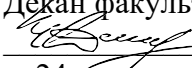


МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра дискретного анализа

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета ИВТ
 Д.Ю. Чалый
« 24 » мая 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
«Дискретная математика»

Направление подготовки
09.03.03 Прикладная информатика
Направленность (профиль)
«Информационные технологии в цифровой экономике»

Форма обучения
очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 17 марта 2022 г.,
протокол № 7

Программа одобрена НМК
факультета ИВТ
протокол № 6 от
18 апреля 2022 г.

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины «Дискретная математика» являются изучение основ дискретной математики, объединяющих теорию графов, комбинаторику, логические исчисления. Данный курс вырабатывает у студентов алгоритмическое мышление, обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию мировоззрения и развитию математического мышления.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Дискретная математика» относится к базовой части ОП бакалавриата и относится к числу общих математических и естественно-научных дисциплин в силу отбора изучаемого материала и его важности для подготовки специалиста. Она необходима при изучении таких математических дисциплин, как «Теория вероятностей», «Методы оптимизации».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		

<p>ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;</p>	<p>ОПК-1.3 демонстрирует навыки использования основных понятий, концепций, фактов, принципов математики, информатики, естественных наук для решения практических задач, связанных с применением математических и (или) естественных наук</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – постановки задач дискретной математики; – теорию графов; – комбинаторику. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – использовать классические приемы для решения прикладных задач. – анализировать объекты дискретной природы, строить наиболее адекватные их структуре формальные их представления; <p>Владеть навыками:</p> <ul style="list-style-type: none"> – использования всего спектра возможностей предоставляемых существующими наработками в области теории и практики современного программирования; – решать усложненные задачи на основе приобретенных знаний, умений и навыков, с их применением в нетипичных ситуациях, – разработки собственных алгоритмов на основе комбинирования или модификации существующих классических их вариантов;
--	--	--

<p>УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач</p>	<p>УК-1.1 Анализирует задачу, раскладывая ее на составляющие;</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – основные алгоритмы и концепции современной дискретной математики; <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – решать типовые задачи на дискретных структурах, используя при этом как аналитические, так и алгоритмические методы. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – выбора наиболее оптимальных моделей (графовых, аналитических, табличных, алгоритмических и т.п.) для решения комбинаторных задач
--	---	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам) <i>Формы ЭО и ДОТ (при наличии)</i>
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Раздел 1. Множества и высказывания	2	12	10				18	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №1
	<i>в том числе ЭО и ДОТ</i>							4	
2	Раздел 2. Комбинаторика	2	12	12		1		23	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №2
3	Раздел 3. Теория графов	2	10	12		1		19	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №3
	<i>в том числе ЭО и ДОТ</i>							5	
									Экзамен
	ИТОГО		34	34		2	0,5	69	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							9	

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Множества и высказывания

- 1.1. Множества. Основные операции над множествами. Свойства операций над множествами.
- 1.2. Отношения. Свойства отношений. Теорема о свойствах отношений. Функции.
- 1.3. Отношения порядка, отношение эквивалентности.
- 1.4. Метод математической индукции.
- 1.5. Высказывания. Основные операции над высказываниями. Таблицы истинности.

Раздел 2. Комбинаторика.

- 2.1. Основные комбинаторные задачи. Комбинаторные модели. Схема комбинаторного выбора.
- 2.2. Бином Ньютона. Биномиальные коэффициенты. Треугольник Паскаля.
- 2.3. Разбиения. Быстрое возведение в степень. Бинарный поиск.

2.4. Алгоритмы генерации комбинаторных объектов.

Раздел 3. Теория графов.

3.1. Три основные задачи теории графов. Основные определения

3.2. Виды графов.

3.3. Представление графов в памяти компьютера. Основные обходы вершин графа.

3.4. Деревья. Бинарные деревья. Обходы и применение бинарных деревьев.

3.5. Алгоритмы поиска кратчайшего пути в графе.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя.

Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты в решении задач, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы, обсуждаются результаты решения заданий, выполненных студентами самостоятельно и на контрольных работах.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «Дискретная математика» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса используются: для разработки документов, презентаций, для работы с электронными таблицами

OfficeStd 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232

LibreOffice (свободное)

издательская система LaTeX;

для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next")

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniylar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Дискретная математика : метод. указания / сост. В. Б. Калинин, А. В. Николаев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2011, 47с
2. Дискретная математика [Электронный ресурс] : метод. указания / сост. В. Б. Калинин, А. В. Николаев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2011, 47с
3. Белова, Л. Ю., Элементы теории множеств и математической логики : теория и задачи : учеб. пособие для вузов / Л. Ю. Белова; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2012, 203с
4. Белова, Л. Ю., Элементы теории множеств и математической логики [Электронный ресурс] : теория и задачи : учеб. пособие для вузов / Л. Ю. Белова; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2012, 203с

б) дополнительная литература

1. Ломазова, И. А., Дискретная математика : математические основы обработки информации : учеб. пособие для вузов, Ярославль, ЯрГУ, 2000, 80с
2. Кузнецов, О. П., Дискретная математика для инженера : учебник для вузов / О. П. Кузнецов. - 3-е изд., перераб. и доп., СПб., Лань, 2004, 395с
3. Кузнецов, О. П., Дискретная математика для инженера : учебник для вузов / О. П. Кузнецов. - 4-е изд., стереотип., СПб., Лань, 2005, 395с
4. Белова, Л. Ю., Элементы теории множеств и математической логики : теория и задачи : учеб. пособие / Л. Ю. Белова, В. А. Башкин, Ю. А. Белов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2005, 78с
5. Белов, Ю. А., Элементы теории множеств и математической логики : учеб. пособие для вузов / Ю. А. Белов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2002, 58с
6. Белова, Л. Ю., Элементы теории множеств и математической логики [Электронный ресурс] : теория и задачи : учеб. пособие / Л. Ю. Белова, В. А. Башкин, Ю. А. Белов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2005, 78с

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор:

Доцент кафедры
дискретного анализа

должность, ученая степень

подпись

Д.А. Шовгенов
И.О. Фамилия

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Дискретная математика»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущего контроля успеваемости**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей
аттестации**

Задания для самостоятельной работы

Задания по теме № 1. «Множества и высказывания»

Задания	Ответы
1. Докажите равенство: $\frac{1}{1 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 5} + \dots + \frac{1}{(2n-1)(2n+1)} = \frac{n}{2n+1}$	Доказательство проводится методом математической индукции
2. Обосновать следующее свойство операции $x: (A \cup B) \times C = (A \times C) \cup (B \times C)$	Доказательство проводится в обе стороны при помощи равносильных преобразований
3. Изобразите на координатной плоскости декартово произведение множеств A и B, если: 1) $A = \{1, 2, 3\}$, $B = [3; 5]$; 2) $A = [1; 3]$, $B = (3; 5)$.	1) Область представляет собой три отрезка 2) Область представляет собой квадрат, не включающий в себя верхнюю и нижнюю его стороны
4. Привести пример рефлексивного, антисимметричного, транзитивного отношения.	Отношение " \geq " на множестве целых чисел
5. Обозначим через x слово «кошка», а через $P(x)$ предикат «у x есть усы». Запишите каждое из высказываний в символической форме: (а) усы есть у всех кошек; (б) найдется кошка без усов; (в) не бывает кошек с усами. Запишите отрицание высказывания (б) в символической форме, а отрицание высказывания (в) запишите как символами,	1) $\exists \overline{P(x)}$ 2) $\exists P(x)$ Найдется кошка с усами


так и словами.	
----------------	--

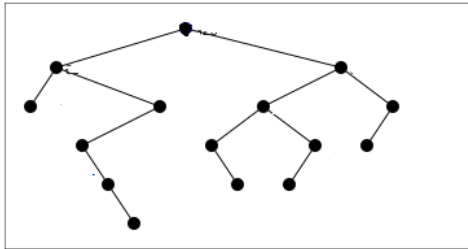
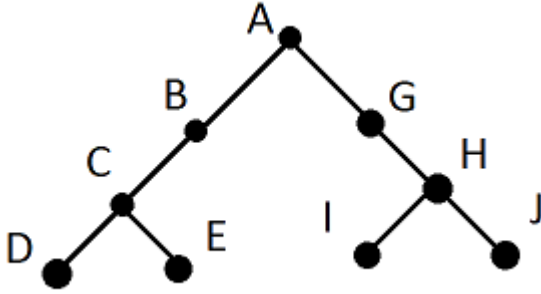
Задания по теме №2 «Комбинаторика».

Задания	Ответы
1. Сколькими способами на шахматную доску можно поставить двух разноцветных ладей так, чтобы они не били друг друга?	3136
2. Сколько существует четырёхзначных чисел, в записи которых есть 2 четные и 2 нечетные цифры?	3375
3. Сколькими способами можно заполнить одну карточку в лотерее "Спортпрогноз"? (В этой лотерее нужно предсказать итог тринадцати спортивных матчей. Итог каждого матча – победа одной из команд либо ничья; счет роли не играет).	3^{13}
4. Слово – любая конечная последовательность букв русского алфавита. Выясните, сколько различных слов можно составить из слова «ПАРАБОЛА»	6720
5. Найти количество разбиений числа 14 на слагаемые.	135
6. В языке одного древнего племени было 6 гласных и 8 согласных, причем при составлении слов гласные и согласные непременно чередовались. Сколько слов из девяти букв могло быть в этом языке?	74317824
7. Найти количество циклов длины более 2 и инверсий в подстановке: $f = \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 7 & 8 & 9 \\ 5 & 4 & 2 & 3 & 8 & 1 & 9 & 6 & 7 \end{vmatrix}$	2 Цикла: 1-5-8-6-1, 2-4-3-2 Инверсий: 13

Задания по теме № 3. «Теория графов»

Задания	Ответы
1. Существует ли граф из 85	Нет (по теореме Эйлера сумма степеней вершин

вершин, каждая степень которой равна 29? Ответ обосновать	должна быть четным числом)										
<p>2. Является ли связным граф, заданный следующей матрицей смежности? Ответ обосновать:</p> <pre> 0 1 0 0 0 1 1 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 0 1 0 0 0 0 1 1 0 0 0 1 1 0 0 0 0 1 1 1 0 0 0 1 0 </pre>	<p>Нет, так как состоит из двух компонент связности:</p> <p>1. 1, 2, 6, 7</p> <p>2. 3, 4, 5</p>										
<p>3. Найти $\delta(G)$ графа G, заданного списком смежности:</p> <p>1: 2, 7</p> <p>2: 1, 3</p> <p>3: 2, 4, 6, 7</p> <p>4: 5, 3</p> <p>5: 4, 6</p> <p>6: 3, 5, 7</p> <p>7: 1, 3, 6</p>	2										
<p>4. Является ли сбалансированным двудольным граф, заданный следующей матрицей смежности? Ответ обосновать:</p> <p>1: 2, 6, 8</p> <p>2: 1, 3, 5</p> <p>3: 2, 4, 8</p> <p>4: 3, 5, 7</p> <p>5: 2, 4, 6</p> <p>6: 1, 5, 7</p> <p>7: 4, 6, 8</p> <p>8: 1, 3, 7</p>	Да, так как он является двудольным с долями (1, 3, 5, 7) и (2, 4, 6, 8) и размеры долей совпадают										
<p>5. Изобразить соединение графов G и G1, заданных списками смежности</p> <table> <tr> <td>Граф G</td> <td>Граф G1</td> </tr> <tr> <td>a: b, c</td> <td>e: f, h</td> </tr> <tr> <td>b: a, c</td> <td>f: e, g</td> </tr> <tr> <td>c: a, b</td> <td>g: f</td> </tr> <tr> <td></td> <td>h: e</td> </tr> </table>	Граф G	Граф G1	a: b, c	e: f, h	b: a, c	f: e, g	c: a, b	g: f		h: e	Требуется соединить все вершины графа G1 с вершинами графа G2, сохранив ребра в оригинальных графах
Граф G	Граф G1										
a: b, c	e: f, h										
b: a, c	f: e, g										
c: a, b	g: f										
	h: e										
6. Перечислите все неизоморфные графы на 4 вершинах.	<p>Таких графов – 11.</p> 										
7. В шахматном турнире по круговой системе участвуют семь школьников. Известно, что Ваня сыграл шесть партий, Толя – пять Леша и Дима – по три, Семен и Илья – по две, Женя – одну. С кем сыграл Леша? Ответ	С Ваней, Толей и Димой. Достаточно построить граф игр турнира										

обосновать.	
<p>8. Закодировать бинарное дерево:</p> 	1101111000001111001100011000
<p>9. По обратному и прямому обходам построить бинарное дерево. Прямой обход: ABCDEFGHIJ Обратный обход: DCEBFAGIHJ</p>	

Критерии оценивания

Типовые индивидуальные задания

Индивидуальные задания берутся с сайтов acm.timus.ru, problems.ru и acmp.ru, который представляет структурированный по темам онлайн-архив задач по программированию с проверяющей системой. В целом, разделы дисциплины соответствуют разделам на сайте.

Критерии оценивания

Оценка	Критерии
Отлично	ОПК-1: Знает и применяет подходящие для решения алгоритмы, выбирает наиболее эффективный алгоритм. Задания выполнены верно. Полностью описывает решение задачи, при необходимости поясняет алгоритм решения.
Хорошо	ОПК-1: Знает и применяет подходящие для решения алгоритмы, выбирает наиболее эффективный алгоритм. Задания выполнены с небольшими неточностями. По большей части описывает решение задачи, при необходимости поясняет алгоритм решения.
Удовлетворительно	ОПК-1: Знает и применяет подходящие для решения алгоритмы, выбирает наиболее эффективный алгоритм. Задания выполнены с ошибками. Практически не описывает решение задачи, поясняет алгоритм решения с затруднениями.
Неудовлетворительно	ОПК-1: Не может подобрать подходящие для решения алгоритмы. Ошибается в выборе алгоритма для решения задачи. Не описывает решение задачи, не поясняет алгоритм решения.

Типовой вариант контрольной работы

Задания, предлагающиеся на контрольной работе, аналогичны заданиям для самостоятельной работы.

Критерии оценивания контрольной работы № 1

Оценка	Критерии
Отлично	ОПК-1: Знает и применяет операции и свойства над высказываниями и множествами, знает метод математической индукции, применяет кванторы. Задания выполнены верно. Полностью описывает решение задачи, при необходимости поясняет алгоритм решения.
Хорошо	ОПК-1: Знает и применяет операции и свойства над высказываниями и множествами, знает метод математической индукции. Задания выполнены с небольшими неточностями. По большей части описывает решение задачи, при необходимости поясняет алгоритм решения.
Удовлетворительно	ОПК-1: Знает и применяет базовые операции и свойства над высказываниями и множествами. Задания выполнены с ошибками. Практически не описывает решение задачи, поясняет алгоритм решения с затруднениями.
Неудовлетворительно	ОПК-1: Не может подобрать подходящие для решения алгоритмы. Ошибается в выборе алгоритма для решения задачи. Не описывает решение задачи, не поясняет алгоритм решения.

Критерии оценивания контрольной работы № 2

Оценка	Критерии
Отлично	ОПК-1: Умеет пользоваться схемой комбинаторного выбора, знает и применяет комбинаторные объекты при решении задач, знает алгоритмы генерации комбинаторных объектов. Задания выполнены верно. Полностью описывает решение задачи, при необходимости поясняет алгоритм решения.
Хорошо	ОПК-1: Умеет пользоваться схемой комбинаторного выбора, знает и применяет комбинаторные объекты при решении задач. Задания выполнены с небольшими неточностями. По большей части описывает решение задачи, при необходимости поясняет алгоритм решения.

Удовлетворительно	ОПК-1: Умеет пользоваться схемой комбинаторного выбора. Задания выполнены с ошибками. Практически не описывает решение задачи, поясняет алгоритм решения с затруднениями.
Неудовлетворительно	ОПК-1: Не может подобрать подходящие для решения алгоритмы. Ошибается в выборе алгоритма для решения задачи. Не описывает решение задачи, не поясняет алгоритм решения.

Критерии оценивания контрольной работы № 3

Оценка	Критерии
Отлично	ОПК-1: Знает и применяет алгоритмы обхода бинарных деревьев, представление графов, базовые операции над графами. Задания выполнены верно. Полностью описывает решение задачи, при необходимости поясняет алгоритм решения.
Хорошо	ОПК-1: Знает и применяет алгоритмы обхода бинарных деревьев, представление графов. Задания выполнены с небольшими неточностями. По большей части описывает решение задачи, при необходимости поясняет алгоритм решения.
Удовлетворительно	ОПК-1: Знает и применяет алгоритмы обхода бинарных деревьев. Задания выполнены с ошибками. Практически не описывает решение задачи, поясняет алгоритм решения с затруднениями.
Неудовлетворительно	ОПК-1: Не может подобрать подходящие для решения алгоритмы. Ошибается в выборе алгоритма для решения задачи. Не описывает решение задачи, не поясняет алгоритм решения.

Список заданий к экзамену

Экзамен заключается в ответе на два теоретических вопроса и решении двух задач по темам, раскрываемых в рамках дисциплины в компьютерном классе. Задания аналогичны тем, которые даются в качестве заданий в контрольных работах.

Вопрос 1. Множества. Задание множеств. Булеан. Основные операции над множествами, их свойства.

Вопрос 2. Генерация подмножеств заданного множества. Генерация подмножеств фиксированного размера для заданного множества.

Вопрос 3. Прямое произведение множеств. Отношения, композиция отношений, степень отношения, свойства отношений. Теорема о свойствах отношений.

Вопрос 4. Высказывания. Основные операции над высказываниями. Таблицы истинности. Свойства высказываний.

Вопрос 5. Функции. Инъекция, сюръекция, биекция. Теорема о тотальной биекции.

Вопрос 6. Отношение эквивалентности. Классы эквивалентности, их свойства.

Вопрос 7. Отношения порядка, минимальные элементы, теорема о минимальном элементе.

Вопрос 8. Основные комбинаторные задачи. Схема комбинаторного выбора.

Вопрос 9. Размещения с повторениями и без сочетания без повторений.

Размещения заданного состава.

Вопрос 10. Генерация размещений (сочетаний) в лексикографическом порядке.

Вопрос 11. Перестановки. Подстановки. Операции над подстановками.

Тождественная, обратная подстановка. Графическое представление подстановок.

Вопрос 12. Циклы, инверсии. Теорема о представлении подстановки в виде суперпозиции транспозиций. Пузырьковая сортировка. Восстановление перестановки по таблице её инверсий.

Вопрос 13. Лексикографический и антилексикографический порядок. Генерация перестановок в лексикографическом порядке (перестановки как с повторениями, так и без).

Вопрос 14. Биномиальные коэффициенты. Элементарные тождества. Бином Ньютона, следствия из теоремы о биноме Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.

Вопрос 15. Треугольник Паскаля. Принцип включений и исключений. Применение формулы включений и исключений при решении комбинаторных задач.

Вопрос 16. Разбиение натурального числа. Диаграмма Юнга, сопряженная диаграмма Юнга, производящая функция для количества разбиений. Центрированная диаграмма Юнга. Разбиения на четные и нечетные слагаемые. Пятиугольные числа. Формула нахождения количества разбиений натурального числа.

Вопрос 17. Три основных задачи теории графов. Основные определения теории графов. Изображение графов.

Вопрос 18. Орграфы, мультиграфы, петли, кратные ребра. Изоморфизм графов.

Вопрос 19. Плотность графа многогранника задач об остовном дереве с дополнительными ограничениями.

Вопрос 20. Плотность графа многогранника задачи о сбалансированном двудольном подграфе.

Вопрос 21. Подграфы, степени, полустепени, минимальная и максимальная степень. Регулярные графы. Типы вершин графа. Теорема Эйлера.

Вопрос 22. Маршруты, цепи, циклы. Расстояние между вершинами. Связность.

Вопрос 23. Виды графов. Необходимое и достаточное условие двудольности графа.

Вопрос 24. Связность. Достижимость. Компоненты связности. Операции над графами.

Вопрос 25. Матрица смежности, список смежности, матрица инцидентий.

Вопрос 26. Представление графов в памяти компьютера. Реализация списка смежности, матрицы смежности, матрицы инцидентий.

Вопрос 27. Обход графа в глубину. Теорема о поиске в глубину, следствия.

Вопрос 28. Обход графа в ширину. Теорема о поиске в ширину, следствия.

Вопрос 29. Реализация обхода в ширину/глубину на языке Python. Применение обходов в задачах на графы.

Вопрос 30. Деревья, ордеревья, свойства ордерева.

Вопрос 31. Бинарные деревья, обходы бинарных деревьев, кодирование бинарных деревьев, применение бинарных деревьев.

Вопрос 32. Эйлеровы графы. Условие существования эйлерова цикла (пути) в графе.

Вопрос 33. Сильная, слабая, односторонняя связность. Компоненты сильной связности, конденсация графа.

Вопрос 34. Математическая индукция. Примеры задач, разрешимых с помощью математической индукции.

Вопрос 35. Бинарный поиск, бинарное возведение в степень, их применение. Реализация на Python.

Вопрос 36. Предикаты и кванторы.

Вопрос 37. Алгоритм генераций разбиений числа на слагаемые.

Вопрос 38. Алгоритм Дейкстры, применение

Вопрос 39. Алгоритм Флойда, применение

Пример экзаменационной работы

1. Биномиальные коэффициенты. Элементарные тождества. Бином Ньютона, следствия из теоремы о бинOME Ньютона. Свойства биномиальных коэффициентов.
2. Математическая индукция. Примеры задач, разрешимых с помощью математической индукции.
3. Докажите, что число $5^n - 4n + 15$ делится на 16 при любом натуральном n .
4. По заданному коду восстановить бинарное дерево. Если ответов несколько, можно написать любой: 1111001001101100001110011000

Показатели и критерии, используемые при выставлении оценки:

Номер вопроса	Критерии	Шкала оценивания
1	ОПК-1: Знать: – основные алгоритмы и концепции современной дискретной математики; Уметь: использовать классические приемы для решения прикладных задач.	0 баллов – студент полностью не разбирается в вопросе, не может оперировать понятиями, указанными в вопросе билета 1 балл – студент частично разбирается в вопросе, знает большую часть терминов и умеет оперировать ими 2 балла – студент полностью разбирается в вопросе и свободно оперирует терминами из указанной темы
2	ОПК-1: Знать: – основные алгоритмы и концепции современной дискретной математики; Уметь: – использовать классические приемы для решения	0 баллов – студент полностью не разбирается в вопросе, не может оперировать понятиями, указанными в вопросе билета 1 балл – студент частично разбирается в вопросе, знает

	прикладных задач.	большую часть терминов и умеет оперировать ими 2 балла – студент полностью разбирается в вопросе и свободно оперирует терминами из указанной темы
3	ОПК-1: Знать: – постановки задач дискретной математики; – теорию графов; – комбинаторику. – анализировать объекты дискретной природы, строить наиболее адекватные их структуре формальные их представления; – решать типовые задачи на дискретных структурах, используя при этом как аналитические, так и алгоритмические методы.	0 баллов – студент не может написать решение или неверно разработана модель решения задачи; 1 балл – студент в основном может написать решение и алгоритм решения поставленной задачи, но присутствуют ошибки в построенной модели или существенные ошибки в решении 2 балла – студент может написать решение и правильно разработать алгоритм решения поставленной задачи с небольшими ошибками 3 балла – студент может написать решение
4	ОПК-1: Знать: – постановки задач дискретной математики; – теорию графов; – комбинаторику. – анализировать объекты дискретной природы, строить наиболее адекватные их структуре формальные их представления; – решать типовые задачи на дискретных структурах, используя при этом как аналитические, так и алгоритмические методы.	0 баллов – студент не может написать решение или неверно разработана модель решения задачи; 1 балл – студент в основном может написать решение и алгоритм решения поставленной задачи, но присутствуют ошибки в построенной модели или существенные ошибки в решении 2 балла – студент может написать решение и правильно разработать алгоритм решения поставленной задачи с небольшими ошибками 3 балла – студент может написать решение

Максимальное количество баллов – 10 баллов

Набранное количество баллов соответствует оценке за выполнение экзаменационной работы:

- менее 2 баллов – оценка «неудовлетворительно»,
- от 3 до 6 баллов – оценка «удовлетворительно», пороговый уровень формирования компетенции,
- от 7 до 8 баллов – оценка «хорошо», продвинутый уровень формирования компетенции,
- от 9 до 10 баллов – оценка «отлично», высокий уровень формирования компетенции.

Тесты для самопроверки по результатам освоения дисциплины.

Тест 1

1. Какое из этих утверждений о кодировании бинарных деревьев **неверно**?
 - а) код состоит из 0 и 1;
 - б) последовательность из нулей и единиц образует правильную скобочную последовательность;
 - в) код для каждого дерева однозначен.
2. Какого из этих правил комбинаторики **не** существует?
 - а) Правило суммы;
 - б) Правило деления;
 - в) Правило произведения.
3. Какое число действий в среднем уходит на бинарный поиск одного числа в отсортированном массиве из N чисел?
 - а) N ;
 - б) $\log_2 N$;
 - в) N^2 ;
 - г) $N!$.
4. Какими свойствами обладает отношение \geq на множестве натуральных чисел?
 - а) рефлексивное, симметричное, транзитивное;
 - б) рефлексивное, антисимметричное, транзитивное;
 - в) антирефлексивное, антисимметричное, транзитивное;
5. Какой из этих алгоритмов находит кратчайшее расстояние между всеми вершинами графа?
 - а) алгоритм Дейкстры;
 - б) алгоритм Флойда;
 - в) алгоритм поиска в глубину.
6. Какая из этих функций является биективной на множестве действительных чисел?
 - а) $y = x$;
 - б) $y = x^2$;
 - в) $y = \frac{1}{x}$.
7. Какой из этих комбинаторных объектов соответствует количеству чисел разбиений m -элементного множества на p блоков?
 - а) Числа Стирлинга первого рода;
 - б) Числа Стирлинга второго рода;
 - в) Числа Белла.
8. Мощность булеана конечного множества, состоящего из N элементов равна...
 - а) 2^N
 - б) $N!$
 - в) N .
9. Какого свойства операций над множествами **не** существует?
 - а) $A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$
 - б) $A \setminus B = A \cap \bar{B}$

$$в) (A \cap B) \setminus C = (A \setminus C) \cap (B \setminus C)$$

Номер задания	Ответ	Номер задания	Ответ	Номер задания	Ответ
1	В	4	А	7	Б
2	Б	5	Б	8	А
3	Б	6	А	9	В

Каждый правильный ответ оценивается в 1 балл.

Набранное количество баллов от 8-9 соответствует формированию проверяемой компетенции на высоком уровне, 6-7 баллов – на продвинутом уровне, 4-5 баллов – на пороговом уровне, менее 4 баллов – ниже порогового уровня.

Тест 2

1. Какой из этих обходов соответствует корневому обходу бинарного дерева?

- а) левое поддерево; корень; правое поддерево;
- б) корень; левое поддерево; правое поддерево;
- в) левое поддерево; правое поддерево; корень;
- г) правое поддерево; левое поддерево; корень.

2. Какое из этих отношений является рефлексивным?

- а) Перпендикулярность прямых на плоскости;
- б) Делимость натуральных чисел;
- в) Отношение "<" на множестве действительных чисел.

3. Сколько перестановок длины n существует?

- а) $n!$;
- б) n^n ;
- в) 2^n ;
- г) C_n^1 ;

4. Количество шестизначных чисел-палиндромов (чисел, читающихся одинаково как справа налево, так и слева направо), равно...

- а) 100000;
- б) 90000;
- в) 1000;
- г) 900.

Дано множество $N_{10} = \{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$ и три его подмножества

$A = \{a \mid a \in N_{10}, a - \text{четное}\}$, $B = \{b \mid b \in N_{10}, b \leq 5\}$, $C = \{c \mid c \in N_{10}, c > 3\}$.

Множество $(A \cap \overline{B}) \setminus C$ равно...

- а) $\{2\}$;
- б) $\{6, 8, 10\}$;
- в) \emptyset ;

5. г) N_{10} .

6. Из 100 ребят, отправляющихся в детский оздоровительный лагерь, кататься на сноуборде умеют 30 ребят, на скейтборде — 28, на роликах — 42. На скейтборде и на сноуборде умеют кататься 8 ребят, на скейтборде и на роликах — 10, на сноуборде и на роликах — 5, а на всех трех — 3. Сколько ребят не умеют кататься ни на сноуборде, ни на скейтборде, ни на роликах? (В число умеющих кататься на сноуборде включены те, кто умеет кататься ещё на чём-либо, и так далее).

- а) 0;
- б) 10;

в) 20;

г) 30;

7. Слово – любая конечная последовательность букв русского алфавита. Сколько различных слов можно составить из слова «ЗООЛОГИЯ», таких, что три буквы «о» стоят вместе.

а) 5!

б) 6!

в) 7!

г) 8!

8. Граф G задан следующей матрицей смежности:

```
|0 0 0 1 1 0 0 0|
|0 0 0 0 0 1 0 1|
|0 0 0 0 1 0 1 0|
|1 0 0 0 1 0 0 0|
|1 0 1 1 0 1 0 0|
|0 1 0 0 1 0 0 0|
|0 0 1 0 0 0 0 0|
|0 1 0 0 0 0 0 0|
```

Чему равно число $\Delta(G)$?

а) 2

б) 3

в) 4

г) 8

9. В классе 30 учеников, у 1-го ученика – 1 друг, у 2-го – 2 друга, ..., у 28-го – 28 друзей, у 29-го – 29 друзей. Сколько друзей у 30-го?

а) 15

б) 0

в) 29

г) 10

Номер задания	Ответ	Номер задания	Ответ	Номер задания	Ответ
1	В	4	В	7	Б
2	А	5	В	8	В
3	Г	6	Б	9	А

Каждый правильный ответ оценивается в 1 балл.

Набранное количество баллов от 8-9 соответствует формированию проверяемой компетенции на высоком уровне, 6-7 баллов – на продвинутом уровне, 4-5 баллов – на пороговом уровне, менее 4 баллов – ниже порогового уровня.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Дискретная математика»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Дискретная математика» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе дискретной математики лежит особый математический аппарат, с помощью которого решаются довольно сложные и громоздкие задачи. По большому числу тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы дискретной математики. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом современной дискретной математики, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных и самостоятельных работ. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце курса изучения дисциплины студенты сдают экзамен. На экзамене студентам предлагаются экзаменационные билеты, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса и две задачи. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация. Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Дискретная математика» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет и экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу. Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»

(www.biblioclub.ru) – электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (*регистрация в электронной библиотеке – только в сети

университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет (http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ

(http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. Электронная картотека [«Книгообеспеченность»](#)

(http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека [«Книгообеспеченность»](#) доступна в сети университета и через Личный кабинет.