

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**  
Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория фракталов**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 11 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

### 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Теория фракталов" содействует фундаментализации образования, формированию культуры аналитических вычислений в рамках цикла аналитических дисциплин. Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с идеями и методами теории обыкновенных дифференциальных уравнений.

### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Данная дисциплина относится к вариативной части Блока 1. Дисциплина "Теория фракталов" входит в цикл дисциплин, которые обеспечивают овладение аналитическими и численными методами, необходимыми для подготовки специалиста-математика. Она основывается на знаниях, полученных слушателями при изучении дисциплин "Математический анализ", "Дискретная математика", «Геометрия и алгебра».

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
<b>ПК-2</b> Способен понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат	<b>ИД-ПК-2.1</b> Обладает устойчивыми знаниями в области основных математических дисциплин, их аппарата и результатов	<b>Знать основные</b> понятия и теоремы теории множеств, теории размерности, алгоритмы фрактального сжатия изображений.
	<b>ИД-ПК-2.2</b> Обладает способностью применять современный математический аппарат в решении различных задач	<b>Владеть навыками:</b> Нахождения размерности Лебега, Минковского и Хаусдорфа фрактальных множеств.
	<b>ИД-ПК-2.3</b> Способен совершенствовать свои навыки, связанные с применением современного математического аппарата	<b>Уметь:</b> логично и связно описывать процесс решения задачи, используя ссылки на известные теоремы и методы.

#### 4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет 3 зачёт. ед., 108 акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Теория множеств	4	2	6		1		12	
2	Теория размерностей	4	8	10		2		12	Контрольная работа
3	Элементы комбинаторной геометрии			6		2		12	
4	Фракталы и их приложения	4	6	10		1		12	
							0,3	5,7	Зачёт
	Всего		16	32		6	0,3	53,7	

#### 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

**Вводная лекция** – даёт первое целостное представление о дисциплине (или её разделе) и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки специалиста. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных учёных, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках курса, а также даётся анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, чёткая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний по предложенному алгоритму.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- программное обеспечение для создания и демонстрации презентаций, иллюстраций и других учебных материалов:

- Microsoft Windows (в составе Microsoft Imagine Premium Electronic Software Delivery).
- Microsoft Office STD 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232 Microsoft Open License №0005279522.
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

Мандельброт Б. Фрактальная геометрия природы

### **б) дополнительная литература**

Уэлстид С. Фракталы и вейвлеты для сжатия изображений в действии

### **в) ресурсы сети «Интернет»**

[etudes.ru](http://etudes.ru), [youtube.com](http://youtube.com)

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор(ы):

Зав. кафедрой математического моделирования, д.ф.-м.н. Кащенко И.С.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Теория фракталов»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Контрольная работа №1**

**Вариант 1.**

1. Объединение множеств
2. Равномощные множества
3. Открытое множество
4. Замыкание множества
5. Лемма об объединении замкнутых множеств
6. Покрытие множества
7. Теорема Бореля о конечном покрытии компакта
8. Дополнение к множеству
9. Определение компактного множества
10. Что значит: множество имеет мощность континуум?
11. Внутренность (интерьер) множества
12. Лемма о пересечении замкнутых множеств
13. Что такое кратность покрытия?
14. Определение фрактальной размерности
15. Что такое диаметр множества?
16. Лемма об  $\alpha$ -мере подобных множеств
17. Теорема Бляшке
18. Подобные множества
19. Фрактальная размерность объединения счетного числа множеств

**Контрольная работа №2**

**Вариант 1.**

1. Две стороны правильного треугольника делят на две равные части и соединяют получившиеся точки (отрезается треугольник №1). Третью сторону делят на четыре равные части, и на каждом из этих отрезочков строят правильные треугольнички внутрь большого (добавляется еще четыре треугольника). Все остальное (кроме пяти построенных треугольников) выкидывают. С каждым из полученных треугольников продельвается аналогичная операция. И так до бесконечности. Найдите у получившегося множества топологическую и фрактальную размерности.
2. Треугольник разбивают прямыми, параллельными сторонам, на 9 равных треугольничков. Те, которые не имеют общих сторон с исходным, -- удаляются. Затем с каждым из оставшихся треугольников продельвают аналогичную процедуру. И так до бесконечности. Найдите у получившегося множества размерность Минковского

## **2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

1. Открытые множества. Свойства и примеры.
2. Замкнутые множества. Свойства и примеры.
3. Диаметр множества. Примеры. Теорема Юнга о наименьшем шаре.
4. Ширина множества. Примеры. Теорема Бляшке о наибольшем круге.
5. Покрытия. Лемма Бореля о конечном подпокрытии.
6. Топологическая (Лебегова) размерность множеств. Свойства и примеры.
7. Размерность Минковского. Свойства и примеры.
8. Фрактальная (Хаусдорфова) размерность. Определение и основные свойства.
9. Методы вычисления фрактальной размерности для самоподобных множеств. Теоремы и примеры.
10. Метрика, метрические пространства. Примеры. Метрика в пространстве изображений.
11. Алгоритмы фрактального сжатия изображений.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория фракталов»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Теория фракталов» являются лекции. При этом часть учебного материала излагается на практических занятиях. По всем темам предусмотрены практические занятия, на которых студенты отрабатывают навыки решения практических задач.

Зачет принимается по билетам, каждый из которых включает в себя один вопрос. На итоговую оценку также влияют результаты выполнения контрольных работ.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Теория фракталов» самостоятельно студенту затруднительно. Это связано со сложностью изучаемого материала и отсутствием единого учебника. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.