

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра алгебры и математической логики

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



П.Н.Нестеров

«18» мая 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
«Теория алгоритмов и сложность вычислений»

**Направление подготовки**  
01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)**  
«Математическая логика, алгебра и теория чисел»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры алгебры и математической логики  
от «16» апреля 2021 года, протокол № 8

Ярославль

**1. Цели освоения дисциплины** Целью изучения дисциплины «Теория алгоритмов и сложность вычислений» является знакомство с теоретическим фундаментом для создания и применения быстродействующих вычислительных систем, каковыми для специалистов в области вычислительной техники являются теория алгоритмов и математическая логика.

**2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры**

Дисциплина «Теория алгоритмов и сложность вычислений» является дисциплиной по выбору вариативной части. Данная дисциплина направлена на освоение теории алгоритмов. Она включает в себя знакомство с различными подходами в формализации понятия алгоритма (автоматы, рекурсивные функции, машины Тьюринга) и с достижениями в области классификации алгоритмов по их оценкам сложности. В частности, через понятие P-сводимости и NP-полноты

**3. Планируемые результаты обучения по дисциплине – знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций и обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения программы аспирантуры, и критерии их оценивания**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

**Профессиональные компетенции:**

- способность к разработке и совершенствованию теоретических и методологических подходов в теории моделей (изучение свойств семантических моделей для математических теорий), теории доказательств (в том числе неклассические логики), теории алгоритмов и вычислимых функций (в том числе алгоритмическая теория информации и теория сложности) (ПК-3);

Код компетенции	Планируемые результаты обучения	Критерии оценивания результатов обучения		
		Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
ПК-3	ЗНАТЬ: Классические модели, применяющиеся в теории алгоритмов, различные способы определения алгоритма (логические, автоматные, с помощью машины Тьюринга). Методы изучения сложности алгоритмов, типовые методы построения и анализа алгоритмов	Основные. идеи, применяющиеся при исследовании алгоритмов. Однако не все знания достаточно детализированы. Типовые методы построения и анализа алгоритмов. Понятия полиномиальной эквивалентности и NP-полноты.	Сформированные, но содержащие некоторые пробелы знания основных понятий, моделей применяемых в теории алгоритмов, различные способы определения алгоритма (логические, автоматные, с помощью машины Тьюринга). Методы изучения сложности алгоритмов, типовые методы построения и анализа алгоритмов	Сформированные, знания основных понятий, моделей применяемых в теории алгоритмов, различные способы определения алгоритма (логические, автоматные, с помощью машины Тьюринга). Методы изучения сложности алгоритмов, типовые методы построения и анализа алгоритмов

	<p><b>УМЕТЬ:</b> использовать положения теории для построения модели с данными свойствами. Оценивать сложность предлагаемых алгоритмов. Сравнить эффективность различных алгоритмов с различных точек зрения</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое использование теории для оценивания сложности предлагаемых алгоритмов. Сравнить эффективность различных алгоритмов с различных точек зрения</p>	<p>В целом успешное, но содержащее отдельные пробелы в использовании теории для оценки предлагаемых алгоритмов. В частности, не всегда оптимальная оценка программного продукта</p>	<p>Хорошее умение использовать положения и методы теории для получения оптимальных алгоритма. Полезные предложения для усовершенствования соответствующей модели.</p>
	<p><b>ВЛАДЕТЬ:</b> навыками анализа и конструирования алгоритмов с заданными свойствами с помощью различных моделей, методами оценивания вычислительной сложности применяемых моделей.</p>	<p>В целом успешное, но не систематическое применение навыков анализа и конструирования алгоритмов с заданными свойствами с помощью различных моделей, методами оценивания вычислительной сложности рассматриваемых моделей</p>	<p>Успешное, но содержащее отдельные пробелы в применении навыков анализа и конструирования алгоритмов с заданными свойствами с помощью различных моделей, методами оценивания вычислительной сложности</p>	<p>Успешное и систематическое применение анализа и конструирования алгоритмов с заданными свойствами с помощью различных моделей, методами оценивания вычислительной сложности рассматриваемых моделей..</p>

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 акад. часов  
Дисциплина изучается в течение второго семестра. Формой итоговой промежуточной аттестации по дисциплине является зачет.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий и их трудоемкость (в академических часах)					Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практические	лабораторные	консультации	самостоятельная работа	
	Конечные автоматы и языки. Автоматы Мили и Мура. Детерминированные и недетерминированные автоматы. Алгоритмические проблемы для языков. Эквивалентность и минимизация автоматов.	2	2				14	

2	Примитивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Рекурсивно перечислимые множества и предикаты. Нормальная форма Клини	2	2				14	
3	Машины Тьюринга. Арифметизация машин Тьюринга. Нумерация функций и множеств. Теорема о неподвижной точке.	2	2				14	
4.	Алгоритмические проблемы. Недетерминированные машины Тьюринга. Распознаваемость языков и временная сложность. Полиномиальная сводимость и класс NP-полных языков.	2	2	2			14	
5	NP-полные и NP-трудные проблемы. Сложность решения систем линейных уравнений. Проблема разрешимости уравнений с нетривиальной правой частью в свободной полугруппе. Гамильтонов цикл и задача раскраски графа.	2	2	2			16	
6	Анализ и построение алгоритмов. Быстрая сортировка. Хеш-таблицы и двоичные деревья поиска. Жадные алгоритмы. Основные алгоритмы на графах. Алгоритм Штрассена и другие алгоритмы умножения матриц. Быстрое преобразование Фурье. Приближенные алгоритмы	2	2	2			16	
		2					2	Зачет
	<b>Всего</b>		<b>12</b>	<b>6</b>			<b>2</b>	<b>88</b>

### Содержание разделов дисциплины:

1. Конечные автоматы и языки. Автоматы Мили и Мура. Детерминированные и недетерминированные автоматы.. Алгоритмические проблемы для языков. Эквивалентность и минимизация автоматов.
2. Примитивно рекурсивные и частично рекурсивные функции. Рекурсивно перечислимые множества и предикаты. Нормальная форма Клини

3. Машины Тьюринга. Арифметизация машин Тьюринга. Нумерация функций и множеств..Теорема о неподвижной точке.
4. Алгоритмические проблемы. Недетерминированные машины Тьюринга. Распознаваемость языков и временная сложность . Полиномиальная сводимость и класс NP-полных языков
5. NP-полные и NP-трудные проблемы. Сложность решения систем линейных уравнений.Проблема разрешимости уравнений с нетривиальной правой частью в свободной полугруппе. Гамильтонов цикл и задача раскраски графа.
6. Анализ и построение алгоритмов. Быстрая сортировка. Хеш-таблицы и двоичные деревья поиска. Жадные алгоритмы. Основные алгоритмы на графах. Алгоритм Штрассена и другие алгоритмы умножения матриц. Быстрое преобразование Фурье. Приближенные алгоритмы

## 5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов. Академическая лекция, как правило, состоит из трех частей: вступления (введения), изложения и заключения:

- *вступление* (введение) определяет тему, план и цель лекции. Оно призвано заинтересовать и настроить аудиторию, сообщить, в чём заключается предмет лекции и (или) её актуальность, основная идея (проблема, центральный вопрос), связь с предыдущими и последующими занятиями, поставить её основные вопросы. Введение должно быть кратким и целенаправленным.

- *изложение* является основной частью лекции, в которой реализуется научное содержание темы, ставятся все узловые вопросы, приводится вся система доказательств с использованием наиболее целесообразных методических приемов. Каждое теоретическое положение должно быть обосновано и доказано, приводимые формулировки и определения должны быть четкими, насыщенными глубоким содержанием.

- *заключение* обобщает в кратких формулировках основные идеи лекции, логически ее завершая. В заключении могут даваться рекомендации о порядке дальнейшего изучения основных вопросов лекции самостоятельно по указанной литературе.

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине (или ее разделе) и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Обучающиеся знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки специалиста. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках курса, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

**6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

-- программное обеспечение для создания и демонстрации презентаций, иллюстраций и других учебных материалов:

- Microsoft Windows (в составе Microsoft Imagine Premium Electronic Software Delivery).
- Microsoft OfficeSTD 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232 Microsoft Open License №0005279522
- MikTeX (свободно распространяемое ПО);
- GAP (GNU GPL).

-- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ -- Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ - NEXТ" (АБИС "БУКИ - NEXТ""БУКИ - NEXТ").

**7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимых для освоения дисциплины**

**а) основная литература**

1. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. М. Алгоритмы. Построение и анализ: «МЦНМО» , 2001.
2. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: «Мир», 1983
3. Гэри М, Джонсон Д. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: Мир, 1982..
4. Карпов Ю.Г. Теория автоматов, СПб: Питер -- 2008
5. Лидл Р., Пильц Г. Прикладная абстрактная алгебра. Изд-во Урал.ун-та, 1996

**б) дополнительная литература**

6. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. Изд. 2. М.: Наука, 1986.
7. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. Изд. 3. М.: Наука, 1984.
8. Ершов Ю.Л.. Проблемы разрешимости и конструктивные модели. Наука, 1980.
9. Дурнев В.Г. Элементы теории алгоритмов. Ярославль, ЯрГУ им. П.Г.Демидова, 2008.

**в) ресурсы сети «Интернет»**

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ
2. Электронная библиотека ЯрГУ: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/>
3. <http://mech.math.msu.su/department/>

**([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).**

4. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://www.edu.ru> раздел Учебно-методическая библиотека) или по прямой ссылке (<http://www.edu.ru/library>).

5. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online" ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)).
6. [http:// www.tc26.ru](http://www.tc26.ru)
7. [http:// www.nist.gov/manuscript-publicftion-search.cfm?pub\\_id=919061](http://www.nist.gov/manuscript-publicftion-search.cfm?pub_id=919061)
6. <http://habrahabr.ru/post/210684/>
8. [http://www.nist.gov/customcf/get\\_pdf.cfm?pub\\_id=919061](http://www.nist.gov/customcf/get_pdf.cfm?pub_id=919061)
9. <http://www.streebog.info/news/opredeleny-pobediteli-konkursa-po-issledovaniyu-khesh-funksii-stribog/>

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

-учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, практических занятий (семинаров); групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;

-помещения для самостоятельной работы;

-помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор :

Заведующий кафедрой алгебры и математической логики  
профессор, д.ф-м.н Казарин Л.С

**Приложение к №1 рабочей программе дисциплины  
«Теория алгоритмов и сложность вычислений»**

**Оценочные средства  
для проведения текущей и/или промежуточной аттестации аспирантов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

**Список вопросов к зачету:**

1. Предметы и методы теории автоматов. Роль русских и советских математиков в развитии теории автоматов.
2. Автоматы и полуавтоматы. Автоматы распознаватели и автоматы преобразователи. Описания автоматов с помощью диаграмм и таблиц
3. Автоматы Мили и Мура. Эквивалентность автоматов. Теорема Мура.
4. Алгоритм определения эквивалентности состояний автомата. Минимизация конечного автомата
5. Полугруппы и автоматы. Конгруэнции и гомоморфизмы автоматов.
6. Моноид полуавтомата и полуавтомат моноида
7. Автоматные языки и автоматы преобразователи.
8. Языки и грамматики.
9. Детерминированные и недетерминированные конечные автоматы
10. Эквивалентность и минимизация автоматов распознавателей.
11. Связь между регулярными выражениями и регулярными языками.
12. Теорема Клини.
13. Замкнутость класса регулярных языков.
14. Свойства КС-языков. Замкнутость.
15. Алгоритмические проблемы для КС-языков.
16. Трансляторы автоматных языков.
17. Машина Тьюринга.
18. Рекурсивно перечислимые функции.
19. Рекурсивно перечислимые множества и предикаты.
20. Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивной функции.
21. Системы Туэ и системы Поста.
22. Примеры алгоритмически неразрешимых проблем.
23. Недетерминированные машины Тьюринга.
24. NP-полные и NP-трудные проблемы.
25. 3-выполнимость.
26. NP-полные проблемы для графов.



**Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины  
«Теория алгоритмов и сложность вычислений»**

**Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины**

**Учебно-методическое обеспечение  
самостоятельной работы аспирантов по дисциплине**

В качестве учебно-методического обеспечения рекомендуется использовать литературу, указанную в разделе № 7 данной рабочей программы.

**Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет»,  
рекомендованных к использованию при освоении дисциплины**

Электронные ресурсы ЯрГУ (<http://lib.uniyar.ac.ru>)

1. Библиографические записи всех видов документов, составляющих фонд библиотеки, на русском и иностранных языках и поступивших позже 1995 года:

[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) (в открытом доступе)

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ:

[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»:

[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)

4. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека Online»:

[www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)

5. Проект MAPC: <http://mars.arbicon.ru>.

6. Электронно-библиотечная система «Лань»: <http://e.lanbook.com/>

7. Научная электронная библиотека eLIBRARY.ru: <http://elibrary.ru>

8. Англоязычные библиотеки в сети университета:

а) MathSciNet: <http://www.ams.org/snhtml/annser.csv> - с платформы издателя  
<http://search.ebscohost.com/> - с платформы Ebscohost

б) Web of Science: <http://webofscience.com>

в) Scopus: <http://www.scopus.com>

г) Science The American Association for the Advancement of Science:

<http://www.sciencemag.org>

д) Ресурсы Springer

SpringerJournals: <http://link.springer.com/>

SpringerProtocols: <http://www.springerprotocols.com/>

SpringerMaterials: <http://materials.springer.com/>

SpringerReference: <http://link.springer.com>

zbMATH: <http://zbmath.org/>