

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра компьютерной безопасности и математических методов обработки информации

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Математическая логика**

Направление подготовки (специальности)  
02.03.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)  
«Программирование, алгоритмы и анализ данных»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Математическая логика" обеспечивает приобретение фундаментальных знаний и умений в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, развитию логического мышления и формированию математического и общенаучного мировоззрения. Целью изучения дисциплины является овладение базовыми понятиями и методами математической логики, ознакомление с их применениями в информатике, в частности, для верификации программ, изучение основ теории алгоритмов, установление существования алгоритмически неразрешимых проблем и значение этого фундаментального факта теории алгоритмов для алгоритмической практики и компьютерных наук, ознакомление с базовыми подходами к оценке сложности алгоритмов и задач и некоторыми приемами построения эффективных алгоритмов.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина "Математическая логика" относится к базовой (общепрофессиональной) части профессионального цикла Б.3. Она играет исключительно важную роль для общематематической подготовки бакалавров. При ее изучении существенно используются знания, полученные при изучении математических дисциплин "Математический анализ", "Алгебра", "Аналитическая геометрия", "Теория чисел", "Информатика". Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины "Математическая логика и приложения в информатике и компьютерных науках", используются обучаемыми при изучении обще профессиональных и специальных дисциплин математического и компьютерного циклов.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Универсальные компетенции</b>		
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач	УК-1.1. Знает принципы сбора, отбора и обобщения информации Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности  УК-1.2. Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в	<b>Знает</b> принципы сбора, отбора и обобщения информации Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности  <b>Умеет</b> соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности

	<p>рамках избранных видов профессиональной деятельности</p> <p>УК-1.3 Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов</p>	<p><b>Владеет</b> Имеет практический опыт работы с информационными источниками, опыт научного поиска, создания научных текстов</p>
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		

<p><b>ОПК-1.</b> Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности</p>	<p>ОПК-1.1. Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук</p> <p>ОПК-1.2. Умеет использовать их в профессиональной деятельности</p> <p>ОПК-1.3. Имеет навыки выбора методов решения задач профессиональной деятельности на основе теоретических знаний</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия математической логики - описание синтаксиса языков логики и исчисления высказываний, логики и исчисления предикатов, понятие интерпретации, значения термина в интерпретации и истинностного значения формулы в интерпретации, понятие вывода и вывода из множества гипотез в исчислении высказываний и исчислении предикатов, формулировки теорем дедукции, адекватности и непротиворечивости, применения математической логики в информатике: исчисление Хоара для доказательства корректности компьютерных программ, логико-математические подходы к верификации компьютерных программ, операционная семантика, оценки для интерпретаций языков, значение термина и формулы на данной оценке, аксиоматическая семантика программ, триады Хоара, аксиомы и правила вывода исчисления Хоара, корректность исчисления Хоара относительно операционной семантики, задачи, которые привели к необходимости формирования математического понятия "алгоритм", арифметизация алгоритмов, представляющая функция алгоритма, два подхода к математическому уточнению интуитивного понятия "алгоритм", определение машины Тьюринга, вычислимости и правильной вычислимости, понятия примитивно рекурсивной, рекурсивной и частично рекурсивной функции, примеры алгоритмически неразрешимых задач.</p> <p><b>Уметь:</b> строить истинностные таблицы для формул ЛВ, доказывать теоремы дедукции, адекватности и непротиворечивости для исчисления высказываний и исчисления предикатов, устанавливать выводимость формул в исчислении высказываний и исчислении предикатов, устанавливать примитивную рекурсивность и рекурсивность арифметических функций.</p> <p><b>Владеть навыками:</b> установления выводимости формул в ИВ и ИП, написания программ для машин Тьюринга, оценки временной и емкостной сложности Тьюринговых алгоритмов, сводимости алгоритмических проблем.</p>
--	---	--

--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успевае- мости  Форма промежу- точной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестацион- ные испыта- ния	самостоятель- ная	
1	<b>Введение.</b> История развития математической логики и теории алгоритмов. Математическая логика и основания математики. Теория алгоритмов и принципиальные возможности вычислительных машин. Сложность алгоритмов и ее значение для практики.	5	2					2	Устный опрос
2	<b>Логика высказываний и логика предикатов</b> Язык логики высказываний: алфавит, пропозициональные переменные и пропозициональные связки, формулы. Интерпретации, истинностное значение формулы в интерпретации. Тожественно истинные и выполнимые формулы. Булевы алгебры. Алгебра высказываний и алгебра подмножеств множества как примеры булевых ал-	5	4	2	1			10	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

	гебр. Предикаты на множестве и их связь с отношениями. Логические операции над предикатами. Язык логики предикатов: сигнатура, термы и формулы, свободные и связанные вхождения переменных. Интерпретации. Значение замкнутого терма в интерпретации. Истинностное значение замкнутой формулы в интерпретации. Оценки. Значение терма и формулы на оценке при данной интерпретации. Выполнимые, тождественно истинные и тождественно ложные формулы. Равносильность формул, основные соотношения равносильности и их использование для упрощения формул. Предваренные нормальные формы, дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы.							
3	<b>Булевы функции.</b> Булевы функции и функции многозначной логики, их представление термами над заданной системой функций. Представление булевых функций формулами алгебры высказываний и многочленами Жегалкина. Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых функций и функций многозначной логики. Представление функций многозначной логики рядами Фурье. Методы вычисления коэффициентов Фурье. Псевдобулевы функции и их задание. Минимизация булевых функций.	5	2	1			6	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

4	<p><b>Логические исчисления. Исчисление высказываний.</b> Общее понятие о логическом исчислении. Язык, аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Вывод и выводимость формул в исчислении высказываний. Вывод из множества гипотез. Теорема дедукции.</p> <p>Теорема Э. Поста о полноте для исчисления высказываний. Непротиворечивость исчисления высказываний. Теоремы адекватности и непротиворечивости для исчисления высказываний.</p>	5	4	1	1		8	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
5	<p><b>Исчисление предикатов.</b> Язык, логические аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Вывод и выводимость формул в исчислении предикатов. Вывод и выводимость формул из множества гипотез. Теорема дедукции. Вспомогательные правила вывода. Эквивалентность формул. Приведение формул к нормальным формам. Теорема К.Геделя о полноте для исчисления предикатов. Непротиворечивость исчисления предикатов. Теоремы непротиворечивости и адекватности. Элементы теории моделей. Теорема А.И.Мальцева о компактности и ее приложения. Применение исчисления предикатов для записи математических утверждений и для автоматизации доказательства теорем.</p>	5	4	1	1		12	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

6	<b>Метод резолюций.</b> Применение исчисления предикатов для доказательства теорем. Секвенциальный и натуральный вывод в исчислении предикатов. Эрбановские интерпретации. Теорема Эрбрана. Сколемовская стандартная форма. Семантические деревья. Метод резолюции для логики предикатов. Унификация. Теорема о наиболее общем унификаторе. Теорема о полноте метода резолюции для логики предикатов. Применение логики предикатов в дедуктивных базах данных и экспертных системах. Основные понятия логического программирования: хорновские дизъюнкты, SLD - резолюция. Методика составления и реализация логических программ.	5	2	1				4	Задания для самостоятельной (домашней) работы
7	<b>Применения математической логики в информатике.</b> Исчисление Хоара для доказательства корректности компьютерных программ. Логико-математические подходы к верификации компьютерных программ. Операционная семантика. Оценки для интерпретаций языков. Значение терма и формулы на данной оценке. Аксиоматическая семантика программ. Триады Хоара. Аксиомы и правила вывода исчисления Хоара. Корректность исчисления Хоара относительно операционной семантики.	5	2	1				6	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос



8	<p><b>Алгоритмические модели.</b></p> <p><b>Элементы теории алгоритмов.</b> Интуитивное понятие алгоритма и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия алгоритма. Вычислимые функции. Представляющая функция алгоритма. Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы. Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга- Поста-Черча. Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции. Тезис Черча. Правильная вычислимость любой частично рекурсивной функции. Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции. Нормальные алгоритмы А.А.Маркова. Примеры. Принцип нормализации А.А.Маркова. Композиция нормальных алгоритмов. Связь нормальных алгоритмов с машинами Тьюринга и частично рекурсивными функциями.</p>	5	4	1	1			12	<p>Задания для самостоятельной (домашней) работы</p> <p>Устный опрос</p>
9	<p><b>Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость.</b> Нумерация слов в счетном алфавите и арифметизация алгоритмов. Соотношения между классами примитивно рекурсивных, общерекурсивных и частично рекурсивных</p>	5	4	1	1			10	<p>Задания для самостоятельной (домашней) работы</p> <p>Устный опрос</p>

	<p>функций. Примеры алгоритмически неразрешимых массовых проблем: проблема остановки для машин Тьюринга (The halting problem for Turing machines), проблема самоприменимости для машин Тьюринга. Примеры алгоритмически разрешимых и неразрешимых задач из математической логики, теории алгоритмов, алгебры, теории чисел, теории формальных грамматик, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, топологии, математического анализа и теории конечных автоматов. Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.</p>								
10	<p><b>Сложность алгоритмов и вычислений.</b> Подходы к оценкам сложности описания и выполнения алгоритмов. Модели вычислений. Сложность вычисления на машине Тьюринга. Временная и емкостная меры сложности. Свойства функций сложности. Нижние оценки. Сложность проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT). Сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций. Существование сколь угодно сложно вычислимых функций.</p>	5	2	1				8	<p>Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос</p>

11	<b>Сложностная классификация переборных задач.</b> Класс PTIME задач, детерминировано решаемых с полиномиальной сложностью. Класс NPTIME задач, решаемых с полиномиальной сложностью на недетерминированной машине Тьюринга. Полиномиальная сводимость. NP-полные и NP-трудные задачи.	5	2	1				6	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
12	<b>Теория алгоритмов и компьютерная практика.</b> Вычислительные возможности современных компьютеров. Математическая модель компьютера – машина с произвольным доступом к памяти (МПД). RAM-A machine with random access to memory. МПД - вычислимые функции и их связь с частично рекурсивными функциями	5	2					4	Устный опрос
						2	0.5	33.5	экзамен
	<b>Всего</b>		<b>36</b>	<b>12</b>	<b>6</b>	<b>2</b>	<b>0,5</b>	<b>33,5</b>	

### Содержание разделов программы дисциплины

#### "Математическая логика и приложения в информатике и компьютерных науках":

**1. Введение.** История развития математической логики и теории алгоритмов. Математическая логика и основания математики. Теория алгоритмов и принципиальные возможности вычислительных машин. Сложность алгоритмов и ее значение для практики.

#### **2. Логика высказываний и логика предикатов**

Язык логики высказываний: алфавит, пропозициональные переменные и пропозициональные связки, формулы. Интерпретации, истинностное значение формулы в интерпретации. Тавтологически истинные и выполнимые формулы. Булевы алгебры. Алгебра высказываний и алгебра подмножеств множества как примеры булевых алгебр. Предикаты на множестве и их связь с отношениями. Логические операции над предикатами. Язык логики предикатов: сигнатура, термы и формулы, свободные и связанные вхождения переменных. Интерпретации. Значение замкнутого терма в интерпретации. Истинностное значение замкнутой формулы в интерпретации. Оценки. Значение терма и формулы на оценке при дан-

ной интерпретации. Выполнимые, тождественно истинные и тождественно ложные формулы. Равносильность формул, основные соотношения равносильности и их использование для упрощения формул. Предваренные нормальные формы, дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы.

**3. Булевы функции.** Булевы функции и функции многозначной логики. Их представление термами над заданной системой функций. Представление булевых функций формулами логики высказываний и многочленами Жегалкина. Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых функций и функций многозначной логики. Представление функций многозначной логики рядами Фурье. Методы вычисления коэффициентов Фурье. Псевдобулевы функции и их задание. Минимизация булевых функций.

**4. Логические исчисления. Исчисление высказываний.** Общее понятие о логическом исчислении. Язык, аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Вывод и выводимость формул в исчислении высказываний. Вывод из множества гипотез. Теорема дедукции. Теорема Э. Поста для исчисления высказываний. Непротиворечивость исчисления высказываний. Теоремы адекватности и непротиворечивости для исчисления высказываний.

**5. Исчисление предикатов.** Язык, логические аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Вывод и выводимость формул в исчислении предикатов. Вывод и выводимость формул из множества гипотез. Теорема дедукции. Вспомогательные правила вывода. Эквивалентность формул. Приведение формул к нормальным формам. Непротиворечивость исчисления предикатов. Теоремы непротиворечивости и адекватности. Теорема К.Геделя о полноте для исчисления предикатов. Элементы теории моделей. Теорема А.И.Мальцева о компактности и ее приложения. Применение исчисления предикатов для записи математических утверждений и для автоматизации доказательства теорем.

**6. Метод резолюций.** Применение исчисления предикатов для доказательства теорем. Секвенциальный и натуральный вывод в исчислении предикатов. Эрбановские интерпретации. Теорема Эрбрана. Сколемовская стандартная форма. Семантические деревья. Метод резолюции для логики предикатов. Унификация. Теорема о наиболее общем унификаторе. Теорема о полноте метода резолюции для логики предикатов. Применение логики предикатов в дедуктивных базах данных и экспертных системах. Основные понятия логического программирования: хорновские дизъюнкты, SLD - резолюция. Методика составления и реализация логических программ.

**7. Применения математической логики в информатике.** Исчисление Хоара для доказательства корректности компьютерных программ. Логико-математические подходы к верификации компьютерных программ. Операционная семантика. Оценки для интерпретаций языков. Значение термина и формулы на данной оценке. Аксиоматическая семантика программ. Триады Хоара. Аксиомы и правила вывода исчисления Хоара. Корректность исчисления Хоара относительно операционной семантики.

**8. Алгоритмические модели. Элементы теории алгоритмов.** Интуитивное понятие алгоритма и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия алгоритма. Алгоритмы и вычислимые функции. Представляющая функция алгоритма. Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы. Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга-Поста-Черча. Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции. Тезис Черча. Правильная вычислимость любой частично рекурсивной функции. Частичная рекурсивность любой вычислимой по

Тьюрингу функции. Нормальные алгоритмы А.А.Маркова. Примеры. Принцип нормализации А.А.Маркова. Композиция нормальных алгоритмов. Связь нормальных алгоритмов с машинами Тьюринга и частично рекурсивными функциями.

**9. Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость.** Нумерация слов в счетном алфавите и арифметизация алгоритмов. Соотношения между классами примитивно рекурсивных, общерекурсивных и частично рекурсивных функций. Массовые алгоритмические проблемы. Примеры алгоритмически неразрешимых массовых проблем: проблема остановки для машин Тьюринга (The halting problem for Turing machines), проблема самоприменимости для машин Тьюринга. Примеры алгоритмически разрешимых и неразрешимых задач из математической логики, теории алгоритмов, алгебры, теории чисел, теории формальных грамматик, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, топологии, математического анализа и теории конечных автоматов. Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.

**10. Сложность алгоритмов и вычислений.** Подходы к оценкам сложности описания и выполнения алгоритмов. Модели вычислений. Сложность вычисления на машине Тьюринга. Временная и емкостная меры сложности. Свойства функций сложности. Нижние оценки. Сложность проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT). Сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций. Проблемы распознавания и проблемы вхождения в языки. Существование сколь угодно сложно вычисляемых функций.

**11. Сложностная классификация переборных задач.** Класс P задач, детерминировано решаемых с полиномиальной сложностью. Класс NP задач, решаемых с полиномиальной сложностью на недетерминированной машине Тьюринга. Полиномиальная сводимость. NP-полные и NP-трудные задачи.

**12. Теория алгоритмов и компьютерная практика.** Вычислительные возможности современных компьютеров. Математическая модель компьютера – машина с произвольным доступом к памяти. (МПД). RAM-A machine with random access to memory. МПД - вычисляемые функции и их связь с частично рекурсивными функциями

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования

к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

**6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации
- программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

**7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

**а) основная литература**

1. Герасимов А.С. Курс математической логики и теории вычислимости. СПб., ЛЕМА, 2011. 284 с.
2. Глухов, М.М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Глухов, А.Б. Шишков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4041>.
3. Дурнев В. Г. Элементы теории множеств и математической логики: учеб. пособие для вузов / В.Г.Дурнев; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2009, 411 с.
4. Дурнев В. Г. Элементы теории алгоритмов : учеб. пособие для вузов / В. Г. Дурнев; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 247 с.
5. Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.
6. Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.
7. Дудаков С.М. Математическое введение в информатику: учеб. пособие для вузов / С.М. Дудаков; Твер. гос. ун-т., Тверь, 2003, 221 с.

**б) дополнительная литература**

1. А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: "Мир", 1983.
2. Дж. Булос, Р. Джеффри. Вычислимость и логика. М.: "Мир". 1994.
3. М. Гэри, Д. Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: "Мир", 1979.
4. Н. Катленд. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. М.: "Мир". 1983.
5. С.К. Клини. Введение в метаматерику. М.: "ИЛ". 1957.
6. А.Н. Колмогоров, А.Г. Драгалин. Введение в математическую логику. М.: МГУ. 1982.
7. А.Н. Колмогоров, А.Г. Драгалин. Математическая логика. Дополнительные главы. М.: МГУ. 1984.
8. А.И. Мальцев. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: "Наука". 1986.
9. А.А. Марков. Элементы математической логики. М.: МГУ. 1984.
10. Э. Мендельсон. Введение в математическую логику. М.: "Наука". 1976.

11. П.С. Новиков. Элементы математической логики. М.: "Наука". 1973.
12. Б.А. Трахтенброт. Алгоритмы и вычислительные автоматы. М.: "Советское радио". 1974.
13. Дж. Шенфилд. Математическая логика. М.: "Наука". 1975.
14. Ч. Чень, Р. Ли. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М.: "Наука". 1983.
15. А. Черч. Введение в математическую логику. Т.1. М.: "ИЛ". 1960.
16. Г.Д. Эббинхауз, К. Якобс, Ф.К. Ман, Г. Хермес. Машины Тьюринга и рекурсивные функции. М.: "Мир". 1972.
17. Глухов М.М. Математическая логика. М.: 1982.
18. Носов В.А. Основы теории алгоритмов и анализа их сложности. М.: 1992
19. Ю.И. Манин. Доказуемое и недоказуемое. М.: "Советское радио". 1979.
20. Ю.И. Манин. Вычислимое и невычислимое. М.: "Советское радио". 1979.
21. А.А. Марков, Н.М. Нагорный. Теория алгоритмов. М.: "Наука". 1984.

## **в) ресурсы сети «Интернет»**

### **1.Электронные каталоги НБ ЯрГУ**

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержат библиографические записи всех видов документов, составляющих фонд библиотеки, на русском и иностранных языках.

**2. Личный кабинет** ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «*Электронный каталог*»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «*Авторизация*», и заполнить представленные поля информации.

### **3.Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ**

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

### **4.Электронный архив ЯрГУ**

(<http://elar.uniyar.ac.ru/jspui/community-list>) представляет собой коллекцию полнотекстовых электронных публикаций в области научных исследований. База данных предназначена для использования в учебных и научных целях, облегчая доступ к информации о научных работах и их содержанию.

### **5. Электронная картотека «Книгообеспеченность»**

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературы, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.

## **Русскоязычные электронные ресурсы (внешние)**

**1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе

ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.)  
*Доступ до 31 октября 2015 года.*

**2. Электронно-библиотечная система «Национальный цифровой ресурс «РУ-КОНТ»** (<http://rucont.ru/>) - цифровой контент различного рода: научные и литературные произведения; полные тексты книг, периодических изданий и отдельных статей, мультимедиа и многое другое. Доступ из любой точки доступа в Интернет. Для работы необходимо ввести логин **libunijar** и пароль **654321**. *Доступ до 15 апреля 2015 года.*

**3. Научная электронная библиотека (НЭБ)** (<http://elibrary.ru>) – это крупнейший российский информационный портал, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн. научных статей и публикаций. **ЯрГУ выписывает в электронном виде 66 журналов**, более 2 500 наименований журналов на английском и русском языках находятся в свободном доступе. Для работы с полными текстами необходимо зарегистрироваться. Доступ к полным текстам журналов в сети университета.

**4. Электронная библиотека диссертаций** Российской государственной библиотеки (<http://diss.rsl.ru>) содержит более 580 000 полных текстов диссертаций и авторефератов. Доступ осуществляется в сети университета. Необходимо обратиться к сотрудникам библиотеки для регистрации.

**5. БД «ВИНИТИ РАН»** (<http://www2.viniti.ru/>) Федеральная база отечественных и зарубежных публикаций по естественным, точным и техническим наукам, генерируется с 1981 г., обновляется ежемесячно, пополнение составляет около 1 млн. документов в год. БД включает 28 тематических фрагментов, состоящих из 217 разделов. Для работы необходим логин и пароль, которые можно получить в библиотеке ЯрГУ, заполнив регистрационную форму.

### Англоязычные электронные ресурсы

**1. MyiLibrary** (<http://lib.myilibrary.com/>) – электронная книжная коллекция Ingram Digital Group, включает электронные книги (более 200000) наиболее известных научных издательств. В состав ресурсов MyiLibrary входит коллекция книг **Оксфордского Российского Фонда** на английском языке.

**2. Springer** (<http://link.springer.com/>) - издает научные, технические и медицинские полнотекстовые коллекции, включая журналы, монографии, энциклопедии и справочники. Полнотекстовые журналы и книги Springer предлагаются в составе предметных коллекций (доступ предоставлен при поддержке РФФИ).

**3. База данных MathSciNet** издательства **American Mathematical Society** (<http://www.ams.org/mathscinet/index.html>) - база данных обзоров, рефератов, библиографической информации и цитирования (доступ предоставлен при поддержке РФФИ).

**4. Архивы полнотекстовых электронных журналов Oxford University Press** ([www.oxfordjournals.org](http://www.oxfordjournals.org)) - электронные журналы и книги в широком спектре тематик (науки о жизни, математика, информатика, законодательство, экономика, политика, медицина, общественная жизнь). Полнотекстовые журналы Oxford University Press предлагаются в составе предметных коллекций.



5. Журналы **Oxford University Press** (<http://www.oxfordjournals.org>). В базе данных представлены журналы по различным отраслям знаний, включая STM коллекции Life Sciences; Mathematics and Physical Sciences и Medicine. Детально разработан процесс навигации по разделам базы данных. Существует возможность быстрого поиска по всей базе данных и расширенного поиска с ограничением внутри конкретной предметной рубрики (или рубрик) или конкретного журнала (или журналов). Данный ресурс представляет интерес для специалистов в STM областях знаний. В коллекциях представлено большое количество реферируемых журналов в области естественных, медицинских и точных наук, получивших высокую оценку мирового научного сообщества. Доступ предоставлен в рамках исполнения государственного контракта №14.596.11.0002 и продлится до 31 октября 2015 года.

6. Журнал **Science (The American Association for the Advancement of Science (AAAS))** (<http://www.sciencemag.org>)

Основанный в 1880 году на деньги американского изобретателя Томаса Эдисона, журнал превратился в ведущий источник информации в мире научных новостей, комментариев и передовых исследований. Его статьи постоянно входят в число наиболее цитируемых в мире. Журнал рецензируемый, выходит еженедельно, и имеет примерно 130 000 подписчиков бумажного издания. Так как подписка организаций и доступ через интернет образуют гораздо большую аудиторию, число его читателей оценивается в один миллион человек. Журнал Science был пионером в продвижении своего контента в Интернете, начиная с 1995 года функционирует интернет-сайт Science Online.

Глубина доступа с 1997 года - по настоящее время.

Доступ предоставлен в рамках исполнения государственного контракта №14.596.11.0002 и продлится до 11 сентября 2015 года.

7. Журнал **Nature** издательства NPG (<http://www.nature.com>)

**Nature** - один из самых старых и авторитетных общенаучных журналов. Публикует исследования, посвященные широкому спектру вопросов, в основном естественнонаучной тематики. Журнал ориентирован на научных работников, однако в начале каждого издания публикуется краткое популярное изложение важнейших публикаций. Остальная часть журнала состоит из оригинальных исследований, предполагающих наличие у читателя специальных знаний в соответствующей области. Nature вошёл в Список 100 самых влиятельных журналов биологии и медицины за последние 100 лет под №1 и был назван Журналом Столетия.

Глубина доступа с 2010 года - по настоящее время.

Доступ предоставлен в рамках исполнения государственного контракта №14.596.11.0002 и продлится до 30 сентября 2015 года.

8. Международная база данных полнотекстовых научных журналов издательства **Cambridge University Press (CUP)** (<http://www.journals.cambridge.org>)

База данных широкой тематики, из STM представлены: биология и биомедицинские науки; физиология; психология и психиатрия; вычислительная техника; науки о Земле, экология; математика; физика; технические науки; сельское хозяйство.

Доступ предоставлен в рамках исполнения государственного контракта №14.596.11.0002 *Доступ будет открыт в ближайшее время.*

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Аудитории, оборудованные для проведения лекций, практических занятий и консультаций, фонд библиотеки, компьютерная техника.

Автор(ы):

Профессор, доктор физ.-матем. наук Дурнев В.Г.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины**  
**«Математическая логика»**

**Фонд оценочных средств**  
**для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов**  
**по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,**  
**необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, ха-**  
**рактеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,**  
**используемые в процессе текущей аттестации**

**Домашние задания по теме № 2 "Логика высказываний и логика предикатов"**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 47 из параграфа 1 части II сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 1.1 - 1.29 из параграфа 1 главы I сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

Задания для самостоятельного решения № 1- 45 из параграфа 5 части II сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 5.1 - 5.42 из параграфа 5 главы I сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

**Домашние задания по теме № 3 "Булевы функции"**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 36 из параграфа 2 части II сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 8.1 - 8.45 из параграфа 8 главы 2 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

**Домашние задания по теме № 4 "Логические исчисления. Исчисление высказываний"**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 48 из параграфа 3 части II сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 3.1 - 3.10 из параграфа 3 главы I сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

**Домашние задания по теме № 5 "Исчисление предикатов"**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 54 из параграфа 6 части II сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 6.1 - 6.15 из параграфа 6 главы I сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

#### Домашние задания по теме № 6 **"Метод резолюций"**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 54 из параграфа 6 части II сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

#### Домашние задания по теме № 7 **"Применения математической логики в информатике"**

Задания для самостоятельного решения в конце параграфов 6.2 и 6.3 главы 6 учебного пособия Герасимов А.С. Курс математической логики и теории вычислимости. СПб., ЛЕМА, 2011. 284 с.

#### Домашние задания по теме № 8 **"Алгоритмические модели. Элементы теории алгоритмов"**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 44 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 1 - 25 из параграфа 2 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 15.1 - 15.19 из параграфа 15 главы 3 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

#### Домашние задания по теме № 9 **"Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость"**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 48 из параграфа 3 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 1 - 43 из параграфа 4 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

#### Домашние задания по теме № 10 **"Сложность алгоритмов и вычислений"**

Задания для самостоятельного решения № 16.1 - 16.26 из параграфа 16 главы 3 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

#### Домашние задания по теме № 10 **"Сложностная классификация переборных задач"**

Задания для самостоятельного решения № 16.1 - 16.26 из параграфа 16 главы 3 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

### **Контрольная работа**

Задания для контрольной работы по теме № 5 **"Исчисление предикатов"**

- 1) Доказать теорему дедукции для исчисления предикатов.

- 2) Построить вывод формулы  $A$  из множества гипотез  $\Gamma$ .
- 3) С использованием теоремы дедукции доказать выводимость формулы  $A$  из множества гипотез  $\Gamma$ .
- 4) Доказать тождественную истинность любой выводимой в исчислении предикатов формулы.
- 5) Как связаны между собой теорема адекватности, теорема непротиворечивости, и теорема о полноте?

Примечание. Каждый вариант задания определяется выбором конкретной формулы  $A$  и множества гипотез  $\Gamma$ .

### **Темы рефератов**

- 1) Основные этапы формирования математической логики.
- 2) Секвенциальное исчисление предикатов.
- 3) Применения математической логики в информатике - верификация компьютерных программ.
- 4) Основные этапы формирования теории алгоритмов.
- 5) Алгоритмически неразрешимые проблемы в алгебре.
- 6) Алгоритмически неразрешимые проблемы в теории алгоритмов.
- 7) Алгоритмически неразрешимые проблемы в математической логике.
- 8) Алгоритмически неразрешимые проблемы в топологии.
- 9) Алгоритмически неразрешимые проблемы в теории дифференциальных уравнений.
- 10) Алгоритмически неразрешимые проблемы в математическом анализе.
- 11) Оценка сложности алгоритмов.
- 12) Сложностные классы. Невырожденность сложностной иерархии.
- 13) Машины Шенфильда и RAM.

## **1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

### **Вопросы к экзамену по дисциплине "Математическая логика"**

- 1) Язык логики высказываний: алфавит, пропозициональные переменные и пропозициональные связки, формулы. Интерпретации, истинностное значение формулы в интерпретации. Тождественно истинные и выполнимые формулы.
- 2) Язык логики предикатов: сигнатура, термы и формулы, свободные и связанные вхождения переменных. Интерпретации. Значение замкнутого терма в интерпретации. Истинностное значение замкнутой формулы в интерпретации.
- 3) Оценки. Значение терма и формулы на оценке при данной интерпретации. Выполнимые, тождественно истинные и тождественно ложные формулы. Равносильность формул, основные соотношения равносильности и их использование для упрощения формул. Предваренные нормальные формы, дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы.
- 4) Булевы функции и функции многозначной логики. Их представление термами над заданной системой функций. Представление булевых функций формулами логики высказываний и многочленами Жегалкина.
- 5) Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых функций и функций многозначной логики.

- 6) Представление функций многозначной логики рядами Фурье. Методы вычисления коэффициентов Фурье. Псевдобулевы функции и их задание. Минимизация булевых функций.
  - 7) Логические исчисления. Общее понятие о логическом исчислении.
  - 8) Язык, аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Вывод и выводимость формул в исчислении высказываний. Вывод из множества гипотез.
  - 9) Теорема дедукции. Теорема Э. Поста для исчисления высказываний. Непротиворечивость исчисления высказываний. Теоремы адекватности и непротиворечивости для исчисления высказываний.
  - 10) Исчисление предикатов. Язык, логические аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Вывод и выводимость формул в исчислении предикатов. Вывод и выводимость формул из множества гипотез.
  - 11) Теорема дедукции. Вспомогательные правила вывода. Эквивалентность формул. Приведение формул к нормальным формам.
  - 12) Теоремы непротиворечивости и адекватности.
  - 13) Теорема К.Геделя о полноте для исчисления предикатов. Непротиворечивость исчисления предикатов.
  - 14) Элементы теории моделей. Теорема А.И.Мальцева о компактности и ее приложения. Применение исчисления предикатов для записи математических утверждений и для автоматизации доказательства теорем.
  - 15) Метод резолюции. Применение исчисления предикатов для доказательства теорем. Секвенциальный и натуральный вывод в исчислении предикатов. Эрбановские интерпретации. Теорема Эрбрана.
  - 16) Сколемовская стандартная форма. Семантические деревья. Метод резолюции для логики предикатов. Унификация. Теорема о наиболее общем унификаторе. Теорема о полноте метода резолюции для логики предикатов.
  - 17) Применение логики предикатов в дедуктивных базах данных и экспертных системах.
  - 18) Основные понятия логического программирования: хорновские дизъюнкты, SLD - резолюция. Методика составления и реализация логических программ.
  - 19) Применения математической логики в информатике. Исчисление Хоара для доказательства корректности программ.
  - 20) Логико-математические подходы к верификации компьютерных программ. Операционная семантика. Оценки для интерпретаций языков. Значение термина и формулы на данной оценке.
  - 21) Аксиоматическая семантика программ. Триады Хоара. Аксиомы и правила вывода исчисления Хоара. Корректность исчисления Хоара относительно операционной семантики.
  - 22) Элементы теории алгоритмов. Интуитивное понятие алгоритма и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия алгоритма. Алгоритмы и вычислимы функции. Представляющая функция алгоритма.
  - 23) Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы. Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга- Поста-Черча.
  - 24) Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции. Тезис Черча.
  - 25) Правильная вычислимость любой частично рекурсивной функции.
  - 26) Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.
  - 27) Нормальные алгоритмы А.А.Маркова. Примеры. Принцип Маркова. Композиция нормальных алгоритмов.
- Связь с машинами Тьюринга и частично рекурсивными функциями.
- 28) Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Нумерация слов в счетном алфавите и арифметизация алгоритмов.
  - 29) Массовые алгоритмические проблемы. Примеры алгоритмически неразрешимых массовых проблем: проблема остановки для машин Тьюринга (The halting problem for Turing

machines), проблема самоприменимости для машин Тьюринга. Примеры алгоритмически разрешимых и неразрешимых задач из математической логики, теории алгоритмов, алгебры, теории чисел, теории формальных грамматик, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, топологии, математического анализа и теории конечных автоматов.

30) Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.

31) Сложность описания и выполнения алгоритмов. Подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений. Сложность вычисления на машине Тьюринга. Временная и емкостная меры сложности.

32) Свойства функций сложности. Нижние оценки. Сложность распознавания проблемы выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT). Сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций.

33) Существование сколь угодно сложно вычислимых функций.

34) Теория алгоритмов и компьютерная практика. Вычислительные возможности современных компьютеров. Математическая модель компьютера – машина с произвольным доступом к памяти (МПД). RAM-A machine with random access to memory. МПД - вычислимые функции и их связь с частично рекурсивными функциями

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине  
Математическая логика и приложения в информатике и  
компьютерных науках"**

1) Язык логики высказываний: алфавит, пропозициональные переменные и пропозициональные связки, формулы. Интерпретации, истинностное значение формулы в интерпретации. Тождественно истинные и выполнимые формулы.

2) Язык логики предикатов: сигнатура, термы и формулы, свободные и связанные вхождения переменных. Интерпретации. Значение замкнутого терма в интерпретации. Истинностное значение замкнутой формулы в интерпретации.

3) Оценки. Значение терма и формулы на оценке при данной интерпретации. Выполнимые, тождественно истинные и тождественно ложные формулы. Равносильность формул, основные соотношения равносильности и их использование для упрощения формул. Предваренные нормальные формы, дизъюнктивные и конъюнктивные нормальные формы.

4) Булевы функции и функции многозначной логики. Их представление термами над заданной системой функций. Представление булевых функций формулами алгебры высказываний и многочленами Жегалкина.

5) Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых функций и функций многозначной логики.

6) Представление функций многозначной логики рядами Фурье. Методы вычисления коэффициентов Фурье. Псевдобулевы функции и их задание. Минимизация булевых функций.

7) Логические исчисления. Общее понятие о логическом исчислении.

8) Язык, аксиомы и правила вывода исчисления высказываний. Вывод и выводимость формул в исчислении высказываний. Вывод из множества гипотез.

9) Теорема дедукции. Теорема Э. Поста для исчисления высказываний. Непротиворечивость исчисления высказываний. Теоремы адекватности и непротиворечивости.

10) Исчисление предикатов. Язык, логические аксиомы и правила вывода исчисления предикатов. Вывод и выводимость формул в исчислении предикатов. Вывод и выводимость формул из множества гипотез.



- 11) Теорема дедукции. Вспомогательные правила вывода. Эквивалентность формул. Приведение формул к нормальным формам.
- 12) Теоремы непротиворечивости и адекватности.
- 13) Теорема К.Геделя о полноте для исчисления предикатов. Непротиворечивость исчисления предикатов.
- 14) Элементы теории моделей. Теорема А.И.Мальцева о компактности и ее приложения. Применение исчисления предикатов для записи математических утверждений и для автоматизации доказательства теорем.
- 15) Метод резолюции. Применение исчисления предикатов для доказательства теорем. Секвенциальный и натуральный вывод в исчислении предикатов. Эрбановские интерпретации. Теорема Эрбрана.
- 16) Сколемовская стандартная форма. Семантические деревья. Метод резолюции для логики предикатов. Унификация. Теорема о наиболее общем унификаторе. Теорема о полноте метода резолюции для логики предикатов.
- 17) Применение логики предикатов в дедуктивных базах данных и экспертных системах.
- 18) Основные понятия логического программирования: хорновские дизъюнкты, SLD - резолюция. Методика составления и реализация логических программ.
- 19) Применения математической логики в информатике. Исчисление Хоара для доказательства корректности компьютерных программ.
- 20) Логико-математические подходы к верификации компьютерных программ. Операционная семантика. Оценки для интерпретаций языков. Значение терма и формулы на данной оценке.
- 21) Аксиоматическая семантика программ. Триады Хоара. Аксиомы и правила вывода исчисления Хоара. Корректность исчисления Хоара относительно операционной семантики.
- 22) Элементы теории алгоритмов. Интуитивное понятие алгоритма и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия алгоритма. Алгоритмы и вычислимые функции. Представляющая функция алгоритма.
- 23) Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы. Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга-Поста-Черча.
- 24) Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции. Тезис Черча.
- 25) Правильная вычислимость любой частично рекурсивной функции.
- 26) Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.
- 27) Нормальные алгоритмы А.А.Маркова. Примеры. Принцип нормализации А.А.Маркова. Композиция нормальных алгоритмов.  
Связь нормальных алгоритмов с машинами Тьюринга и частично рекурсивными функциями.
- 28) Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Нумерация слов в счетном алфавите и арифметизация алгоритмов.
- 29) Массовые алгоритмические проблемы. Примеры алгоритмически неразрешимых массовых проблем: проблема остановки для машин Тьюринга (The halting problem for Turing machines), проблема самоприменимости для машин Тьюринга. Примеры алгоритмически разрешимых и неразрешимых задач из математической логики, теории алгоритмов, алгебры, теории чисел, теории формальных грамматик, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, топологии, математического анализа и теории конечных автоматов.
- 30) Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.
- 31) Сложность описаний и выполнения алгоритмов. Подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений. Сложность вычисления на машине Тьюринга. Временная и емкостная меры сложности.
- 32) Свойства функций сложности. Нижние оценки. Сложность проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT). Сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы



булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций.

33) Существование сколь угодно сложно вычислимых функций.

34) Теория алгоритмов и компьютерная практика. Вычислительные возможности современных компьютеров. Математическая модель компьютера – машина с произвольным доступом к памяти (МПД). RAM-A machine with random access to memory. МПД - вычислимые функции и их связь с частично рекурсивными функциями

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

**Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

**Приложение №2 к рабочей программе дисциплины**  
**«Математическая логика»**

»

**Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине "Математическая логика и приложения в информатике и компьютерных науках" являются лекции, что связано, прежде всего, с очень высоким уровнем абстрактности изучаемых в математической логике понятий, ее глубокими и прочными связями с основаниями математики и с ее философскими вопросами. По большинству тем предусмотрены практические занятия, целью которых является закрепление лекционного материала путем решения специальным образом подобранных задач и упражнений.

Для успешного освоения дисциплины важно самостоятельное решение достаточно большого набора хорошо подобранных задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математической логики. Для решения задач необходимо не только знать, но и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярная работа с конспектами лекций и рекомендованной литературой.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с основными понятиями математической логики в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде устного опроса на практических занятиях и контрольной работы в 5-ом семестре. Также проводятся консультации (при необходимости) по лекционному материалу и разбору некоторых заданий для самостоятельной работы.

В конце изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса. Билеты формируются на основании списка вопросов к экзамену, который охватывает полностью всю программу дисциплины. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

**Учебно-методическое обеспечение**  
**самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать следующую учебную литературу:

1. Герасимов А.С. Курс математической логики и теории вычислимости. СПб., ЛЕМА, 2011. 284 с.
2. Глухов, М.М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Глухов, А.Б. Шишков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4041>.

3. Дурнев В. Г. Элементы теории множеств и математической логики: учеб. пособие для вузов / В.Г.Дурнев; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2009, 411 с.
4. Дурнев В. Г. Элементы теории алгоритмов : учеб. пособие для вузов / В. Г. Дурнев; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 247 с.
5. Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.
6. Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Для углубленного изучения отдельных тем рекомендуется обращаться к следующей литературе:

1. А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: "Мир", 1983.
2. Дж. Булос, Р. Джеффри. Вычислимость и логика. М.: "Мир". 1994.
3. М. Гэри, Д. Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: "Мир", 1979.
4. Н. Катленд. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. М.: "Мир". 1983.
5. С.К. Клини. Введение в метаматематику. М.: "ИЛ". 1957.
6. А.Н. Колмогоров, А.Г. Драгагин. Введение в математическую логику. М.: МГУ. 1982.
7. А.Н. Колмогоров, А.Г. Драгагин. Математическая логика. Дополнительные главы. М.: МГУ. 1984.
8. А.И. Мальцев. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: "Наука". 1986.
9. А.А. Марков. Элементы математической логики. М.: МГУ. 1984.
10. Э. Мендельсон. Введение в математическую логику. М.: "Наука". 1976.
11. П.С. Новиков. Элементы математической логики. М.: "Наука". 1973.
12. Б.А. Трахтенброт. Алгоритмы и вычислительные автоматы. М.: "Советское радио". 1974.
13. Дж. Шенфилд. Математическая логика. М.: "Наука". 1975.
14. Ч. Чень, Р. Ли. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М.: "Наука". 1983.
15. А. Черч. Введение в математическую логику. Т.1. М.: "ИЛ". 1960.
16. Г.Д. Эббинхауз, К. Якобс, Ф.К. Ман, Г. Хермес. Машины Тьюринга и рекурсивные функции. М.: "Мир". 1972.
17. Глухов М.М. Математическая логика. М.: 1982.
18. Носов В.А. Основы теории алгоритмов и анализа их сложности. М.: 1992
19. Ю.И. Манин. Доказуемое и недоказуемое. М.: "Советское радио". 1979.
20. Ю.И. Манин. Вычислимое и невычислимое. М.: "Советское радио". 1979.
21. А.А. Марков, Н.М. Нагорный. Теория алгоритмов. М.: "Наука". 1984.

Для подбора дополнительного материала, особенно при написании рефератов и выполнении курсовых работ рекомендуется использовать интернет-ресурсы:

#### **в) ресурсы сети «Интернет»**

##### **1.Электронные каталоги НБ ЯрГУ**

([http://www.lib.uni Yar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uni Yar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержат библиографические записи всех видов документов, составляющих фонд библиотеки, на русском и иностранных языках.

**2. Личный кабинет** ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «*Электронный каталог*»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «*Авторизация*», и заполнить представленные поля информации.

**3. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/пароллю.

**4. Электронный архив ЯрГУ** (<http://elar.uniyar.ac.ru/jspui/community-list>) представляет собой коллекцию полнотекстовых электронных публикаций в области научных исследований. База данных предназначена для использования в учебных и научных целях, облегчая доступ к информации о научных работах и их содержанию.

**5. Электронная картотека «Книгообеспеченность»** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.

### Русскоязычные электронные ресурсы (внешние)

**1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.) *Доступ до 31 октября 2015 года.*

**2. Электронно-библиотечная система «Национальный цифровой ресурс «РУ-КОНТ»** (<http://rucont.ru/>) - цифровой контент различного рода: научные и литературные произведения; полные тексты книг, периодических изданий и отдельных статей, мультимедиа и многое другое. Доступ из любой точки доступа в Интернет. Для работы необходимо ввести логин **libunijar** и пароль **654321**. *Доступ до 15 апреля 2015 года.*

**3. Научная электронная библиотека (НЭБ)** (<http://elibrary.ru>) – это крупнейший российский информационный портал, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн. научных статей и публикаций. **ЯрГУ выписывает в электронном виде 66 журналов**, более 2 500 наименований журналов на английском и русском языках находятся в свободном доступе. Для работы с полными текстами необходимо зарегистрироваться. Доступ к полным текстам журналов в сети университета.

**4. Электронная библиотека диссертаций** Российской государственной библиотеки (<http://diss.rsl.ru>) содержит более 580 000 полных текстов диссертаций и авторефератов. Доступ осуществляется в сети университета. Необходимо обратиться к сотрудникам библиотеки для регистрации.

**5. БД «ВИНИТИ РАН»** (<http://www2.viniti.ru/>)- Федеральная база отечественных и зарубежных публикаций по естественным, точным и техническим наукам, генерируется с 1981 г., обновляется ежемесячно, пополнение составляет около 1 млн. документов в год. БД включает 28 тематических фрагментов, состоящих из 217 разделов. Для работы необходим логин и пароль, которые можно получить в библиотеке ЯрГУ, заполнив регистрационную форму.

### Англоязычные электронные ресурсы

**1. MyiLibrary** (<http://lib.myilibrary.com/>) – электронная книжная коллекция Ingram Digital Group, включает электронные книги (более 200000) наиболее известных научных издательств. В состав ресурсов MyiLibrary входит коллекция книг **Оксфордского Российского Фонда** на английском языке.

**2. Springer** (<http://link.springer.com/>) - издает научные, технические и медицинские полнотекстовые коллекции, включая журналы, монографии, энциклопедии и справочники. Полнотекстовые журналы и книги Springer предлагаются в составе предметных коллекций (доступ предоставлен при поддержке РФФИ).

**3. База данных MathSciNet** издательства **American Mathematical Society** (<http://www.ams.org/mathscinet/index.html>) - база данных обзоров, рефератов, библиографической информации и цитирования (доступ предоставлен при поддержке РФФИ).

**4. Архивы полнотекстовых электронных журналов Oxford University Press** ([www.oxfordjournals.org](http://www.oxfordjournals.org)) - электронные журналы и книги в широком спектре тематик (науки о жизни, математика, информатика, законодательство, экономика, политика, медицина, общественная жизнь). Полнотекстовые журналы Oxford University Press предлагаются в составе предметных коллекций.

**5. Журналы Oxford University Press** (<http://www.oxfordjournals.org>). В базе данных представлены журналы по различным отраслям знаний, включая STM коллекции Life Sciences; Mathematics and Physical Sciences и Medicine. Детально разработан процесс навигации по разделам базы данных. Существует возможность быстрого поиска по всей базе данных и расширенного поиска с ограничением внутри конкретной предметной рубрики (или рубрик) или конкретного журнала (или журналов). Данный ресурс представляет интерес для специалистов в STM областях знаний. В коллекциях представлено большое количество реферируемых журналов в области естественных, медицинских и точных наук, получивших высокую оценку мирового научного сообщества. Доступ предоставлен в рамках исполнения государственного контракта №14.596.11.0002 и продлится до 31 октября 2015 года.

**6. Журнал Science (The American Association for the Advancement of Science (AAAS))** (<http://www.sciencemag.org>)

Основанный в 1880 году на деньги американского изобретателя Томаса Эдисона, журнал превратился в ведущий источник информации в мире научных новостей, комментариев и передовых исследований. Его статьи постоянно входят в число наиболее цитируемых в мире. Журнал рецензируемый, выходит еженедельно, и имеет примерно 130 000 подписчиков бумажного издания. Так как подписка организаций и доступ через интернет образуют гораздо большую аудиторию, число его читателей оценивается в один миллион человек. Журнал Science был пионером в продвижении своего контента в Интернете, начиная с 1995 года функционирует интернет-сайт Science Online.

Глубина доступа с 1997 года - по настоящее время.

Доступ предоставлен в рамках исполнения государственного контракта №14.596.11.0002 и продлится до 11 сентября 2015 года.

7. Журнал **Nature** издательства **NPG** (<http://www.nature.com>)

**Nature** - один из самых старых и авторитетных общенаучных журналов. Публикует исследования, посвященные широкому спектру вопросов, в основном естественнонаучной тематики. Журнал ориентирован на научных работников, однако в начале каждого издания публикуется краткое популярное изложение важнейших публикаций. Остальная часть журнала состоит из оригинальных исследований, предполагающих наличие у читателя специальных знаний в соответствующей области. Nature вошёл в Список 100 самых влиятельных журналов биологии и медицины за последние 100 лет под №1 и был назван Журналом Столетия.

Глубина доступа с 2010 года - по настоящее время.

Доступ предоставлен в рамках исполнения государственного контракта №14.596.11.0002 и продлится до 30 сентября 2015 года.

8. Международная база данных полнотекстовых научных журналов издательства **Cambridge University Press (CUP)** (<http://www.journals.cambridge.org>)