

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра теоретической информатики

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ

 Д.Ю. Чалый

«18» мая 2020 г.

Рабочая программа дисциплины

«Дискретная математика»

Направление подготовки

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)

«Прикладная математика и информатика»

Квалификация выпускника

Бакалавр

Форма обучения

очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 27 апреля 2020 г., протокол № 9

Программа одобрена НМК
факультета ИВТ
протокол № 7 от 17 мая 2020 г.

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины «Дискретная математика» являются: обеспечение необходимого для дальнейших приложений первоначального знакомства со многими разделами прикладной математики и, кроме того, формирование представления о многих важнейших теоретических понятиях, таких как доказуемость, формальная аксиоматическая система, алгоритм, мощность множества, вычислимость.

Для указанного выше направления «Дискретная математика» является одним из начальных базовых курсов, наряду с курсами анализа, алгебры информатики, физики.

Традиционно курс начинается с элементов теории множеств, что дает возможность развить язык, необходимый для всех дальнейших курсов по математике и информатике и в некоторой степени поднять математическую культуру студентов. Изучение соответствий, отношений и алгебры предикатов позволяет определить основные понятия теории баз данных, экспертных систем, функционального и логического программирования и других дисциплин. Булева алгебра является базой для изучения функциональных и логических узлов ЭВМ, элементы теории графов, излагаемые в курсе, являются естественным введением в методы оптимизации и аналогичное положение со всеми темами курса.

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Дискретная математика» относится к базовой части ОП бакалавриата.

Дисциплина является теоретическим фундаментом для следующих основных дисциплин: Основы информатики, Архитектура ЭВМ и операционные среды, Основы программирования, Языки программирования и методы трансляции, операционные системы, системное и прикладное программное обеспечение (вообще для всех дисциплин, связанных с компьютерами) и других.

Все разделы дисциплины, кроме элементов теории множеств, активно используются в курсах по выбору, курсовых и дипломных работах.

Данная дисциплина -- одна из начальных. Необходимыми условиями успешного освоения данной дисциплины являются «лишь» те элементы общематематической культуры, которые приобретены в школе и развиваются далее в вузе в процессе освоения основных фундаментальных курсов: представление об аксиоматическом методе, понятие доказательства, представление об алгоритме и структуре числовой системы, понятие формального языка, модели и другие.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		

ОПК-1Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности	<p>ОПК – 1.2 Демонстрирует навыки решения типовых задач, выполнения стандартных действий;</p> <p>ОПК – 1.3 Демонстрирует навыки использования основных понятий, концепций, фактов, принципов математики и естественных наук для решения практических задач</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные понятия дискретной математики, --определения и свойства используемых математических объектов, -формулировки утверждений, методы их доказательства, возможные сферы их приложений, -основы построения компьютерных дискретно-математических моделей <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решать задачи теоретического и прикладного характера из различных разделов дискретной математики, - доказывать утверждения, - строить модели объектов, понятий и информационных систем <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> - математическим аппаратом дискретной математики, -методами доказательства утверждений, навыками
--	--	---

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зач.ед., 180 акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости
			Контактная работа						Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практические	Лабораторные	Консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Введение	2							
2	Множества, соответствия, операции	2	6,8	13,6		1		6,2	Задания для самостоятельной работы, контрольная работа № 1
3	Логика высказываний и логика предикатов	2	6,8	13,6				6,2	
4	Булевы функции	2	6,8	13,6		5		6,2	Задания для самостоятельной работы,

								контрольная работа № 2
5	Исчисления высказываний	2	6,8	13,6		5		Задания для самостоятельной работы
								Экзамен
	Всего за 2 семестр		34	68		11		31
	Всего		34	68		11		31
								180

Содержание разделов (тем) дисциплины

1. Множества, соответствия, операции

Понятие множества. Операции над множествами и их свойства. Полнота системы операций. Соответствия, функции, отношения и их типы. Специальные бинарные отношения – квазипорядок, частичный порядок и отношения эквивалентности. Алгебраические системы. Начала “наивной” теории множеств – теоремы о счетных множествах, сравнение мощностей множеств, теорема о несчетности множества действительных чисел, алгебраические и трансцендентные числа. Теорема о шкале мощностей.

2. Комбинаторные модели

Подмножества конечного множества. Разбиения множества, разбиения числа на сумму слагаемых. Размещения, сочетания, перестановки. Биномиальные и полиномиальные коэффициенты. Мультимножества и применение производящих функций. Циклическое разложение перестановок. Принцип включений-исключений.

3. Исчисление высказываний

Высказывания как предложения, имеющие истинностное значение. Понятие формальной аксиоматической теории. Исчисление высказываний (ИВ) как пример аксиоматической теории. Понятие и примеры выводимости. Теорема о дедукции. Переформулировка аксиом как правил выводимости. Формализация понятия истинности на основе булевых функций. Связь между выводимостью и истинностью. Постановка и решение основных проблем формальной теории ИВ– непротиворечивость, полнота, разрешимость, критерий выводимости из условий и критерий доказуемости.

4. Булевы функции

Алгебра булевых функций как функциональная система с операциями. Теоремы о СДНФ и СКНФ. Теорема о булевских многочленах. Формулы в данном базисе. Теоремы о выразимости и полноте. Замыкание и замкнутые классы функций. Базисы предполных классов. Критерий Поста функциональной полноты. Пример применения к функциональному проектированию – схема двоичного сумматора и инвертора.

5. Элементы исчисления предикатов

Алгебра предикатов и интерпретация формул исчисления предикатов (ИП) в данной предметной области. Определение формальной аксиоматической системы ИП. Простейшие примеры выводимости. Общезначимость и выводимость. Непротиворечивость ИП. Пример конечно-общезначимой, но не общезначимой формулы. Неразрешимость ИП.

6. Графы и сети

Начальные понятия теории графов – цепи, циклы, связность, вектор степеней вершин, изоморфизм графов и разметка. Критерий эйлеровости графа. Условие Оре гамильтоновости графа. Матрицы инцидентности, смежностей и матрица Кирхгофа. Двойственный граф. Диаметр и радиус графа. Регулярные графы – критерий существования, связь со спектром.

Деревья. Теоремы об остовах графа. Теорема Кирхгофа о числе остовных деревьев. Перестроение остовов. Алгоритм Краскала о кратчайшем остове.

7. Элементы теории алгоритмов

Определение и примеры машины Тьюринга. Композиция и разветвление машин.

5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Академическая лекция, как правило, состоит из трех частей: вступления (введения), изложения и заключения:

вступление (введение) определяет тему, план и цель лекции. Оно призвано заинтересовать и настроить аудиторию, сообщить, в чём заключается предмет лекции и (или) её актуальность, основная идея (проблема, центральный вопрос), связь с предыдущими и последующими занятиями, поставить её основные вопросы. Введение должно быть кратким и целенаправленным.

изложение является основной частью лекции, в которой реализуется научное содержание темы, ставятся все узловые вопросы, приводится вся система доказательств с использованием наиболее целесообразных методических приемов. Каждое теоретическое положение должно быть обосновано и доказано, приводимые формулировки и определения должны быть четкими, насыщенными глубоким содержанием.

заключение обобщает в кратких формулировках основные идеи лекции, логически ее завершая. В заключении могут даваться рекомендации о порядке дальнейшего изучения основных вопросов лекции самостоятельно по указанной литературе.

Лекция с разбором конкретных ситуаций – это по форме та же лекция-дискуссия, но на обсуждение преподаватель ставит не вопрос, а конкретную ситуацию. Как правило, такая ситуация представляется устно или в очень короткой видеозаписи, поэтому изложение ее должно быть очень кратким, но содержать достаточную информацию для оценки характерного явления и обсуждения. Это, так называемая, микроситуация. Слушатели анализируют и обсуждают ее сообща, всей аудиторией. Преподаватель старается активизировать участие в обсуждении отдельными вопросами, обращенными к отдельным слушателям, выясняет их оценку суждениям коллег, предлагает сопоставить с собственной практикой, «сталкивает» между собой различные мнения и тем развивает дискуссию, стремясь направить ее в нужное русло. Затем, опираясь на правильные высказывания и анализируя неправильные, ненавязчиво, но убедительно подводит аудиторию к коллективному выводу или обобщению.

Обобщающая лекция – проводится в завершение изучения раздела или темы для закрепления знаний. На лекции вновь выделяются основные вопросы, используются

обобщающие таблицы, схемы, алгоритмы, позволяющие включить усвоенные знания в новые связи и зависимости, переводя их на более высокие уровни усвоения.

Обзорная лекция – проводится обычно перед государственными или курсовыми экзаменами. В лекции излагаются лишь отдельные, наиболее крупные вопросы дисциплины. Материал лекции представляет конспективный обзор полного учебного курса. Проводится такая лекция с целью систематизации знаний студентов, полученных ими в ходе изучения (в том числе самостоятельного) учебного материала.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний по предложенному алгоритму.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").
- Для работы с учебной литературой, предоставляемой студентам в электронной форме, (это основной вид доступа), необходимы программные средства чтения, такие как AdobeReader, Acrobat, DjView и т.п.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная:

Судоплатов, С. В., Дискретная математика : учебник и практикум для академического бакалавриата / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. - 5-е изд., испр. и доп., М., Юрайт, 2018, 279с

Белов, Ю. А., Алгебраическая комбинаторика : учебно-методическое пособие / Ю. А. Белов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 63с

Белов, Ю. А., Алгебраическая комбинаторика [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Ю. А. Белов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2018, 63с

Рублев, В. С., Алгоритмы и машины Тьюринга: (индивидуальная работа №7 по дисциплине "Дискретная математика") : учебно-методическое пособие / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2019, 63с

Рублев, В. С., Алгоритмы и машины Тьюринга: (индивидуальная работа №7 по дисциплине "Дискретная математика") [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2019, 63с

б) дополнительная:

- 1 Хаггарт, Р., Дискретная математика для программистов : учеб. пособие для вузов : пер. с англ. / Р. Хаггарт ; под ред. С. А. Кулешова. - 2-е изд., доп., М., Техносфера, 2005, 399с.
1. Клини, С., Математическая логика, М., Мир, 1973, 480с
2. Карпов, В. Г., Математическая логика и дискретная математика : учеб. пособие для вузов / В. Г. Карпов, В. А. Мощенский, Минск, Вышэйшая школа, 1977, 254с
3. Белов, Ю. А., Элементы теории множеств и математической логики : учеб. пособие для вузов / Ю. А. Белов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2002, 58с

4. Яблонский, С. В., Введение в дискретную математику : учеб. пособие для вузов. - 4-е изд., стереотип., М., Высшая школа, 2003, 384с
5. Яблонский, С. В., Введение в дискретную математику : учеб. пособие по специальности "Прикладная математика", М., Наука, 1979, 272с
6. Ломазова, И. А., Дискретная математика : математические основы обработки информации : учеб. пособие для вузов, Ярославль, ЯрГУ, 2000, 80с
7. Кузнецов, О. П., Дискретная математика для инженера / О. П. Кузнецов, Г. М. Адельсон-Вельский, М., Энергия, 1980, 342с
8. Кузнецов, О. П., Дискретная математика для инженера / О. П. Кузнецов, Г. М. Адельсон-Вельский. - 2-е изд., перераб. и доп., М., Энергоатомиздат, 1988, 479с
9. Кузнецов, О. П., Дискретная математика для инженера : учебник для вузов / О. П. Кузнецов. - 3-е изд., перераб. и доп., СПб., Лань, 2004, 395с
10. Кузнецов, О. П., Дискретная математика для инженера : учебник для вузов / О. П. Кузнецов. - 4-е изд., стереотип., СПб., Лань, 2005, 395с
11. Новиков, Ф. А., Дискретная математика для программистов : учебник, СПб., Питер, 2001, 301с
12. Сачков, В. Н., Комбинаторные методы дискретной математики, М., Наука, 1977, 319с
13. Лекции по теории графов / В. А. Емеличев и др., М., Наука, 1990, 383с
14. Гаврилов, Г. П., Сборник задач по дискретной математике : учеб. пособие для вузов / Г. П. Гаврилов, А. А. Сапоженко, М., Наука, 1977, 368с.
15. Дурнев, В. Г., Элементы дискретной математики : учеб. пособие / В. Г. Дурнев, М. А. Башкин, О. П. Якимова ; Яросл. гос. ун-т. Ч. 2, Ярославль, ЯрГУ, 2007, 180с
16. Дурнев, В. Г., Элементы дискретной математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Г. Дурнев, М. А. Башкин, О. П. Якимова ; Яросл. гос. ун-т. Ч. 1, Ярославль, ЯрГУ, 2007, 166с
17. Дурнев, В. Г., Элементы дискретной математики [Электронный ресурс] : учеб. пособие / В. Г. Дурнев, М. А. Башкин, О. П. Якимова ; Яросл. гос. ун-т. Ч. 2, Ярославль, ЯрГУ, 2007, 180с
18. Яблонский, С. В., Введение в дискретную математику : учеб. пособие по специальности "Прикладная математика", М., Наука, 1986, 384 с.
19. В.А. Емеличев, О.И. Мельников, В.Т.И. Сарванов, Р. И. Тышкевич Лекции по теории графов. М. Наука, 1990 г. 384 с.
20. Рублев, В. С., Множества : (индивидуальная работа №1 по дисциплине "Основы дискретной математики") : метод. указания / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2009, 36с
21. Рублев, В. С., Множества [Электронный ресурс] : (индивидуальная работа №1 по дисциплине "Основы дискретной математики") : метод. указания / В. С. Рублев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2009, 36с
22. Белова, Л. Ю., Элементы теории множеств и математической логики : теория и задачи : учеб. пособие для вузов / Л. Ю. Белова; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2012, 203с
23. Белова, Л. Ю., Элементы теории множеств и математической логики [Электронный ресурс] : теория и задачи : учеб. пособие для вузов / Л. Ю. Белова; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2012, 203с.
- 24.24.
- в) ресурсы сети «Интернет»:

Русскоязычные электронные ресурсы (внешние)

1. **Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** (www.biblioclub.ru) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.)

2. **Электронно-библиотечная система «Национальный цифровой ресурс «РУКОНТ»** (<http://rucont.ru/>) - цифровой контент различного рода: научные и литературные произведения; полные тексты книг, периодических изданий и отдельных статей, мультимедиа и многое другое. Доступ из любой точки доступа в Интернет. Для работы необходимо ввести логин **libunijar** и пароль **654321**.

3. **Научная электронная библиотека (НЭБ)** (<http://elibrary.ru>) – крупнейший российский информационный портал, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн. научных статей и публикаций. **ЯрГУ выписывает в электронном виде 66 журналов**, более 2500 наименований журналов на английском и русском языках находятся в свободном доступе. Для работы с полными текстами необходимо зарегистрироваться. Доступ к полным текстам журналов в сети университета.

Электронные каталоги НБ ЯрГУ

(http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) содержат библиографические записи всех видов документов, составляющих фонд библиотеки, на русском и иностранных языках.

Электронная картотека «Книгообеспеченность»

(http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)

раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека **«Книгообеспеченность»** доступна в сети университета и через Личный кабинет

сайты ведущих вузов России, например, msu.ru – МГУ, где имеются открытые лекции по дискретной математике, сайт мат.мех – факультета питерского университета, и т. д.

1. Электронно-библиотечная система «Юрайт» (<https://urait.ru/>).

2. Электронно-библиотечная система «Лань» (<https://e.lanbook.com/>).

Англоязычные электронные ресурсы

1. **MyiLibrary** (<http://lib.myilibrary.com/>) – электронная книжная коллекция Ingram Digital Group, включает электронные книги (более 200000) наиболее известных научных издательств. В состав ресурсов MyiLibrary входит коллекция книг **Оксфордского Российского Фонда** на английском языке.

2. **Springer** (<http://link.springer.com/>) - издает научные, технические и медицинские полнотекстовые коллекции, включая журналы, монографии, энциклопедии и справочники. Полнотекстовые журналы и книги Springer предлагаются в составе предметных коллекций (доступ предоставлен при поддержке РФФИ).

3. База данных **MathSciNet** издательства **American Mathematical Society** (<http://www.ams.org/mathscinet/index.html>) – база данных обзоров, рефератов, библиографической информации и цитирования (доступ предоставлен при поддержке РФФИ).

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, хранящиеся на электронных носителях и обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочим программам дисциплин.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор(ы) :

Доцент каф. теоретической информатики Ю.А. Белов

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Дискретная математика»
Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки
знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы
формирования компетенций**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей
аттестации**

Задания для самостоятельной работы

Типовые индивидуальные задания

Задания по теме «Множества, соответствия, операции»

1. Выразить $A \cup B$ через \cap и Δ , то есть составить выражение алгебры множеств, использующее только символы A, B , символы операций \cap и Δ и задающее $A \cup B$.
2. Выразить $A \cup B$ через \setminus и Δ .
3. Выразить $A \setminus B$ через \cap и Δ .
4. Выразить $A \setminus B$ через \cup и Δ .
5. Выразить $A \cap B$ через \cup и Δ .
6. Выразить $A \cap B$ через \setminus и Δ .
7. Доказать, что $A \setminus B$ не выражается через \cap и \cup .
8. Доказать, что $A \cup B$ не выражается через \cap и \setminus .
9. Доказать ассоциативность симметрической разности:
 $(A \Delta B) \Delta C = A \Delta (B \Delta C)$.
10. Доказать дистрибутивность пересечения относительно симметрической разности:
 $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$.
11. Доказать, что $(A_1 \cap A_2) \Delta (B_1 \cap B_2) \subseteq (A_1 \Delta B_1) \cup (A_2 \Delta B_2)$.
12. Решить уравнение: $A \Delta X = X \setminus B$.
13. Решить уравнение: $A \Delta X = B \cap X$.
14. Решить систему уравнений
 $A \cup X = B$,
где A, B, C – данные множества
15. Построить и изобразить на плоскости соответствия $G^{-1}, G \circ G, G \circ G^{-1}, G^{-1} \circ G$, если G задано следующим образом:
 $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = 1\}$.
16. Построить и изобразить соответствия предыдущей задачи, если G задано следующим образом:
 $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| \leq 1\}$.
17. Привести пример отношения, которое было бы рефлексивно, транзитивно и не симметрично.
18. Привести пример отношения, которое было бы рефлексивно, антисимметрично и не транзитивно.

19. Привести пример отношения, которое было бы рефлексивно, симметрично и не транзитивно.
20. Привести пример отношения, которое было бы антисимметрично, транзитивно, и не рефлексивно.
21. Привести пример отношения, которое было бы симметричным, транзитивным и не рефлексивным.
22. Привести пример отношения, которое было бы рефлексивным, симметричным, антисимметричным и транзитивным.

Задания по теме «Булевы функции»

1. Каково число булевых функций от n переменных, принимающих на противоположных наборах одинаковые значения?
2. Каково число булевых функций от n переменных, принимающих на смежных наборах противоположные значения?
3. Доказать, что если функция f реализуема формулой над S глубины k , то она реализуема над S
4. Найти число различных булевых многочленов длины k от n переменных, равных нулю на нулевом и единичном наборах значений переменных.
5. Найти булеву функцию от n переменных, у которой длина многочлена в $2n$ раз превосходит длину её СДНФ.
6. Перечислить все самодвойственные функции, существенно зависящие от переменных x, y, z .
7. Перечислить все функции, существенно зависящие от трех переменных, такие, что отождествление любых двух переменных приводит к функции, существенно зависящей ровно от одной переменной.
8. Доказать, что из многочлена степени $k \geq 3$ можно с помощью отождествления переменных получить многочлен степени $k - 1$.
9. Доказать, что любой базис в T_0 содержит не более трех функций. Дать примеры базисов класса T_0 , состоящих из одной, двух и трёх функций.
10. Доказать, что любой базис в $T_0 \cap T_1$ содержит не более двух функций. Привести пример базиса, состоящего из одной функции.
11. Каково число монотонных самодвойственных функций, существенно зависящих ровно от четырёх переменных?
12. Доказать, что любая монотонная функция, отличная от константы, имеет ДНФ из монотонных функций. Аналогичное утверждение имеется для КНФ.
13. Доказать, что система $\{0, 1, x \vee y, x \wedge y\}$ образует базис в M .
14. Доказать, что всякий базис в M содержит не более четырёх и не менее трёх функций.
15. Доказать, что любая функция из $M \cap S$, существенно зависящая более чем от одной переменной, образует базис в $M \cap S$.
16. Доказать, что если функция f существенно зависит более, чем от одной переменной и принадлежит классу $M \cap S$, то система $\{0, \neg f\}$ полна в B_2 .

Задания по теме «Исчисления высказываний»

Используя теорему о десяти выводимых правилах, леммы о противоположной теореме и о противоречии,

доказать, что имеются следующие отношения выводимости:

1. $A \rightarrow B \vdash (B \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow C)$, 2. $A \rightarrow B \vdash (C \rightarrow A) \rightarrow (C \rightarrow B)$

3. $A \rightarrow B \vdash (A \vee C) \rightarrow (B \vee C)$, 4. $A \rightarrow B \vdash (A \wedge C) \rightarrow (B \wedge C)$

4. $A \rightarrow \neg B \vdash B \rightarrow \neg A$, 6. $A \rightarrow B \vdash \neg B \rightarrow \neg A$

5. $\vdash A \rightarrow A$, 8. $\vdash (A \rightarrow B) \rightarrow ((A \rightarrow C) \rightarrow (A \rightarrow B \wedge C))$

6. $\vdash \neg A \vee A$, 10. $\vdash (A \rightarrow B) \vee (B \rightarrow A)$

Доказать следующие равносильности:

7. $A \rightarrow B \equiv \neg A \vee B$, 13. $\neg(A \vee B) \equiv \neg A \wedge \neg B$

8. $\neg(A \wedge B) \equiv \neg A \vee \neg B$, 15. $A \vee (B \wedge C) \equiv (A \vee B) \wedge (A \vee C)$

9. $A \wedge (B \vee C) \equiv (A \wedge B) \vee (A \wedge C)$, 17. $A \rightarrow (B \rightarrow C) \equiv (A \wedge B) \rightarrow C$

10. Доказать, что $X \vee Y$ и $X \wedge Y$ монотонно возрастают по X и по Y , $\neg X$ - монотонно убывает по X , $X \rightarrow Y$ монотонно возрастает по Y и монотонно убывает по X .

11. Доказать, что аксиома 10 ИВ независима.

12. Доказать, что аксиомы 3 - 9 ИВ независимы.

13. Доказать, что в ИИВ справедлива теорема о дедукции: пусть $\Gamma = \{A_1, A_2, \dots, A_k\}$ – произвольный набор формул, $k \geq 0$, A, B - еще две формулы ИИВ. Тогда, если $\Gamma, A \vdash_{\text{ИИВ}} B$, то $\Gamma \vdash_{\text{ИИВ}} A \rightarrow B$.

14. Доказать, что формула $\neg\neg A \rightarrow A$ не доказуема в ИИВ.

15. Доказать, что формула $A \vee \neg A$ не доказуема в ИИВ.

16. Пусть задана предметная область $D = \{a, b, c\}$ из трёх предметов и формула $\exists y(\forall x A(x, y, z) \rightarrow \exists t B(y, t))$. Перечислить интерпретации данной формулы на данной области, не являющиеся тождественно ложными.

Задания по теме «Элементы исчисления предикатов»

1. Пусть задана предметная область $D = \{a, b, c\}$ из трёх предметов и формула $\exists y(\forall x A(x, y, z) \rightarrow \exists t B(y, t))$. Перечислить интерпретации данной формулы на данной области, не являющиеся тождественно ложными.

2. Построить 2-общезначимую, но не общезначимую формулу ИП.

3. Записать формулу с двумя свободными переменными x и y истинными тогда и только тогда $x < y$; когда x является делителем y .

4. Используя связки ИП, записать формулу с одной свободной переменной x , истинные в $D = \mathbb{N}$ тогда и только тогда, когда $x = 0$; когда x четное число; когда x простое число.

Задания по теме комбинаторные модели

- Сколько существует 8-значных натуральных чисел, записывающихся ровно тремя нечётными цифрами?
- Сколько существует 6-значных чисел, у которых цифры идут в невозрастающем порядке?
- Сколько существует семизначных чисел с чётной суммой цифр?
- Сколько имеется перестановок $1 \div 15$, у которых числа $1 \div 5$ – на последних местах?
- Множество решений уравнения $x + y + \dots + z = kv$ целых неотрицательных числах.
- Сколько существует решений уравнения $x + y + \dots + z = kv$ целых неотрицательных числах, больших 3?
- Сколько существует не равных нулю коэффициентов в записи многочлена $(1 + x^2 + x^5)$ по степеням x ?
- Сколько существует натуральных чисел из 12 разрядов, в которых все цифры нечётных разрядов – нечётные?
- Сколькими нулями оканчивается число $11^{100} - 1$?
- Найти остаток от деления числа 727^{500} на 9.
- Сколько имеется подмножеств, мощности которых кратны четырём, в множестве из 12 элементов?
- Имеется игральный кубик, грани которого пронумерованы цифрами от 1 до 6. Сколько таких по-разному пронумерованных игровых кубиков существует?

13. Игральный кубик бросают три раза и подсчитывают сумму выпавших очков. Пусть эта сумма равна 12-ти. Сколько таких различных комбинаций выпадений существует?
14. Булевы функции называются конгруэнтными, если одна из другой может быть получена некоторой подстановкой переменных – сколько существует неконгруэнтных функций от трёх переменных?
15. Булевы функции называются равнотипными относительно сдвигов, если одна функция получается из другой заменой части переменных отрицаниями. Сколько существует функций от трёх переменных, разнотипных относительно сдвигов?
16. Пусть мощность множества $|A|=n$, $X, Y \subseteq A$, $|X \cap Y|=2$. Сколько существует таких пар?
17. Пусть мощность множества $|A|=n$, $X, Y, Z \subseteq A$, попарно не пересекающиеся. Сколько существует таких троек?
18. Имеются три конечных множества: A, B, C . Известно, что $A \subseteq B$. Как будет выглядеть для данной тройки формула включений-исключений?

Задания по теме элементы теории графов

1. Пример двух неизоморфных регулярных графов типа $(12, 3), (10, 4), (9, 4)$.
2. Пример трёх графов с вектором степеней $(2, 3, 3, 3, 3, 3, 3)$.
3. Привести пример графа с вектором степеней $(3, 3, 3, 4, 4, 5)$. Может ли он быть несвязным?
4. Найти минор наивысшего порядка, отличный от нуля, в матрице инцидентий данного графа.
5. Сколько имеется различных остовных деревьев в полном двудольном графе 2×3 ?
6. В двудольном графе от 31 до 41 вершины. Вершины первой доли имеют степень 3, второй степень 5. Каков порядок графа?
7. Какое наибольшее число рёбер может быть в графе порядка 9, в котором нет полного подграфа из четырёх вершин?
8. Объединение двух графов – полный граф, тогда хотя бы один из графов связан.
9. В стране 2000 городов, из столицы выходит 89 дорог, из города Дальний – одна дорога. Из остальных городов – по 20 дорог. Доказать, что из столицы можно проехать в Дальний.
10. Из графа порядка 100 исключили 98 рёбер. Доказать, что граф остался связным.
11. Диаметр графа не более трёх, степень каждой вершины не более четырёх. Тогда порядок графа не более 53.
12. Привести пример графа, в котором диаметр равен рангу матрицы смежностей.
13. Степень каждой вершины графа не менее 100. При исключении одного ребра может получиться несвязный граф.
14. В регулярном графе степени 3 имеется цикл.
15. Рёбра полного графа порядка 18 раскрашены в 2 цвета. Тогда в нём существует полный одноцветный подграф порядка 4.
16. Рёбра полного графа порядка 17 раскрашены в три цвета. Тогда в нём существует одноцветный треугольник.
17. Для двух цветов – граф порядка 6 гарантирует одноцветный треугольник.
18. В графе диаметра 2 и степеней вершин не более 4 порядок не более 17.
19. В графе диаметра 2 и степеней вершин не более 3 порядок не более 10 в точности.
20. Перечислить все неизоморфные деревья седьмого порядка.
21. Перечислить все однородные графы порядка 6.
22. Построить граф, дополнительный к октаэдру.

Письменный опрос на знание определений по комбинаторным моделям

1. Соединения, содиненииння с повторениям.

2. Соединения без повторений.
3. Биномиальные и полиномиальные теоремы.
4. Свойства биномиальных и полиномиальных коэффициентов.
5. Метод включения и исключения.
6. Задача о «беспорядках»
7. Производящие функции.

Письменный опрос на знание определений –по графам

.. Графы. Основные понятия. Способы представления графов. Реализация графов в трехмерном пространстве. Формула Эйлера для плоских графов. Теорема Понтрягина.

1. . Эйлеровы циклы. Теорема Эйлера. Теорема Эйлера для ориентированных графов.
2. Деревья и их свойства.
3. Двудольные графы. Паросочетания в двудольных графах.
4. Рассекающие множества. Теорема Кёнига–Эгервари о рассекающих множествах в двудольном графе. Частично упорядоченные множества.
5. Потоки в сетях. Максимальный поток. Минимальный разрез

Типовой вариант контрольной работы по теме множества, отношения, функции

Контрольная работа № 1

1. Доказать дистрибутивность пересечения относительно симметрической разности: $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$.
2. Доказать свойство ассоциативности симметрической разности.
2. Выразить пересечение множеств через объединение и разность.
3. Доказать, что $A \setminus B$ не выражается через \cap и \cup .
4. Привести пример отношения, которое было бы рефлексивно, транзитивно и не симметрично.
5. Решить систему уравнений $A \cup X = C, A \cap X = B$, где A, B, C – данные множества.
6. Построить и изобразить на плоскости соответствия $G^{-1}, G \circ G, G \circ G^{-1}, G^{-1} \circ G$, если G задано следующим образом:
 $G = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : |x| + |y| = 1\}$.

Типовой вариант контрольной работы по теме булевы функции

Контрольная работа № 2

2. 1. Методом неопределенных коэффициентов найти полином Жегалкина функции $f(\tilde{x}^3) \circ (10001110)$.
3. С помощью таблицы Квайна построить все тупиковые дизъюнктивные нормальные формы для функции задачи 1.
4. Найти все полные подсистемы системы $\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$ булевых функций, где
 $f_1 \circ xyz \text{ 組 } xyz \text{ 組 } yxz \text{ 組 } xzy, f_2 \circ x(y \text{ 組 } zv) \text{ 組 } xy(z \text{ 組 } v),$
 $f_3 \circ (x \text{ 祭 } y)(y \text{ 祭 } z)(z \text{ 祭 } x) \text{ 祭 } 1, f_4 \circ x(y \text{ 組 } z) \text{ 組 } - f_5 \circ 1.$
 $yxz,$
5. Найти число функций $f(x, y, z)$ из множества $(T_0 \cup S) \setminus L$, существенно зависящих от всех переменных.

6. Найти базисы в классах $M \cap S$, $M \cap L$, $S \cap L$.

Типовой вариант контрольной работы по теме исчисление предикатов

Контрольная работа № 3

1. Доказать теорему дедукции для исчисления предикатов.
2. Построить вывод формулы A из множества гипотез Γ .
3. С использованием теоремы дедукции доказать выводимость формулы A из множества гипотез Γ .
4. Доказать тождественную истинность любой выводимой в исчислении предикатов формулы.
5. Как связаны между собой теорема адекватности, теорема непротиворечивости, и теорема о полноте?
6. Привести пример k -общезначимой для любого натурального k , но не общезначимой формулы исчисления предикатов.

Типовой вариант контрольной работы по теме комбинаторные модели

Контрольная работа № 4

1. Найти число различных слов, которые можно получить перестановкой букв из слова БАРБАРАБРА, которые при этом не содержат подслов вида «ААА».
2. Определить число неконгруэнтных булевых функций от трёх переменных.
3. Определить, сколько рациональных членов содержится в разложении $(\sqrt{2} + \sqrt[3]{3})^{20}$.
Найти число слов из нулей и единиц длины 30, которые не содержат подслов вида «00» и, кроме того, не содержат единичных массивов, состоящих из чётного числа единиц. (Здесь единичный массив – подслово, состоящее только из единиц и ограниченное с каждой из сторон либо нулем, либо концом или началом исходного слова.)
4. Найти a_n по рекуррентному соотношению и начальным условиям

$$a_{n+2} = 4a_{n+1} - 3a_n + 7 \cdot 3^n, a_0 = 0, a_1 = 3.$$

$$12t^3 + 10t^2$$
5. Пусть $A(t) = \frac{6t^2 + 5t + 6}{6t^2 + 5t + 6}$ – производящая функция последовательности $\{a_n\}$. Найти асимптотическое поведение a_n при $n \rightarrow \infty$.
6. Определить число различных раскрасок граней куба в три цвета.

Типовой вариант контрольной работы по элементам теории графов

Контрольная работа № 5

1. Пусть G – конечный граф без петель и кратных рёбер, имеющий p вершин, q рёбер и k компонент связности. Доказать, что

$$p \geq k + q - (p - k)(p - k + 1)/2.$$
2. Сколько попарно неизоморфных неразложимых сетей можно получить, выбирая в n -мерном единичном кубе две вершины в качестве полюсов?

3. По вектору $\vec{v} = 0010100111$ установить, является ли оно кодом какого-либо плоского дерева.

4. Доказать, что граф, имеющий 10 вершин, степень каждой из которой равна 5, не является плоским.

5. Каков ранг матрицы инцидентий может быть у однородного графа порядка 12 степени 3?

6. Привести примеры двух неизоморфных самодополнительных графов порядка 8.

1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачёту и коллоквиуму

1. Множества. Примеры. Отношения между множествами. Теоремы о свойствах операций над множествами.
 2. Декартово произведение множеств. Декартова степень множества. Булеан. Теорема и следствия для конечных множеств.
 3. Бинарные отношения (соответствия). Примеры. Произведение отношений. Теорема о свойствах произведения отношений.
 4. Функции. Теорема о биекции. Теорема о свойствах произведения функций. Специальные бинарные отношения.
 5. Отношение эквивалентности. Примеры. Классы эквивалентных элементов. Теорема о разбиении множества на непустые подмножества, если на нем определено отношение эквивалентности.
 6. Эквивалентность множеств. Примеры. Теорема о свойствах отношения равномощности множеств. Конечные и бесконечные множества. Теорема о конечных множествах.
 7. Счетные множества. Примеры. Теорема о подмножествах счетного множества. Теорема о счетности множества рациональных чисел.
 8. Счетные множества. Теорема об объединении конечного или счетного множества счетных множеств.
 9. Счетные множества. Связь между бесконечными и счетными множествами.
 10. Несчетные множества. Связь между несчетными множествами и счетными множествами.
 11. Несчетные множества. Теорема о несчетности чисел из интервала $(0,1)$. Континуальное множество. (Множество равномощное \mathbb{R}).
 12. Эквивалентность отрезков, интервалов и прямой. Теоремы о мощностях иррациональных, трансцендентных и алгебраических чисел.
 13. Определение неравенства мощностей. Теорема о свойствах неравенства мощностей. Теорема Кантора-Бернштейна об антисимметричности неравенства мощностей.
 14. Теорема Кантора о шкале мощностей.
 15. Теорема о мощности множества всех подмножеств счетного множества.
- Исчисление высказываний**
16. Формальные аксиоматические теории. Исчисление высказываний. Теорема о транзитивности выводимости.
 17. И.В. Алфавит, аксиомы, правило вывода. Примеры формальных доказательств. Лемма о транзитивности импликации.
 18. Выводимость. Теорема о дедукции.
 19. Теорема о десяти выводимых правилах.
 20. И.В. Лемма о противоречии. Лемма о противоположной теореме.
 21. Определение непротиворечивости формальной аксиоматической теории. Булевы функции. Таблицы истинности.
 22. Теорема о непротиворечивости И.В.

23. Лемма о связи таблиц истинности и выводимости.
24. Теорема о связи таблиц истинности и выводимости. Следствие для тождественно истинных формул.
25. Полнота формальной теории. Полнота И.В.

Список вопросов к экзамену

Функциональное исчисление (исчисление предикатов)

26. Исчисление предикатов. Язык, логические аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Вывод и выводимость формул в исчислении предикатов. Вывод и выводимость формул из множества гипотез.
27. Теорема дедукции. Вспомогательные правила вывода. Эквивалентность формул. Приведение формул к нормальным формам.
28. Теоремы непротиворечивости и адекватности. Непротиворечивость исчисления предикатов.
29. Теорема К.Геделя о полноте для исчисления предикатов.

Булевы функции.

30. Теорема о количестве булевых функций. Элементарные булевы функции. Равенство булевых функций.
31. Свойство основных операций для булевых функций.
32. Формулы. Примеры. Принцип двойственности. (Теорема о суперпозиции, принцип двойственности).
33. СДНФ. (Теорема).
34. СКНФ. (Теорема).
35. Полные системы булевых функций. Примеры. Теоремы о полноте .
36. Булевы одночлены и многочлены. Теорема о булевых многочленах. Методы построения булева многочлена.
37. Замыкание. Теорема о свойствах замыкания.
38. Двойственность. Принцип двойственности.
39. Классы T_0 , M , S .
40. Классы T_1 , L .
41. Теорема Поста.
42. Соединения без повторений, два общих принципа выбора- правило умножения и правило сложения.
43. Перестановки, размещения, сочетания.
44. Соединения с повторениями: перестановки, размещения , сочетания.
45. Биномиальная теорема.
46. Треугольник Паскаля.
47. Полиномиальная теорема.
48. Принцип включения и исключения.
49. Теорема включения и исключения.
50. Задача о беспорядках.
51. О методе производящих функций.
48. Графы. Понятия смежности и инцидентности вершин и ребер графа.
49. Степени вершин графа. Лемма о « рукопожатиях». Следствие о числе вершин нечетной степени.
50. Максимальное число ребер в графе на n вершинах. Изоморфизм графов.
51. Дополнительный граф, самодополнительный граф.
52. Подграфы, остовный и порожденный подграфы.
53. Маршруты, цепи, циклы графа. Связность графа. Компонента связности графа.
54. Теорема о представлении графа в виде объединения своих связных компонент.

55. Утверждение о связности графа или его дополнения.
56. Лемма о связности графа.
57. Следствие о числе ребер связного графа.
58. Теорема Кенига о двудольном графе.
59. Матрицы, ассоциированные с графом.
60. Теорема о несвязности графа. (Если число ребер графа $m(G) \leq n-2$, то граф Гнесвязный).
61. Расстояния на графах. Диаметр и радиус.
62. Матрица смежностей и диаметр.
63. Деревья, теорема об эквивалентности определений дерева.
64. Центр и центроид дерева. Их свойства.
65. Определение остова или каркаса дерева.
66. Следствие о числе ребер, которые нужно удалить из графа G для получения остова.
67. Алгоритмы Краскала и Прима.
68. Помеченные деревья. Алгоритм построения кодовой последовательности.
69. Теорема Кэли.
70. Плоские и планарные графы. Теорема Жордана.(без доказательства).
71. Теорема. (Формула Эйлера).
72. Критерий планарности Понтрягина-Куратовского (теорема, без доказательства).
73. Метрические характеристики графа.
74. Поиск в графе. Поиск «в глубину». Поиск « в ширину».
75. Обходы. Эйлеровы графы.
76. Гамильтоновы графы.
77. Теорема Оре, без доказательства.
78. Теорема о существовании гамильтонова цикла (без доказательства).

2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

Пороговый уровень - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

Продвинутый уровень - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

Высокий уровень - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговыйуровень	Продвинутый уровень	Высокийуровень
Общепрофессиональные компетенции						
ОПК-1	К. р.р. №1–5, инд. задания № 1–6	1-7	Знать: – Основные понятия и инструменты дискретной математики; Уметь: – использовать классические алгоритмы для решения прикладных задач.	1. Знать основные комбинаторные модели, базовые понятия и свойства основных видов графов, понимать концепцию выводимости и доказуемости . 2. Уметь использовать формулы и соотношения комбинаторики в прикладных вопросах, иметь навык в обращениями с функциональны-ми формулами.	1. Уметь создавать оригинальные структурные и алгоритмические конструкции для решения имеющихся прикладных задач. 2. Ориентироваться в алгоритмических особенностях и областях эффективного применения различных алгоритмов решения типовых дискретных задач.	1. Уметь проводить разработку задачи от первоначальной спецификации до верификации полученного продукта, проводя при этом оценку трудоёмкости каждого этапа. 2. Используя классические подходы, уметь их модифицировать для получения нового качества предлагаемых производственных решений.
	Индивидуальны е задания №,	1–7	Уметь: первичные эвристические	. Уметь проводить алгоритмическую и	Заложить основу для последующего изучения	Уметь применять полученные в курсе сведения

	2, 4, 5, 6 Экзамен.		соображения «поднимать» до приемлемого практического решения. Уметь пользоваться различными современными системами программирования	программную реализацию классических алгоритмов на графах: поиск в глубину, поиск в ширину, поиск кратчайших путей, подсчёт циклов и т. д.	информационных курсов, таких как теория автоматов, теория алгоритмов, формальные языки, теория дискретной оптимизации и т. д.	для коллективной разработки таких сложных алгоритмических и программных систем, как экспертные системы различного назначения, системы автоматизированного проектирования, системы распознавания, машинного зрения и т.д.
--	------------------------	--	--	--	---	--

3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

3.2 Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

3.3 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками (или) опытом деятельности по результатам самостоятельной работы студентов

Критерии оценивания устного ответа студента на экзамене.

Экзамен проводится в устной форме по билетам: студент должен выполнить три задания – два теоретических и одно практическое.

На экзамене не разрешается пользоваться литературой, конспектами и иными вспомогательными средствами. В случае использования студентами подобной литературы преподаватель оставляет за собой право удалить студента с зачета, выставив ему неудовлетворительную оценку.

При оценке устных ответов студентов учитываются следующие критерии:

1. Понимание и степень усвоения теории курса.
2. Уровень знания фактического материала в объеме программы.

3. Правильность формулировки основных понятий и закономерностей
4. Знание основных процессов изучаемой предметной области, глубина и полнота раскрытия вопроса.
5. Владение терминологическим аппаратом и использование его при ответе.
6. Владение монологической речью, логичность и последовательность ответа.
7. Умение связать теорию с практическим применением.
8. Умение сделать обобщение, выводы.
9. Умение ответить на дополнительные вопросы

3.4 Шкала оценивания самостоятельной работы студентов

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по результатам самостоятельной работы студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Шкала оценивания контрольной работы

«Отлично» (5 баллов) – ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов. «Хорошо» (4 балла) – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной ошибки и одного недочета, или не более трех недочетов. «Удовлетворительно» (3 балла) – ставится за работу, если обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы. «Неудовлетворительно» (0 баллов) – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки «3» или правильно выполнено менее 2/3 всей работы.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Дискретная математика»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала являются лекции. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным физическим задачам и отработка навыков работы с математическими основами теоретического материала.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы стохастического анализа. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях и более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных работ и самостоятельных работ (в аудитории) Также проводятся консультации по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце семестра изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен может приниматься в устной или письменной формах по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя как теоретические вопросы, так и практические задачи. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 4 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена общая консультация.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины, самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому высокий уровень посещения аудиторных занятий является необходимым. Кроме этого необходимы регулярные выполнения заданий для домашней самостоятельной работы.

Примеры тестовых заданий для самопроверки

Компетенция ОПК-1: (на материале алгебры множеств)

1. Рассмотрим следующие операции над множествами: \cap , \cup , \setminus и Δ . Выяснить, какие операции **не** выражаются через некоторый набор других.
 - A. Выражается ли \cap через \cup и \setminus ?
 - B. Выражается ли \cap через \cup и Δ ?
 - C. Выражается ли \cup через \setminus и Δ ?
 - D. Выражается ли \setminus через \cup и \cap ?
 - E. Выражается ли Δ через \cup и \setminus ?
2. Какая из операций **не** является ассоциативной?
 - A. Объединение \cup .

- В. Пересечение \cap .
 С. Косая разность \setminus .
 С. Симметрическая разность Δ .
3. Какая операция дистрибутивна относительно симметрической разности – Δ ?
 А. Объединение \cup .
 В. Пересечение \cap .
 С. Косая разность \setminus .
- Ключ: 1.– D, 2.– С, 3. – В.

Компетенция ОПК-1: (на материале булевых функций)

1. Сколько существует различных булевых функций от n переменных?
 А. 2^m , где $m=2^n$.
 В. 2^m , где $m=C_n^2$.
 С. 2^m , где $m=n^2$.
 D. 2^m , где $m=n!$.
2. Сколько существует самодвойственных булевых функций от двух существенных переменных ?
 А. 1.
 В. 4.
 С. 16.
 D. 0.
3. Указать класс булевых функций, двойственный классу T_0 .
 А. T_0 .
 В. T_1
 С. L.
 D. M.
 E. S.
4. Указать класс булевых функций, двойственный классу L.
 А. T_0 .
 В. T_1
 С. L.
 D. M.
 E. S.
5. Указать класс булевых функций, двойственный классу M.
 А. T_0 .
 В. T_1
 С. L.
 D. M.
 E. S.

Ключ: 1–A, 2– D, 3–B, 4–C, 5–D

Компетенция ОПК-1: (элементы теории графов)

1. Сколько рёбер в дереве порядка n ?
 А. Не более C_n^2
 В. $n-1$
 С. n^2
 D. $n!$
2. Сколько рёбер в полном графе порядка 7 ?
 А. 21.
 В. 28.
 С. 24.
3. Сколько рёбер в самодополнительном графе порядка 8 ?

- А. 16.
В. 14.
С. 12.
4. Сколько различных остовных деревьев имеется в полном графе порядка 6 ?
А. 6^4 .
В. 6^2
С. 6^3
5. Сколько различных остовных деревьев имеется в простом цикле порядка 10 ?
А. 10^2
В. 10^3
С. 10.
- Ключ: 1–В, 2– А, 3–В, 4–А, 5–С

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать учебную литературу, с подробно разобранными решениями задач. К таким можно отнести следующие издания:

1. Башкин М.А., Якимов О.П. Сборник задач по дискретной математике. Методическое пособие.. Ярославль, ЯрГУ, 2013
2. Чаплыгин В.Ф., Чаплыгина Н.Б. Введение в комбинаторику.. Методическое пособие.. Ярославль, ЯрГУ, 2001
7. Зыков А. А. Теория конечных графов. – Новосибирск: Наука, 1969. – 543 с.
8. Кристофидес Н. Теория графов. Алгоритмический подход. М. Мир, 1978.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Международный научно-образовательный сайт EqWorld. Сайт EqWorld содержит учебную [физико-математическую библиотеку](#), в которую авторы могут добавлять свои [книги и диссертации](#), а также [форум](#) для вопросов и дискуссий.

EqWorld работает на [русском](#) и [английском](#) языках (главная стр. сайта переведена также на [немецкий](#), [французский](#), [итальянский](#) и [испанский](#) языки) и предназначен для широкого круга ученых, преподавателей вузов, инженеров, аспирантов и студентов в различных областях математики, механики, физики, химии, биологии и инженерных наук. Все ресурсы сайта являются бесплатными для его пользователей.

EqWorld содержит около 2000 веб-страниц (книги библиотеки не учитываются), его посещают люди из 200 стран мира, средняя посещаемость сайта превышает 3000 человек в сутки. Адреса сайта в Интернете: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> (рус.), <http://eqworld.ipmnet.ru> (англ.).

2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Головной

разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") www.informika.ru.

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- **[Электронная библиотека](#)** – крупнейшее в российском сегменте Интернета хранилище полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- **Интегральный [каталог](#) образовательных интернет-ресурсов** содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- **Избранное.** В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- **[Библиотеки вузов.](#)** Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет (http://lib.uniylar.ac.ru/opac/bk_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniylar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. Электронная картотека «[Книгообеспеченность](#)» (http://www.lib.uniylar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «[Книгообеспеченность](#)» доступна в сети университета и через Личный кабинет.