МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

_____________ Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Задачи аппроксимации

Направление подготовки (специальности)
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена	Программа одобрена НМК
на заседании кафедры	математического факультета
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8	протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Задачи аппроксимации» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, относится к фундаменту математического образования и содействует формированию мировоззрения математика-прикладника.

Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с рядом важных задач теории аппроксимации, применяемыми при их решении результатами и методами, а также подготовка студентов к эффективному применению этих знаний в будущей профессиональной деятельности.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к вариативной части образовательной программы. Номер в РУП – Б1.В.ДВ.16.03.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
ПК-2 Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	ИД-ПК-2.1 Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов	Знать основные понятия и результаты дисциплины Уметь решать вычислительные и аналитические задачи с применением аппарата теории аппроксимации Владеть навыками самостоятельного изучения задач аппроксимации и вопросов, относящихся к алгоритмической части решения задач
	ИД-ПК-2.2 Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	Знать основные алгоритмические методы, применяемые в задачах аппроксимации Уметь выделять составляющие теории аппроксимации в практических задачах Владеть навыками численного решения задач аппроксимации

	ИД-ПК-2.3 Способен совершенствовать свои навыки, связанные с применением современного математического аппарата	Уметь пользоваться аналитическим аппаратом теории аппроксимации при применении компьютерных технологий Владеть способностью совершенствовать свои знания, относящиеся к области дисциплины

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)* Формы ЭО и ДОТ *(при наличии)*
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Введение	7	1	2				4	устный опрос
2.	Проекторы в теории аппроксимации	7	1	2		1		4	задания для самостоятельной работы, устный опрос
3.	Двойственность в теории аппроксимации	7	1	4		1		8	задания для самостоятельной работы, устный опрос, контр. работа
	в том числе с ЭО и ДОТ							4	
4.	Модули непрерывности функций	7	2	4		1		6	задания для самостоятельной работы, устный опрос, контр. работа
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	
5.	Теорема Вейерштрасса	7	2	2				4	задания для самостоятельной работы, устный опрос
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	
6.	Классы функций, определяемые модулями непрерывности первого порядка	7	1	2				4	задания для самостоятельной работы, устный опрос, контр. работа

	в том числе с ЭО и ДОТ							2	
7.	Аппроксимация с помощью конечномерного подпространства гильбертова пространства	7	1	3				2	задания для самостоятельной работы, устный опрос
8.	Ряд Фурье в гильбертовом пространстве	7	2	3		1		4	задания для самостоятельной работы, устный опрос
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	
9.	Ортогональные многочлены	7	1	2		1		6	задания для самостоятельной работы, устный опрос
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	
10.	Равномерная сходимость рядов по ортогональным многочленам	7	1	2		1		4	задания для самостоятельной работы, устный опрос, контр. работа
11.	Многочлены Якоби	7	1	2				4	задания для самостоятельной работы, устный опрос, контр. работа
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	
12.	Алгоритмы аппрооксимации с помощью рациональных функций	7	2	4				4	задания для самостоятельной работы, устный опрос
						2	**0,5**	**33,5**	экзамен
	Всего часов за 7-й семестр	**144**	**16**	**32**		**8**	**0,5**	**87,5**	
	в том числе с ЭО и ДОТ							**8**	

Содержание разделов дисциплины

1. **Введение.** Основные понятия, задачи и результаты теории аппроксимации. Наилучшее приближение. Существование и единственность элемента наилучшего приближения.
2. **Проекторы в теории аппроксимации.** Норма линейного оператора и линейного функционала. Проекторы и их свойства. Неравенство Лебега и его роль. Примеры проекторов. Интерполяционные и ортогональные проекторы.
3. **Двойственность в теории аппроксимации.**. Проектор. Формулы двойственности. Расстояние до ядра линейного непрерывного функционала. Примеры задач в дискретных и функциональных пространствах.
4. **Модули непрерывности функций.** Модули непрерывности первого порядка, их свойства. Примеры задач на вычисление модулей непрерывности. Модули непрерывности и наилучшее приближение многочленами. Неравенство Джексона. Модули непрерывности k-го порядка.
5. **Теорема Вейерштрасса.** Эквивалентные формулировки. Комментарии. Методы доказательства. Доказательство Бернштейна теоремы Вейерштрасса.

6. **Классы функций, определяемые модулями непрерывности первого порядка.** Определение классов Lip α и DL. Включения классов, определяемых модулями непрерывности первого порядка. Понятие о классах функций, задаваемых модулями непрерывности высшего порядка.
7. **Аппроксимация с помощью конечномерного подпространства гильбертова пространства.** Гильбертовы пространства. Примеры. Определители Грама и их свойства. Ортогонализация. Приближение с помощью конечномерного подпространства. Критерий элемента наилучшего приближения. Неравенство Бесселя.
8. **Ряд Фурье в гильбертовом пространстве.** Равенство Парсеваля. Полные ортонормированные системы и их различные характеризации. Классические ортогональные системы.
9. **Ортогональные многочлены.** Пространство $L^w{}_2[a, b]$. Ортогональные многочлены, их общие свойства. Теорема о нулях. Рекуррентное соотношение. Ряд Фурье по ортогональным многочленам. Интегральная формула для проектора S_n . Формула Кристоффеля–Дарбу.
10. **Равномерная сходимость рядов по ортогональным многочленам.** Соотношение между различными видами сходимости последовательностей функций (в точке, на множестве, интегральная, равномерная). Теорема о сходимости ряда Фурье в точке. Функции и константы Лебега и сходимость рядов Фурье.
11. .**Многочлены Якоби.** Определение и общие свойства. Многочлены Лежандра и Чебышёва. Достаточные условия равномерной сходимости рядов Фурье по многочленам Лежандра и Чебышёва.
12. **Алгоритмы аппроксимации с помощью рациональных функций.** Аппроксимация с применением многочленов Чебышева. Быстрый алгоритм рациональной интерполяции. Применение алгоритма Тренча. Аппроксимации Паде и их вычисление. Метод аппроксимации Паде–Тренча.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изло-жение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

В рамках практических занятий возможно привлечения компьютерного практикума.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В рамках практических занятий возможно привлечения компьютерного практикума.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

- электронный учебный курс «Задачи аппроксимации_ПМИ-4_Невский».

В этом электронном учебном курсе:

- представлены материалы, необходимые обучающимся для изучения дисциплины (список рекомендуемой литературы, программы прохождения промежуточной аттестации по дисциплине и др.);
- представлены учебные пособия по дисциплине;
- представлена информация о форме и времени проведения занятий по дисциплине в режиме онлайн;
- обозначены темы дисциплины;
- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- при реализации дистанционного обучения – проводятся контрольные работы, а также мероприятия промежуточной аттестации (экзамены);
- содержатся некоторые дополнительные материалы (полезные ссылки, комментарии, иллюстрации и др.).

Синхронное или асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины осуществляется посредством сообщений в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, а также электронной почты.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

При формировании материалов для текущего контроля успеваемости, проведения промежуточной аттестации, формирования методических материалов по дисциплине используются:

- программы Microsoft Office;

- издательская система LaTex;

- Adobe Acrobat Reader

- система Wolfram Mathematica. (https://www.wolframcloud.com/)

Программное обеспечение для создания и демонстрации презентаций, иллюстраций и других учебных материалов:

Microsoft Windows (в составе Microsoft Imagine Premium Electronic Software Delivery).

Microsoft OfficeSTD 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232 Microsoft Open License №0005279522.

Network 15 Mathematica 11 Increment Standard Bundled List Price with Service.

Network 15 Mathematica 11 Upgrade L3549-7407.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются (или могут использоваться):

- Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Электронно-библиотечная система «Юрайт» https://www.biblio-online.ru/
- Электронно-библиотечная система «Лань» http://e.lanbook.com/
- Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php
- Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU http://elibrary.ru/

Российская база научных статей Mathnet

База Scopus

База Web of Sciences

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Невский М. В., Ухалов А.Ю. Избранные задачи анализа и вычислительной геометрии. Часть I: учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2020. - 97 с. http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=2509814&cat_cd=YARSU
2. Иродова И. П. Алгоритмы теории приближения: учебно-методическое пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2019. - 39 с. http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=2309559&cat_cd=YARSU
3. Иродова И. П. Линейные функционалы и операторы в курсе функционального анализа: учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2010. 123 с. http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=767936&cat_cd=YARSU1.
4. Невский М. В., Иродова И. П. Некоторые вопросы теории приближения функций. Ярославль, 1999. 92 с. http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=332909&cat_cd=YARSU

б) дополнительная литература

5. Брудный Ю. А. Теория приближения: учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 1981. 94 с. http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=348352&cat_cd=YARSU
6. Даугавет И. К. Введение в теорию приближения функций: учебное пособие. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. 184 с. http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=342341&cat_cd=YARSU

8. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева. М.: «Наука», 1983. 384 с.
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=347106&cat_cd=YARSU

7. Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде. М.: «Мир», 1986. 502 с.
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=343699&cat_cd=YARSU
Электронный вариант книги доступен в сети Интернет.

8. В. М. Тихомиров. Теория приближений // Итоги науки и техн. Сер. Соврем. пробл. мат. Фундам. направления. 1987. Т.14. С. 103–260.
http://www.mathnet.ru/php/archive.phtml?wshow=paper&jrnid=intf&paperid=76&option_lang=rus

9. Ухалов А.Ю. Практикум по Wolfram Mathematica: практикум. Ярославль: ЯрГУ, 2020. 40 с. Электронная версия (pdf-файл) доступна на сайте кафедры:
https://math.uniyar.ac.ru/uchebnyie-posobiya-i-metodicheskie-materialyi-kafedryi-matematicheskogo-analiza

10. Климов В.С., Ухалов А.Ю. Решение задач математического анализа с использованием систем компьютерной математики: учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2014. 96 с. Электронная версия (pdf-файл) доступна на сайте кафедры:
https://math.uniyar.ac.ru/uchebnyie-posobiya-i-metodicheskie-materialyi-kafedryi-matematicheskogo-analiza

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:
- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

зав. кафедрой математического анализа,
доктор физ.-мат. наук, доцент М.В. Невский

Приложение №1
к рабочей программе дисциплины
«Задачи аппроксимации»

Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов по дисциплине

1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущего контроля успеваемости

Задания для самостоятельной работы даются по лекциям и учебным пособиям и др.

Эти задания не оцениваются, но их выполнение контролируется на практических занятиях и (или) в ЭУК Moodle ЯрГУ. В последнем случае задания формулируются в соответствующих разделах курса.

Контрольная работа № 1 (темы 3, 4, 6)

1. В пространстве C[0,1] найдите расстояние от функции $x(t)=t^2+1$ до ядра функционала $f(x)=x(0)-x(1)$.
2. В пространстве l_2^1 найдите расстояние от функции $x(t)=t^2+1$ до ядра функционала $f(x)=x(0)-x(1)$.

3. Вычислите модуль непрерывности $\omega(f;\tau)$ функции (предлагается одна из задач)

a) $f(t)=\sin t$, $[a,b]=[0,\pi]$
b) $f(t)=t^4$, $[a,b]=[-1,1]$
c) $f(t)=e^t$, $[a,b]=[0,1]$
d) $f(t)=\sqrt{t}$, $[a,b]=[0,1]$

4. Найдите все $\alpha>0$, при которых $f\in \mathrm{Lip}\,\alpha$ (одна из задач)

a) $f(t)=|t|$, $[a,b]=[-1,1]$
b) $f(t)=t\cos t\sin t$, $[a,b]=[0,\pi]$.
c) $f(t)=t^{1/4}$, $[a,b]=[0,1]$.

Контрольная работа № 2 (темы 4, 6, 10, 11)

На отрезке [-1,1] задана непрерывная функция f(t).

1. Вычислите модуль непрерывности первого порядка функции f(t).
2. Найдите все $\alpha>0$, при которых $f\in \mathrm{Lip}\,\alpha$. Принадлежит ли f классу DL?
3. Рассматривается ряд Фурье для f по многочленам Лежандра. Сходится ли этот ряд к f равномерно на [-1,1]?
4. Рассматривается ряд Фурье для f по многочленам Чебышёва. Сходится ли этот ряд к f равномерно на [-1,1]?
5. Пусть p_n - интерполяционный многочлен степени $\leq n$ по чебышёвским узлам для f. Существует ли при $n\to\infty$ предел $\lim p_n(1)$?Если существует, то чему он равен?

.

Методика оценивания конрольной работы состоит в следующем. Полное решение всех задач оценивается в 100 баллов. Это количество поровну делится по числу задач. Суммируется число баллов, набранных студентом за каждую задачу.

Оценка «неудовлетворительно» - набрано менее 25 баллов.

Оценка «удовлетворительно» - набрано от 25 баллов до 59;

Оценка «хорошо» - набрано от 60 до 74 баллов;

Оценка «отлично» - набрано 75 баллов и выше.

1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Экзамен по дисциплине «Задачи аппроксимации» может приниматься как в устной, так и письменной форме. В случае проведения письменного экзамена возможна дополнительная устная беседа со студентом по материалу (вопросам) дисциплины. Ниже даются вопросы к устному экзамену и тематика упражнений, на базе которых может быть сформированы варианты для письменного экзамена

Вопросы к устному экзамену

1. Наилучшее приближение. Теоремы о существовании и единственности элемента наилучшего приближения.
2. Проектор. Неравенство Лебега.
3. Формулы двойственности. Расстояние до ядра линейного непрерывного функционала.
4. Модули непрерывности 1 порядка, их свойства.
5. Классы функций, определяемые модулем непрерывности 1 порядка, их соотношение.
6. Теорема Вейерштрасса. Доказательство Бернштейна.
7. Гильбертово пространство. Примеры. Определитель Грама и его свойства. Ортогонализация Грама – Шмидта.
8. Приближение с помощью конечномерного подпространства в гильбертовом пространстве. Критерий элемента наилучшего приближения. Неравенство Бесселя.
9. Ряд Фурье. Равенство Парсеваля. Полные ортонормированные системы, их различные характеризации.
10. Пространство $L_2^w(a, b)$. Полнота системы степеней. Общие свойства ортогональных многочленов. Теорема о нулях. Рекуррентное соотношение.
11. Ряд Фурье по ортогональным многочленам. Интегральная форма проектора S_n . Формула Кристоффеля – Дарбу.
12. Постановка задач сходимости рядов Фурье по ортогональным многочленам. Теорема о сходимости в точке.
13. Функции и константы Лебега и сходимость рядов Фурье.
14. Многочлены Якоби и их свойства. Равномерная сходимость рядов Фурье по многочленам Якоби. Случай многочленов Лежандра.

15. Многочлены Чебышёва как ортогональные многочлены. Оценка констант Лебега для многочленов Чебышёва и сходимость соответствующих рядов Фурье.
16. Аппроксимации Паде.

Варианты задания для письменного экзамена

Вариант 1

1. В пространстве $C[0,1]$ найдите расстояние от функции $x^*(t) = t^2 + 1$ до ядра линейного непрерывного функционала

$$f(x) = x(0) + 3\int_0^1 x(t)\,\mathrm{dt}.$$

2. В пространстве l_1^2 найдите расстояние от точки $x^* = (2, -1)$ до ядра линейного непрерывного функционала $f(x) = 2x_1 + x_2$.

3. Вычислите модуль непрерывности $\omega(f; t)$ функции $f(x) = x^2 + x + 1$, $0 \le x \le 1$. Укажите все α, при которых $f \in \mathrm{Lip}\,\alpha$.

4. Пусть $f(x) = x^2 \cos x$, $-1 \le x \le 1$; p_n интерполяционный многочлен степени $\le n$ для f по чебышёвским узлам. Существует ли предел $\lim\limits_{n\to\infty} p_n(1)$? Чему он равен? Ответ обоснуйте.

5. Пусть $f(x) = 3xe^x$, $-1 \le x \le 1$. Сходится ли к функции f равномерно её ряд Фурье по ортонормированным многочленам Лежандра, то есть справедливо ли равенство

$$||S_n f - f||_{C[-1,1]} \to 0, \quad n \to \infty?$$

Здесь $S_n f$ n-я частичная сумма ряда. Ответ обоснуйте.

Вариант 8

1. В пространстве $C[0,1]$ найдите расстояние от функции $x^*(t) = e^t + t$ до ядра линейного непрерывного функционала

$$f(x) = x(1) + 2\int_0^1 x(t)\,\mathrm{dt}.$$

2. В пространстве l_∞^2 найдите расстояние от точки $x^* = (10,1)$ до ядра линейного непрерывного функционала $f(x) = x_1 + x_2$.

3. Для функции $f(x) = 2\left|x - \frac{1}{2}\right| + 1$, $0 \le x \le 1$, вычислите её модуль непрерывности $\omega(f;t)$. Укажите все α, при которых $f \in \mathrm{Lip}\,\alpha$.

4. Пусть $f(x) = \sqrt{x}$, $1 \le x \le 2$; p_n интерполяционный многочлен степени $\le n$ для f по чебышёвским узлам. Существует ли предел $\lim\limits_{n\to\infty} p_n(2)$? Чему он равен? Ответ обоснуйте.

5. Пусть $f(x) = 1 - |x|$, $-1 \le x \le 1$. Сходится ли к функции f равномерно её ряд Фурье по ортонормированным многочленам Лежандра, то есть справедливо ли равенство

$$||S_n f - f||_{C[-1,1]} \to 0, \quad n \to \infty?$$

Здесь $S_n f$ n-я частичная сумма ряда. Ответ обоснуйте.

Правила выставления оценки на экзамене (в устной форме)

В экзаменационные билет включается теоретический вопроса и два упражнения. На подготовку к ответу дается 1 астрономический час. По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины, дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, правильно решает задачу

Оценка «хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора. Необходимым условием является хотя бы частичное решение задачи.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом все же демонстрирует некоторые базовые знания по предмету. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который не демонстрирует знания базовых понятий и результатов, не в состоянии решить задачу, плохо отвечает на дополнительные вопросы, не владеет понятийным материалом дисциплины. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы. Кроме того, оценка «Неудовлетворительно» может быть выставлена при незнании каких-то базовых понятий и результатов. Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

Правила выставления оценки на экзамене (в письменной форме)

Студенту предлагается индивидуальный вариант заданий, содержащий 4-6 задач. На выполнение и представление заданий дается 1.5-2 часа. При оценивании выполненных заданий может использоваться следующая система оценок за одно задание:

+ (4 балла) – задание выполнено полностью, без ошибок;
+. (3 балла) – задание выполнено с незначительной ошибкой или почти полностью;
+- (2 балла) – задание выполнено с существенной ошибкой или примерно наполовину;
-+ (1 балл) – лишь какие-то элементы представленного ответа могут быть оценены положительно.

Пусть k – число задач в предложенном варианте. Определяется общее число M баллов, набранных студентом. Оценка зависит от величины отношения $r=\frac{M}{N}$, где N=4k – максимальное возможное число баллов за работу. Возможная градация оценок следующая:

$0.75 \leq r \leq 1$ - оценка «отлично»;
$0.60 \leq r < 0.75$ - оценка «хорошо»;
$0.26 \leq r \leq 0.59$ - оценка «удовлетворительно»;
$0 \leq r \leq 0.25$ - оценка «неудовлетворительно».
Преподаватель имеет право учитывать на экзамене работу студента в семестре.

Приложение №2
к рабочей программе дисциплины
«Задачи аппроксимации»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Студентам предлагается изучить не только рекомендованную литературу, но и возможные дополнительные источники (например, научные статьи), на которые может указать преподаватель. Эта работа по большей части может выполняться студентами индивидуально, под руководством преподавателя..

В процессе освоения дисциплины обучающимся предлагается одновременно готовиться к предстоящей итоговой аттестации. В частности, это касается подготовки ВКР. Вопросы, связанные с выполнением ВКР, оформлением текста, разнообразные вопросы по выступлению на предзащите и на защите дипломной работы, вполне целесообразно задать преподавателю дисциплины. Большую пользу принесет выступление на семинаре или студенческой (молодежной) конференции. Тема доклада для выступления вполне может быть связана с тематикой теории аппроксимации и смежными науками, в том числе, с компьютерной реализацией алгоритмов приближения. Такой расширенный подход к освоению материала дисциплины может быть весьма полезен студентам.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине «Задачи аппроксимации»

1. Невский М. В., Ухалов А.Ю. Избранные задачи анализа и вычислительной геометрии. Часть I: учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2020. - 97 с.
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=2509814&cat_cd=YARSU
2. Иродова И. П. Алгоритмы теории приближения: учебно-методическое пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2019. - 39 с.
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=2309559&cat_cd=YARSU
3. Иродова И. П. Линейные функционалы и операторы в курсе функционального анализа: учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2010. 123 с.
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=767936&cat_cd=YARSU1.
4. Невский М. В., Иродова И. П. Некоторые вопросы теории приближения функций. Ярославль, 1999. 92 с.
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=332909&cat_cd=YARSU
5. Брудный Ю. А. Теория приближения: учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 1981. 94 с.
http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_card.php?rec_id=348352&cat_cd=YARSU
6. Ухалов А.Ю. Практикум по Wolfram Mathematica: практикум. Ярославль: ЯрГУ, 2020. 40 с. Электронная версия (pdf-файл) доступна на сайте кафедры:
https://math.uniyar.ac.ru/uchebnyie-posobiya-i-metodicheskie-materialyi-kafedryi-matematicheskogo-analiza
7. Климов В.С., Ухалов А.Ю. Решение задач математического анализа с использованием систем компьютерной математики: учебное пособие. Ярославль: ЯрГУ, 2014. 96 с. Электронная версия (pdf-файл) доступна на сайте кафедры:
https://math.uniyar.ac.ru/uchebnyie-posobiya-i-metodicheskie-materialyi-kafedryi-matematicheskogo-analiza