МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
Математический факультет

УТВЕРЖДАЮ

Проректор по развитию образования
_____Е.В.Сапир

"_____"_____2012 г.

Рабочая программа дисциплины
послевузовского профессионального образования
(аспирантура)
Сингулярно возмущенные динамические системы
и релаксационные колебания

по специальности научных работников

01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление

Ярославль 2012

1. Цели освоения дисциплины.

Целями освоения дисциплины **«Сингулярно возмущенные динамические системы и релаксационные колебания»** в соответствии с общими целями основной профессиональной образовательной программы послевузовского профессионального образования (аспирантура) (далее - образовательная программа послевузовского профессионального образования) являются:

1) формирование у аспирантов представлений о методах исследования нелинейных сингулярно возмущенных динамических систем;

2) овладение современными методами нахождения асимптотических приближений релаксационных систем с конечномерным и бесконечномерным фазовым пространством.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы послевузовского профессионального образования

Данная дисциплина относится к разделу обязательные дисциплины (подраздел дисциплины по выбору аспиранта) образовательной составляющей образовательной программы послевузовского профессионального образования по специальности научных работников 01.01.02 Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление.

Для ее успешного изучения необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин по программам специалитета или бакалавриата – магистратуры: математический анализ, функциональный анализ, линейная алгебра и дифференциальные уравнения.

Знания и умения, приобретенные аспирантами в результате изучения дисциплины, будут использоваться при написании диссертационной работы.

3. Требования к результатам освоения содержания дисциплины «Сингулярно возмущенные динамические системы и релаксационные колебания»

В результате освоения дисциплины обучающийся должен:

<u>Знать</u>

- общие принципы построения асимптотик периодических решений сингулярно возмущенных уравнений,
- понятие C^1–близости,
- понятие быстрых и медленных движений релаксационных систем.

<u>Уметь</u>

- находить асимптотику периодических решений сингулярно возмущенных уравнений второго порядка,
- для сингулярно возмущенных уравнений с запаздыванием получать предельное релейное уравнение.

4. Структура и содержание дисциплины.

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.

	Раздел Дисциплины	Курс	Неделя	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу обучающихся, и трудоемкость (в часах) Форма обуч.: очная/заочная					Формы текущего контроля успеваемости (по неделям) Форма промежуточной аттестации
				Лекций	Лабораторных	Практических	Сам. Работа	работыКонтроль сам.	
1.	Зависимость решений от малых параметров. Примеры релаксационных колебаний.	1	1				12		
2.	Уравнения с малым параметром при производных. Системы второго порядка. Быстрые и медленные движения. Релаксационные колебания.	1	1	1			12		
3.	Асимптотические приближения траектории на участке медленного движения.	1	2	1			12		
4.	Асимптотические приближения траектории на участке быстрого движения.	1	3	1			12		
5.	Асимптотические ряды для коэффициентов разложения вблизи точки срыва.	1	4				14		
6.	Периодические решения систем второго порядка., близкие к разрывным.	1	5	1			14		Контрольная работа №1
7.	Уравнение Ван-дер-Поля. Формула Дородницына.	1	6	1			14		Лабораторная работа №1 (на 6 неделе)
8.	Системы произвольного порядка. Асимптотическое вычисление решений.	1	7	1			12		
9.	C^1 –близость решений релаксационных и релейных систем, асимптотика релаксационных колебаний.	1	8	1			12		
10.	Построение асимптотики релаксационных колебаний. Принцип сведения в окрестности точки срыва.	1	9	1			12		
11.	Единственность, асимптотика и устойчивость релаксационного цикла.	1	10	1			12		
12.	Релаксационные колебания в среде с диффузией.	1	11				14		
13.	Структура окрестности релаксационного цикла.	1	12				14		
14.	Сингулярно возмущенные уравнения с запаздыванием. Уравнение импульсного нейрона.	1	13	1			14		Контрольная работа №2
15.	Доказательство теоремы о C^1 –близости.	1	14	1			12		

16.	Ассоциации из N диффузионно связанных уравнений импульсных нейронов.	1	15	1			12		Лабораторная работа №2 (на 15 неделе)
	Всего			**12/ 10**			**204/ 206**		**Зачет**

Содержание разделов (тем) дисциплины

Тема 1. Зависимость решений от малых параметров. Примеры релаксационных колебаний. Случай гладкой зависимости. Зависимость решений от параметра на бесконечном промежутке времени.

Тема 2. Уравнения с малым параметром при производных. Системы второго порядка. Быстрые и медленные движения. Релаксационные колебания. Асимптотическое разложение решений по параметру. Нулевое приближение

Тема 3. Асимптотические приближения траектории на участке медленного движения. Доказательство асимптотических представлений участка медленного движения.

Тема 4. Асимптотические приближения траектории на участке быстрого движения. Локальные координаты в окрестности точки срыва. Асимптотические приближения траектории в начале участка срыва. Связь асимптотических приближений с истинными траекториями в начале участка срыва. Специальные переменные для участка срыва. Асимптотические приближения траектории в непосредственной близости от точки срыва.

Тема 5. Асимптотические ряды для коэффициентов разложения вблизи точки срыва. Регуляризация несобственных интегралов. Асимптотические приближения траектории в конце участка срыва. Доказательство асимптотических представлений участка срыва.

Тема 6. Периодические решения систем второго порядка., близкие к разрывным. Существование и единственность периодического решения, близкого к разрывному. Асимптотические приближения траектории периодического решения. Вычисление времени медленного движения. Вычисление времени срыва. Вычисление времени быстрого движения. Вычисление времени падения. Асимптотическая формула для периода релаксационного колебания.

Тема 7. Уравнение Ван-дер-Поля. Формула Дородницына.

Тема 8. Системы произвольного порядка. Асимптотическое вычисление решений. Основные предположения. Нулевое приближение. Локальные координаты в окрестности точки срыва. Асимптотические приближения траектории в начале участка срыва. Асимптотические приближения траектории в непосредственной близости от точки срыва. Асимптотические приближения траектории в конце участка срыва.

Тема 9. C^1–близость решений релаксационных и релейных систем, асимптотика релаксационных колебаний. Постановка задачи и эвристические соображения. Доказательство теоремы о C^1–близости.

Тема 10. Построение асимптотики релаксационных колебаний. Принцип сведения в окрестности точки срыва. Асимптотика в окрестности точки срыва.

Тема 11. Единственность, асимптотика и устойчивость релаксационного цикла.

Тема 12. Релаксационные колебания в среде с диффузией. Теорема о C^1–близости для релаксационных параболических систем. Критерий устойчивости однородного релаксационного цикла. Анализ некоторых примеров из популяционной динамики и биофизики.

Тема 13. Структура окрестности релаксационного цикла. Нормальная форма отображения. Бифуркации релаксационного цикла.

Тема 14. Сингулярно возмущенные уравнения с запаздыванием. Уравнение импульсного нейрона. Постановка задачи, выбор предельной релейной системы.

Тема 15. Доказательство теоремы о C^1 –близости. Асимптотика периодического решения уравнения импульсного нейрона. Доказательство единственности, формулы асимптотического приближения и устойчивости релаксационного цикла.

Тема 16. Ассоциации из N диффузионно связанных уравнений импульсных нейронов. Система с импульсным внешним воздействием как предельный объект для цепочек и колец связанных релаксационных осцилляторов. Доказательство теоремы о C^1 –близости. Нахождение решений предельной системы с импульсным внешним воздействием.

5. Образовательные технологии:

лекции, лабораторные работы.

6. Оценочные средства для текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации по итогам освоения дисциплины и учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся

В качестве средств текущего контроля используются 2 контрольные работы и 2 лабораторные работы.

В контрольной работе №1 обучающиеся должны определить асимптотику цикла модельной сингулярно возмущенной системы. В качестве возможных вариантов могут быть выбраны уравнение Ван-дер-Поля или система ФитцХью-Нагумо с различными значениями входящих параметров.

В лабораторной работе №1 обучающиеся должны численно решить систему из контрольной работы № 1 и выяснить, при каких значениях малого параметра численное и асимптотическое решения близки. Кроме того, требуется найти, при каких значениях малого параметра алгоритмы численного решения задачи перестают адекватно работать.

В контрольной работе №2 предлагается найти асимптотику периода сингулярно возмущенного уравнения с запаздыванием.

Лабораторная работа №2 посвящена численному изучению систем импульсным воздействием, являющихся предельными для ассоциаций связанных сингулярно возмущенных уравнений с запаздыванием.

Промежуточная аттестация (зачет) дает возможность выявить уровень профессиональной подготовки аспиранта по данной дисциплине.

Пример зачетного задания

1. Показать, что при достаточно малых ε система ФитцХью – Нагумо имеет релаксационный цикл.
2. Для системы ФитцХью – Нагумо построить асимптотику периода релаксационного предельного цикла.
3. Для уравнения Ва-дер-Поля построить асимптотические формулы для медленного участка движения.

7. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины «Сингулярно возмущенные динамические системы и релаксационные колебания»

а) основная литература:

1. *Мищенко, Е. Ф.* Дифференциальные уравнения малым параметром и релаксационные колебания / *Е. Ф. Мищенко, Н. Х. Розов.* – М.: Наука, 1975.
2. *Мищенко, Е. Ф.* Периодические движения и бифуркационные процессы в сингулярно возмущенных системах / *Е. Ф. Мищенко, Ю. С. Колесов, А. Ю. Колесов, Н. Х. Розов.* – М.: «Физико-математическая литература», 1995.

б) дополнительная литература:

1. *Гукенхеймер, Д.* Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / *Д. Гукенхеймер, Ф. Холмс.* – Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
2. *Глызин, С.Д.* Локальные методы анализа динамических систем: учебное пособие / *С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов;* Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2006.
3. *Мищенко, Е. Ф.* Асимптотическая теория релаксационных колебаний // *Е. Ф. Мищенко, А. Ю. Колесов //* Некоторые вопросы теории колебаний и теории оптимального управления. – М.: Наука, 1991. – Труды МИАН. Т. 197. – С. 1–85.

в) программное обеспечение и Интернет-ресурсы:

1. **САРАТОВСКАЯ ГРУППА «ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ НЕЛИНЕЙНОЙ ДИНАМИКИ»**
2. Ярославский научно-образовательный центр "Нелинейная динамика"

8. Материально-техническое обеспечение дисциплины: учебные аудитории для проведения лекционных занятий, компьютерные классы с доступом к университетскому вычислительному кластеру.

Программа составлена в соответствии с федеральными государственными требованиями к структуре основной профессиональной образовательной программы послевузовского профессионального образования (аспирантура) (приказ Минобрнауки от 16.03.2011 г. № 1365) с учетом рекомендаций, изложенных в письме Минобрнауки от 22.06.2011 г. № ИБ – 733/12.

Программа одобрена на заседании кафедры математического моделирования

09.10.2012 (протокол № 2)

Заведующий кафедрой Кащенко С.А., доктор физ.-мат. наук, профессор

Автор Глызин С.Д., доктор физ.-мат. наук, профессор