0015, 0.02, 0.1, 0.3, 2\}$ ;

- д)  $k = 3, \Delta = \{0, 0.001, 0.015, 0.06, 0.2, 0.35, 2\}$ ;
- е)  $k = 6, \Delta = \{0, 0.1, 2\}$ ;
- ж)  $k = 6, \Delta = \{0, 0.03, 0.4, 2\}$ ;
- з)  $k = 6, \Delta = \{0, 0.005, 0.07, 0.3, 2\}$ .

## 1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

- 1) Интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона. Трудоемкость их вычисления.
- 2) Кусочно-линейная аппроксимация.
- 3) Приближение параболическими сплайнами.
- 4) Приближение кубическими сплайнами дефекта один и два.
- 5) Алгоритм склейки.
- 6) Квазиинтерполяционный оператор К. де Бора.
- 7) Пространства  $P_{k\xi}, P_{k\xi\nu}$ .
- 8) Идеальные сплайны и моносплайны. Их свойства.
- 9) В-сплайны и их свойства.
- 10) Интерполяционные кубические сплайны.
- 11) Дифференцирование В-сплайнов.
- 12) Построение сплайна наилучшего приближения по методу наименьших квадратов.
- 13) Схема локальной сплайн-аппроксимации.
- 14) Адаптивный алгоритм К. де Бора.
- 15) Симплекс метод для решения задачи наилучшего приближения.
- 16) Алгоритмы типа алгоритма Ремеза для построения сплайна наилучшего приближения.
- 17) Параметрическое задание сплайна.
- 18) Сплайны двух переменных на прямоугольной сетке.
- 19) Сплайны двух переменных на треугольной сетке.
- 20) Примеры применения сплайнов.

## 2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

### 2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;



- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

#### **Высокий уровень (общие характеристики):**

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

### **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Слайны в вычислительной математике»**

## **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Форма изложения материала – лекции и практические занятия. Для лучшего понимания теории необходимо решение задач, в том числе самостоятельное для закрепления полученных навыков.

Рекомендуется проведение в течение семестра контрольной работы для понимания степени усвоения дисциплины студентами. По ее итогам проводится разбор наиболее типичных ошибок и при необходимости повторение наиболее трудного материала. Также возможно поощрение отличившихся студентов некоторыми послаблениями на экзамене на усмотрение преподавателя.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

#### **Интернет-ресурсы:**

- 1. Международный научно-образовательный сайт EqWorld.**  
<http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> (рус.), <http://eqworld.ipmnet.ru> (англ.).
- 2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»**  
([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru))
- 3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"** (<http://window.edu.ru/library>).