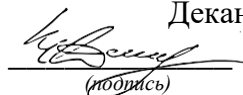


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра информационных и сетевых технологий

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан факультета ИВТ



Д.Ю. Чалый

« 18 » \_\_\_\_\_ мая \_\_\_\_\_ 2021\_\_ г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**«Исследование операций и методы оптимизации»**

Направление подготовки  
09.03.03 Прикладная информатика

Направленность (профиль)  
«Информационные технологии в цифровой экономике»

Форма обучения  
очная

Программа одобрена  
на заседании кафедры

от «16» апреля 2021 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
факультета ИВТ

протокол № 7 от « 17 » мая 2021года

Ярославль  
2021

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины «Исследование операций и методы оптимизации» являются приобретение знаний и умений в соответствии с ФГОС ВПО, содействие формированию мировоззрения и развитию способности понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат. Дисциплина должна обеспечивать развитие логического, эвристического и алгоритмического мышления у студентов.

### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Методы оптимизации и исследование операций» относится к базовой части ОП бакалавриата.

При изучении курса «Методы оптимизации и исследование операций» необходимо предварительное изучение курсов «Математика», «Алгебра и геометрия», «Дифференциальные уравнения».

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;	ОПК-1.3 демонстрирует навыки использования основных понятий, концепций, фактов, принципов математики, информатики, естественных наук для решения практических задач, связанных с применением математических и (или) естественных наук	Знать: – основные элементы системного подхода при формализации решения прикладных задач различных профессиональных областей; – основы математического моделирования. Уметь: – проводить анализ методов математического моделирования.; Владеть навыками: – применения системного подхода при формализации решения прикладных задач различных профессиональных областей;

<p>ОПК-6. Способен анализировать и разрабатывать организационно-технические и экономические процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования;</p>	<p>ОПК-6.3 демонстрирует понимание и умение применять на практике математические модели и компьютерные технологии для решения различных задач в области профессиональной деятельности.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– основные способы представления и методы решения прикладных оптимизационных задач;</li> </ul> <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– оценивать степень сложности полученных математических моделей и их соответствия исходным задачам;</li> </ul> <p>Владеть навыками:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– решения прикладных оптимизационных задач;</li> <li>– интерпретации полученного решения в конкретной практической ситуации.</li> </ul>
--	--	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)  Формы ЭО и ДОТ (при наличии)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Классификация задач математического программирования. Понятие экстремальной задачи.	4	2	2				2	Задания для самостоятельной работы
2	Теорема Фаркаша-Минковского. Вывод теоремы Гордана из теоремы Фаркаша-Минковского. Конус возможных направлений. Его внутренняя и внешняя аппроксимация.	4	2	2				2	Задания для самостоятельной работы
3	Необходимые условия Куна–Таккера (линейный случай). Условия регулярности (линейность ограничений). Необходимые условия Куна–Таккера (нелинейный случай). Необходимые условия оптимальности в геометрической форме.	4	2	2				2	Задания для самостоятельной работы
4	Необходимые условия оптимальности Куна-Таккера. Необходимые условия оптимальности Фритца-Джона. Теорема о замыкании конуса возможных направлений. Условия регулярности: независимость градиентов активных ограничений; условие Слейтера; линейность ограничений.	4	2	2				2	Задания для самостоятельной работы
5	Теорема Куна–Таккера (локальная форма). Теорема Куна–Таккера	4	2	2				2	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа 1

	(нелокальная форма). Необходимые условия Куна–Таккера (выпуклый случай). Условие регулярности – условие Слейтера. Теорема Куна– Таккера для линейных ограничений . Теория двойственности нелинейного программирования.							
6	Понятия базиса, базисного решения, б.д.р. и крайней точки (вершины). Элементарное преобразование б.д.р. (базиса и симплекс- таблицы). Симплекс – метод.	4	2	2			2	Задания для самостоятельной работы
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>						1	
7	Двойственные задачи линейного программирования (ЛП). Эквивалентность понятий б.д.р. и вершины многогранного множества. Понятие вырожденного и невыврожденного б.д.р.	4	2	2			2	Задания для самостоятельной работы
8	Критерий разрешимости задачи ЛП	4	2	2			2	Задания для самостоятельной работы
9	Первая и вторая теоремы двойственности линейного программирования. Понятие ребра многогранного множества.	4	2	2			2	Задания для самостоятельной работы
10	Интерпретация неразрешимости задачи ЛП в с.-м. как перемещения из текущей вершины по неограниченному ребру в направлении убывания целевой функции. Элементарное преобразование базиса и с.-т. Представление об элементарном преобразовании как движении из текущей вершины по ребру. Случай ограниченного ребра.	4	2	2			2	Задания для самостоятельной работы
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>						1	
11	Метод искусственного базиса.	4	2	2			2	Задания для самостоятельной работы
12	Анализ чувствительности: возмущение целевой	4	2	2			2	Задания для самостоятельной работы

	функции и правых частей.								
13	Анализ чувствительности: возмущение матрицы ограничений	4	2	2				2	Задания для самостоятельной работы
14	Лексикографический двойственный симплекс - метод	4	2	2				2	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа 2
15	Простейшая задача вариационного исчисления. Абсолютный, сильный, слабый экстремум. Необходимое условие слабого экстремума. Экстремали.	4	2	2				0,5	Задания для самостоятельной работы
16	Частные случаи простейшей задачи вариационного исчисления. Задача о брахистохроне.	4	2	2				1	Задания для самостоятельной работы
17	Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.	4	2	2				0,5	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа 3
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							<i>1</i>	
		4							Экзамен
	<b>ИТОГО</b>		<b>34</b>	<b>34</b>		<b>2</b>	<b>0,5</b>	<b>33</b>	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							<i>3</i>	

### Содержание разделов дисциплины:

#### Раздел 1. Математическое программирование

1. Классификация задач математического программирования. Понятие экстремальной задачи.
2. Теорема Фаркаша-Минковского. Вывод теоремы Гордана из теоремы Фаркаша-Минковского. Конус возможных направлений. Его внутренняя и внешняя аппроксимация.
3. Необходимые условия Куна–Таккера (линейный случай). Условия регулярности (линейность ограничений). Необходимые условия Куна–Таккера (нелинейный случай). Необходимые условия оптимальности в геометрической форме.
4. Необходимые условия оптимальности Куна–Таккера. Необходимые условия оптимальности Фритца-Джона. Теорема о замыкании конуса возможных направлений. Условия регулярности: независимость градиентов активных ограничений; условие Слейтера; линейность ограничений.
5. Теорема Куна–Таккера (локальная форма). Теорема Куна–Таккера (нелокальная форма). Необходимые условия Куна–Таккера (выпуклый случай). Условие регулярности – условие Слейтера. Теорема Куна–Таккера для линейных ограничений. Теория двойственности нелинейного программирования.

#### Раздел 2. Линейное программирование

6. Понятия базиса, базисного решения, б.д.р. и крайней точки (вершины). Элементарное преобразование б.д.р. (базиса и симплекс-таблицы). Симплекс – метод.

7. Двойственные задачи линейного программирования (ЛП). Эквивалентность понятий б.д.р. и вершины многогранного множества. Понятие вырожденного и невырожденного б.д.р.
8. Критерий разрешимости задачи ЛП.
9. Первая и вторая теоремы двойственности линейного программирования. Понятие ребра многогранного множества.
10. Интерпретация неразрешимости задачи ЛП в с.-м. как перемещения из текущей вершины по неограниченному ребру в направлении убывания целевой функции. Элементарное преобразование базиса и с.-т. Представление об элементарном преобразовании как движении из текущей вершины по ребру. Случай ограниченного ребра.
11. Метод искусственного базиса.
12. Анализ чувствительности: возмущение целевой функции и правых частей.
13. Анализ чувствительности: возмущение матрицы ограничений.
14. Лексикографический двойственный симплекс - метод.

### **Раздел 3. Вариационное исчисление.**

15. Простейшая задача вариационного исчисления. Абсолютный, сильный, слабый экстремум. Необходимое условие слабого экстремума. Экстремали.
16. Частные случаи простейшей задачи вариационного исчисления. Задача о брахистохроне.
17. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:  
Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя.  
Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

**Электронный учебный курс «Исследование операций и методы оптимизации» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ**, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;

- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
- компиляторы с высокоуровневых языков программирования;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы**

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. [Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи.: учеб. пособие для вузов. / Э. М. Галеев; Науч.-метод. совет по математике и механике УМО ун-тов РФ - 4-е изд. - М.: URSS; Либроком, 2012. - 335 с.](#)
2. Горлач, Б. А., Исследование операций [Электронный ресурс] : учеб. пособие, СПб., Лань, 2013, 448с
3. [Заславский Ю. Л. Сборник задач по линейному программированию: учеб. пособие для вузов. / Ю. Л. Заславский; М-во высш. и среднего спец. образования - М.: Наука, 1969. - 256 с.](#)
4. Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб . пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, 115с. (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)
5. Методы оптимизации : метод. указания / сост. Н. В. Легков ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 32с
6. Методы оптимизации : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / под ред. Ф. П. Васильева, М., Юрайт, 2016, 375 с.



7. Методы оптимизации [Электронный ресурс] : метод. указания / сост. Н. В. Легков ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 32с
8. Методы оптимизации [Электронный ресурс] : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будаков, Л. А. Артемьева ; под ред. Ф. П. Васильева, М., Юрайт, 2017, 375с

**б) дополнительная литература**

1. Саати Томас Л. Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. / Т. Л. Саати; пер. с англ - М.: Мир, 1973. - 302 с.

**9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Старший преподаватель кафедры  
информационных и сетевых  
технологий

---

*должность, ученая степень*

---

*подпись*

---

Н.В. Легков  
*И.О. Фамилия*

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Исследование операций и методы оптимизации»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей  
аттестации**

**Задания для самостоятельной работы**

**Задания по теме № 1** Классификация задач математического программирования. Понятие экстремальной задачи (для проверки сформированности ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения: с.9 № 1.1-1.9, с.11-12 № 1.1-1.3, 2.1-2.2 из учебного пособия

Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 2** Теорема Фаркаша-Минковского. Вывод теоремы Гордана из теоремы Фаркаша-Минковского. Конус возможных направлений. Его внутренняя и внешняя аппроксимация (для проверки сформированности ОПК-6).

Задания для самостоятельного решения: с.16-17 № 1.1-1.6, 2-5 из учебного пособия

Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 3** Необходимые условия Куна–Таккера (линейный случай). Условия регулярности (линейность ограничений). Необходимые условия Куна–Таккера (нелинейный случай). Необходимые условия оптимальности в геометрической форме (для формирования ОПК-6, ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения : с.19-20 № 1-15 из учебного пособия

Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 4** Необходимые условия оптимальности Куна-Таккера. Необходимые условия оптимальности Фритца-Джона. Теорема о замыкании конуса возможных направлений. Условия регулярности: независимость градиентов активных ограничений; условие Слейтера; линейность ограничений (для проверки сформированности ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения : с.21-22 № 1-15, 16а)в)д)ж)и), 17а)в)д)ж)и), 18б)из учебного пособия

Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 5** Теорема Куна–Таккера (локальная форма). Теорема Куна–Таккера (нелокальная форма). Необходимые условия Куна–Таккера (выпуклый случай). Условие регулярности – условие Слейтера. Теорема Куна–Таккера для линейных ограничений . Теория двойственности нелинейного программирования (для проверки сформированности ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения: с.25-26 № 1-11 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 6** Понятия базиса, базисного решения, б.д.р. и крайней точки (вершины). Элементарное преобразование б.д.р. (базиса и симплекс-таблицы). Симплекс – метод (для проверки сформированности ОПК-6, ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения: с.28-29 № 1.1-1.5, с.32-33 № 2.1-2.4 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 7** Двойственные задачи линейного программирования (ЛП). Эквивалентность понятий б.д.р. и вершины многогранного множества. Понятие вырожденного и невырожденного б.д.р.(для проверки сформированности ОПК-6)

Задания для самостоятельного решения: с.59-59 № 4.28-4.50 из учебного пособия  
Заславский Ю. Л. Сборник задач по линейному программированию: учеб. пособие для вузов. / Ю. Л. Заславский; М-во высш. и среднего спец. образования - М.: Наука, 1969

**Задания по теме № 8** Критерий разрешимости задачи ЛП (для проверки сформированности ОПК-6, ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения: с.36-37 № 1.1-1.2, 2.1-2.3 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 9** Первая и вторая теоремы двойственности линейного программирования. Понятие ребра многогранного множества (для проверки сформированности ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения: с.42-43 № 1.1-1.2, 2.1-2.7 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 10** Интерпретация неразрешимости задачи ЛП в с.-м. как перемещения из текущей вершины по неограниченному ребру в направлении убывания целевой функции. Элементарное преобразование базиса и с.-т. Представление об элементарном преобразовании как движении из текущей вершины по ребру. Случай ограниченного ребра(для проверки сформированности ОПК-6).

Задания для самостоятельного решения: с.45 № 1-3 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 11** Метод искусственного базиса (для проверки сформированности ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения: с.53 № 1-6 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 12** Анализ чувствительности: возмущение целевой функции и правых частей (для проверки сформированности ОПК-1, ОПК-6).

Задания для самостоятельного решения: с.60-61 № 1-6 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 13** Анализ чувствительности: возмущение матрицы ограничений (для проверки сформированности ОПК-6).

Задания для самостоятельного решения: с.63-64 № 1.1-1.3, 2.1-2.2 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 14** Лексикографический двойственный симплекс - метод (для проверки сформированности ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения: с.64-65 № 3-5, с.66 № 1-3 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В., Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 15** Простейшая задача вариационного исчисления. Абсолютный, сильный, слабый экстремум. Необходимое условие слабого экстремума. Экстремали (для проверки сформированности ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения: с.185-187 № 1.1-1.25 из учебного пособия

Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи.: учеб. пособие для вузов. / Э. М. Галеев; Науч.-метод. совет по математике и механике УМО ун-тов РФ - 4-е изд. - М.: URSS; Либроком, 2012.

**Задания по теме № 16** Частные случаи простейшей задачи вариационного исчисления. Задача о брахистохроне (для проверки сформированности ОПК-6).

Задания для самостоятельного решения: с.187-189 № 1.26-1.52 из учебного пособия Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи.: учеб. пособие для вузов. / Э. М. Галеев; Науч.-метод. совет по математике и механике УМО ун-тов РФ - 4-е изд. - М.: URSS; Либроком, 2012.

**Задания по теме № 17** Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления (для проверки сформированности ОПК-1).

Задания для самостоятельного решения: с.195 № 2.1-2.5, из учебного пособия Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи.: учеб. пособие для вузов. / Э. М. Галеев; Науч.-метод. совет по математике и механике УМО ун-тов РФ - 4-е изд. - М.: URSS; Либроком, 2012.

**Типовой вариант контрольной работы №1**  
(для проверки сформированности ОПК-6, ОПК-1)

Решить методом Лагранжа:

1.  $x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \min$   
 $(x_1^2 - 1) + x_2^2 = 4$

2.  $x_1 x_2 x_3 \rightarrow \max$   
 $x_1 \geq 1$   
 $x_2 \geq 1$   
 $x_3 \geq 1$   
 $x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 8$

**Типовой вариант контрольной работы №2**  
(для проверки сформированности ОПК-6, ОПК-1)

1. Решить графически.

$f(x) = -x_1 - x_2 - x_3 - x_4 + 4x_5 \rightarrow \min$   
 $3x_1 + x_2 + x_3 - 6x_5 = 7$   
 $2x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 10$   
 $-3x_1 + x_2 + x_3 - 6x_4 = 1$   
 $x_j \geq 0, j=1, \dots, 5$

2. Решить симплекс-методом, находя начальную точку методом искусственного базиса.

$f(x) = x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - 3x_5 \rightarrow \min$   
 $2x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 3$   
 $3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_5 = 1$   
 $-3x_1 + 2x_2 - x_4 + 2x_5 = 1$   
 $x_j \geq 0, j=1, \dots, 5$

**Типовой вариант контрольной работы №3**  
(для проверки сформированности ОПК-6, ОПК-1)

1. Найти экстремали функционала, удовлетворяющие указанным граничным условиям:

$$J(y) = \int_0^b (y'^2 + y^2 - 4y \sin(x)) dx; \quad y(0) = 0, y(b) = y_1.$$

2. Материальная точка перемещается вдоль плоской кривой  $y=y(x)$ , соединяющей точки  $M_0(0, 0)$  и  $M_1(1, 1)$  со скоростью  $v=x$ . Найти гладкую кривую, время движения вдоль которой из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  будет минимальным.

### Список вопросов к экзамену

1. Классификация задач математического программирования. Понятие экстремальной задачи.
  2. Теорема Фаркаша-Минковского. Вывод теоремы Гордана из теоремы Фаркаша-Минковского. Конус возможных направлений. Его внутренняя и внешняя аппроксимация.
  3. Необходимые условия Куна–Таккера (линейный случай). Условия регулярности (линейность ограничений).
  4. Необходимые условия Куна–Таккера (нелинейный случай). Необходимые условия оптимальности в геометрической форме.
  5. Необходимые условия оптимальности Куна–Таккера. Необходимые условия оптимальности Фритца-Джона.
  6. Теорема о замыкании конуса возможных направлений. Условия регулярности: независимость градиентов активных ограничений; условие Слейтера; линейность ограничений.
  7. Теорема Куна–Таккера (локальная форма).
  8. Теорема Куна–Таккера (нелокальная форма).
  9. Необходимые условия Куна–Таккера (выпуклый случай).
  10. Условие регулярности – условие Слейтера. Теорема Куна–Таккера для линейных ограничений .
  11. Теория двойственности нелинейного программирования.
  12. Понятия базиса, базисного решения, б.д.р. и крайней точки (вершины).  
Элементарное преобразование б.д.р. (базиса и симплекс-таблицы). Симплекс – метод.
  13. Двойственные задачи линейного программирования (ЛП). Эквивалентность понятий б.д.р. и вершины многогранного множества. Понятие вырожденного и невырожденного б.д.р.
  14. Критерий разрешимости задачи ЛП.
  15. Первая и вторая теоремы двойственности линейного программирования. Понятие ребра многогранного множества
  16. Интерпретация неразрешимости задачи ЛП в с.-м. как перемещения из текущей вершины по неограниченному ребру в направлении убывания целевой функции.  
Элементарное преобразование базиса и с.-т. Представление об элементарном преобразовании как движении из текущей вершины по ребру. Случай ограниченного ребра.
  17. Метод искусственного базиса.
  18. Анализ чувствительности: возмущение целевой функции и правых частей.
  19. Анализ чувствительности: возмущение матрицы ограничений.
  20. Лексикографический двойственный симплекс - метод.
  21. Простейшая задача вариационного исчисления. Абсолютный, сильный, слабый экстремум. Необходимое условие слабого экстремума. Экстремали.
  22. Частные случаи простейшей задачи вариационного исчисления. Задача о брахистохроне.
  23. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.
- Сформированность компетенций проверяется следующими вопросами:
- ОПК-6 - 1-10
- ОПК-1 – 11-23

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Исследование операций и методы оптимизации»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Методы оптимизации и исследование операций» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе изучения курса лежит довольно сложный математический аппарат, с помощью которого решаются довольно серьезные задачи. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы информатики. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом современной информатики, в течение семестра проводятся мероприятия текущей аттестации в виде 3-х контрольных работы по итогам изучения материала каждого раздела курса. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце семестра предусмотрен экзамен. Экзамен проводится в письменной форме и включает в себя теоретический вопрос и 3 практических задания, по одному на каждый раздел курса. Задания сходны с заданиями из контрольных работ. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3-4 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Методы оптимизации и исследование операций» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.