

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова
Математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ
Декан экономического факультета



(подпись)

Д.Ю. Брюханов

«03» мая 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
«Математика для экономистов»

Направление подготовки
38.03.04 Государственное и муниципальное управление

Направленность (профиль)
«Государственные и муниципальные финансы»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
Очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры финансов и кредита
от «11» апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК
экономического факультета
протокол № 9 от «03» мая 2023 г.

Ярославль, 2023

1. Цели освоения дисциплины

Математика, как фундаментальная дисциплина, обеспечивает формирование представления о месте и роли математики в современном мире, мировой культуре и истории. Целью освоения дисциплины является формирование математических знаний, умений и навыков, способствующих развитию культуры аналитических преобразований, логического и алгоритмического мышления, математической интуиции в постановке задач и выбора инструментальных средств моделирования и анализа экономических процессов.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Математика для экономистов» относится к базовой части Блока 1. Дисциплина состоит из трех разделов: «Линейная алгебра», «Математический анализ» и «Теория вероятностей и математическая статистика», являющихся необходимыми для освоения вариативной части математического цикла. Отбор материала преследует следующие цели: внутрипредметные – обеспечение целостного восприятия дисциплины; межпредметные – обеспечение математическим аппаратом смежных дисциплин, профессиональные – формирование умения применять математические методы для решения экономико-математических задач. Освоение данной дисциплины необходимо для дисциплин: Микроэкономика, Макроэкономика, Статистика, Эконометрика, Финансы, Макроэкономическое планирование и прогнозирование.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
УК-1. Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	УК 1.1. Осуществляет системный анализ задачи, выделяя ее базовые составляющие	<p>Знать Основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации для построения экономико-математических моделей</p> <p>Уметь Составлять математические модели для решения задачи линейного программирования. Уметь решать ЗЛП симплекс-методом, а также методом потенциалов решать частный случай задачи линейного программирования – транспортную задачу.</p> <p>Владеть Техникой вычисления производных и нахождения интегралов от сложных функций, техникой использования методов комбинаторики для вычисления вероятностей событий, теоремами Байеса и схемой Бернулли, техникой вычисления числовых характеристик дискретных и непрерывных случайных величин. Владеть элементами математической статистики.</p>

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зачетных единиц, 324 акад. часа.

Очная форма

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам) <i>Формы ЭО и ДОТ (при наличии)</i>
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Введение. Векторная	1	4	4		1		14	Задания для

	алгебра. Уравнение прямой и плоскости.								самостоятельной работы Самостоятельная работа №1
2	Пространство	1	2	2		1		14	Задания для самостоятельной работы
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>					1		2	Тест для самопроверки ЭУК в LMS Moodle
3	Матрицы и определители	1	12	12		1		14	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №1
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>					1		2	
4	Системы линейных алгебраических уравнений	1	4	4		1		14	Задания для самостоятельной работы. Контрольная работа №2
5	Элементы линейного программирования	1	14	14		1		14,7	Задания для самостоятельной работы. Контрольная работа №3
							0,3		Зачет
	Итого за 1 семестр 144 часа		36	36		5	0,3	66,7	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4	
6	Вводная лекция. Основы дифференциального исчисления.	2	6	8		1		12	Задания для самостоятельной работы, Контрольная работа № 4
7	Функции двух переменных.	2	2	2		1		12	Задания для самостоятельной работы
8	Основы интегрального исчисления	2	6	6		1		11	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа №5
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>					1		4	
9	Элементы теории вероятностей. Случайные события.	2	6	6		1		10	Контрольная работа №6. Контрольная работа №7
10	Случайные величины. Основные законы распределения СВ, их числовые характеристики.	2	12	10		0,5		12	Задания для самостоятельной работы. Контрольная работа №8
11	Элементы математической статистики	2	4	4		0,5		10	Задания для самостоятельной работы
	<i>В том числе с ЭО и ДОТ</i>					0,5		2	
	экзамен					2	0,5	33,5	Экзамен При подготовке к экзамену: Тест для самопроверки

	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							6	Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины <i>ЭУК в LMS Moodle</i>
	Всего за 2 семестр 180 часов		36	36		7	0,5	100,5	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							6	
	ИТОГО 324 часа		72	72		12	0,8	167,2	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							10	

Содержание разделов дисциплины:

1. Векторы

- 1.1 Определение. Действие над векторами. Действия над векторами в координатной форме.
- 1.2. Угол между векторами. Расстояние между точками. Направляющие косинусы вектора. Уравнение отрезка.
- 1.3 Пространство R^n . Длина вектора. Скалярное произведение векторов.

2. Матрицы и определители.

- 2.1. Определение. Действие над матрицами. Транспонирование матрицы. Симметричная матрица.
- 2.2. Определители. Способы вычисления определителей 2-го и 3-го порядков. Свойства определителей.
- 2.3. Миноры и алгебраические дополнения. Вычисление определителей высших порядков.
- 2.4. Обратная матрица. Способы вычисления обратной матрицы.

3. Системы линейных алгебраических уравнений

- 3.1. Разрешенные системы линейных уравнений. Метод Гаусса решения систем линейных уравнений.
- 3.2. Метод Жордана –Гаусса решения СЛУ. Опорные решения системы. Переход от одного опорного решения к другому.
- 3.3. Правило Крамера решения СЛУ.

4. Задача линейного программирования.

- 4.1. Задача планирования производства. Задача о диете. Постановка ЗЛП.
- 4.2. Геометрическое решение задачи линейного программирования.
- 4.3. Решение ЗЛП симплекс-методом.
- 4.4. Постановка транспортной задачи. Опорное решение ТЗ. Цикл, метод северо-западного угла.
- 4.5. Алгоритм решения транспортной задачи методом потенциалов.

5. Основы дифференциального исчисления.

- 5.1. Понятие производной функции. Понятие дифференциала функции. Геометрический, физический и экономический смысл производной.
- 5.2. Правило дифференцирования суммы, произведения и частного функций.
- 5.3. Таблица производных простейших элементарных функций.
- 5.4. Дифференцирование сложной функции. Понятие производной высших порядков.
- 5.5. Функция двух переменных. Частные производные 1-го и 2-го порядков.

6. Основы интегрального исчисления.

6.1. Первообразная и неопределенный интеграл. Таблица основных неопределенных интегралов. Основные свойства неопределенного интеграла.

6.2. Основные методы интегрирования. Метод подстановки. Метод интегрирования по частям.

6.3. Определенный интеграл. Геометрический смысл определенного интеграла. Формула Ньютона-Лейбница. Приложения определенного интеграла.

7. Элементы теории вероятностей и математической статистики.

7.1. Основные понятия теории вероятностей. Теоремы сложения и умножения вероятностей.

7.2. Формула полной вероятности. Формула Байеса. Априорные и апостериорные вероятности.

7.3. Схема независимых испытаний. Формула Бернулли. Формулы Муавра и Муавра-Лапласа.

8. Случайные величины

8.1. Законы распределения дискретных случайных величин: биномиальный закон, закон Пуассона, геометрический закон.

8.2. Числовые характеристики ДСВ: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

8.3. Непрерывные случайные величины. Функция распределения вероятностей. Функция плотности распределения вероятностей НСВ.

8.4. Числовые характеристики НСВ: математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратическое отклонение.

8.5. Законы распределения НСВ: равномерное распределение на отрезке, показательное распределение, нормальное распределение. Функции Гаусса и Лапласа.

9. Элементы математической статистики.

9.1. Генеральная и выборочная совокупность. Статистическое распределение выборки. Мода, медиана.

9.2. Эмпирическая и теоретическая функции распределения. Полигон и гистограмма.

9.3. Статистические оценки параметров распределения. Генеральная и выборочная средняя. Генеральная и выборочная дисперсия.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что

позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «Математика для экономистов» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»
http://www.lib.uniya.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература Общий курс высшей математики для экономистов: учебник для вузов / под ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА – М, 2006. – 656 с. – (Высшее образование).

1. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие / под ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА – М, 2006. – 656 с. – (Высшее образование).
2. Бестужева Л.П. Линейная алгебра: практикум /Л.П. Бестужева, Н.Л. Майорова. Ярослав. Гос. Ун-т им. П.Г. Демидова.- Ярославль: ЯрГУ, 2011. – 56 с.
3. Исследование функций и построение графиков. Метод.указания /сост.Л.П. Бестужева, Е.В Никулина, И.Р. Овсянникова. Ярослав. Гос. Ун-т. – Ярославль, ЯрГУ, 2007.- 28с.
4. Построение эмпирических функций. Методические указания. Метод.указания /сост.Л.П. Бестужева, И.Р. Овсянникова. Ярослав. Гос. Ун-т. – Ярославль, ЯрГУ, 2001- 15с.
5. Бестужева Л.П., Майорова Н.Л. Теория вероятностей и математическая статистика. Практикум. Ч. 1: практикум /сост. Л.П. Бестужева, Н.Л. Майорова; Ярослав. Гос. Ун-т им. П.Г. Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2012. – 48 с.

б) дополнительная литература:

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, Б. А. Путко, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 276 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-05820-8. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/513040>
2. *Кремер, Н. Ш.* Линейная алгебра : учебник и практикум для вузов / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман, И. М. Тришин ; под редакцией Н. Ш. Кремера. — 3-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 422 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-08547-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/510867>
3. *Гисин, В. Б.* Математика. Практикум : учебное пособие для вузов / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 204 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-8785-0. — Текст: электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511699>
4. *Малугин, В. А.* Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач : для вузов / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 478 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-02976-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/511452>
5. *Красс, М. С.* Математика в экономике: математические методы и модели : учебник для вузов / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; ответственный редактор М. С. Красс. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 541 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-16298-1. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/530764>
6. *Палий, И. А.* Линейное программирование : учебное пособие для вузов / И. А. Палий. — 2-е изд., испр. и доп. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 175 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-04716-5. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/514977>
7. *Гмурман, В. Е.* Теория вероятностей и математическая статистика : учебник для вузов / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — Москва : Издательство Юрайт, 2023. — 479 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-00211-9. — Текст :

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Доцент кафедры
Математического моделирования -
канд.пед .н.

должность, ученая степень

подпись

Н.Л.Майорова
И.О. Фамилия

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Математика для экономистов»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущей аттестации**

**Тема. Векторная алгебра. Уравнения прямой и плоскости.
Задачи.**

Даны точки $A_1(-1, 2, 5)$, $A_2(-2, 0, 3)$, $A_3(3, 1, 2)$, $A_4(7, -1, 2)$.

1. Найти уравнение плоскости $A_1A_2A_3$.
2. Найти уравнение прямой A_2A_3 .
3. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно прямой A_2A_3 .
- Найти угол между этой плоскостью и плоскостью $A_1A_2A_3$.
4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку A_4 перпендикулярно плоскости $A_1A_2A_3$.

Ответы:

1. $4x - 11y + 9z - 19 = 0$;

2. $\frac{x+2}{5} = \frac{y}{1} = \frac{z-3}{-1}$;

3. $5x + y - z - 32 = 0$; $\frac{\pi}{2}$

4. $\frac{x-7}{4} = \frac{y+1}{-11} = \frac{z-2}{9}$

Даны точки $A_1(-1, 2, 5)$, $A_2(-2, 0, 3)$, $A_3(3, 1, 2)$, $A_4(7, -1, 2)$.

1. Найти уравнение плоскости $A_1A_2A_4$.
2. Найти уравнение прямой A_2A_4 .
3. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку A_1 перпендикулярно прямой A_2A_4 . Найти угол между этой плоскостью и плоскостью $A_1A_2A_4$.

4. Найти уравнение прямой, проходящей через точку A_1 перпендикулярно плоскости $A_1A_2A_4$.

Ответы:

1. $y - z + 3 = 0$;

2. $\frac{x+2}{9} = \frac{y}{-1} = \frac{z-3}{-1}$;

3. $9x - y - z + 16 = 0$; $\frac{\pi}{2}$;

4. $\frac{x+1}{0} = \frac{y-2}{1} = \frac{z-5}{-2}$.

Контрольная работа №1 (типовые варианты).

Вариант 1.

1. Найти уравнение плоскости α , которая проходит через точки $A(-1, 1, -3)$, $B(2, -1, -1)$, $C(-2, -5, 1)$.
2. Найти уравнение прямой L , которая проходит через точку $D(-2, -3, -2)$ перпендикулярно плоскости α .
3. Найти точку пересечения прямой L с плоскостью $x + 2y - z + 5 = 0$
4. Найти прямую, проходящую через точки $A(-1, 1, -3)$ и $B(2, -1, -1)$
5. Найти угол между этой прямой и прямой L .

Ответы:

1. $2x - 7y - 10z - 21 = 0$;

2. $\frac{x+2}{2} = \frac{y+3}{-7} = \frac{z+2}{-10}$;

3. $(-3; 0.5; 3)$

4. $\frac{x+1}{3} = \frac{y-1}{-2} = \frac{z+3}{2}$

5. $\frac{\pi}{2}$

Вариант 2.

1. Найти уравнение плоскости α , которая проходит через точки $A(-2, 1, 3)$, $B(3, 4, -1)$, $C(2, -4, 5)$.
2. Найти уравнение прямой L , которая проходит через точку $D(-1, -3, 2)$ перпендикулярно плоскости α .
3. Найти точку пересечения прямой L с плоскостью $2x - y + z + 3 = 0$
4. Найти прямую, проходящую через точки $A(-2, 1, 3)$ и $B(3, 4, -1)$.
5. Найти угол между этой прямой и прямой L .

Ответы:

1. $14x + 26y + 37z - 109 = 0$;

2. $\frac{x+1}{14} = \frac{y+3}{26} = \frac{z-2}{37}$;

3. $(-\frac{41}{13}; -7; \frac{48}{13})$;

$$4. \frac{x+2}{5} = \frac{y-1}{3} = \frac{z-3}{-4};$$

$$5. \frac{\pi}{2}.$$

Критерий оценивания.

Каждая задача оценивается тремя баллами. Три балла ставится, если задача полностью решена. Два балла ставится, если студент знает формулу или алгоритм решения задачи, умеет их применять, но делает вычислительные ошибки. Один балл ставится, если студент знает формулу или алгоритм решения задачи, но не умеет их применять. Ноль баллов – если не знает формулу или алгоритм решения задачи.

Максимально возможное число набранных баллов – 15. Оценка «отлично» ставится за 14 - 15 баллов. Оценка «хорошо» ставится за 11 - 13 баллов. Оценка «удовлетворительно» ставится за 7 - 10 баллов. Оценка «неудовлетворительно» ставится за 0 - 6 баллов.

Тема. Системы линейных алгебраических уравнений (СЛУ).

Задачи.

1. Решить СЛУ методом Жордана-Гаусса.

$$1. \begin{cases} 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 11x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 8. \end{cases}$$

$$2. \begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -x_1 + x_2 - 13x_3 - 18x_4 = -1. \end{cases}$$

$$3. \begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8, \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6. \end{cases}$$

$$4. \begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5, \\ -x_1 - 5x_2 + 7x_3 = -1. \end{cases}$$

$$5. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 6x_4 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

$$6. \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

Ответы:

$$1. X = (x_1; -5x_1 - 4x_4; 11x_1 + 9x_4 + 2; x_4), \quad x_1, x_4 \in \mathbb{R};$$

$$2. X = (x_2 - 0.125x_4 + 1; x_2; 1.375x_4; x_4), \quad x_2, x_4 \in \mathbb{R};$$

$$3. \emptyset;$$

$$4. (0.875; 1.25; 0.875);$$

$$5. X = (x_1; 8x_1; -10x_1; 1.5x_1), \quad x_1 \in \mathbb{R};$$

$$6. X = (x_1; 3 - 2x_1; -4 + 2x_1; -2 + x_1), \quad x_1 \in \mathbb{R}.$$

2. Найти два опорных решения СЛУ.

$$1. \begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 6x_1 - 5x_2 + x_4 = 5 \end{cases} \quad 2. \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_4 = 7 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 3 \end{cases}$$

Ответы:

$$1. X = (0; 0; 2; 5), \quad X = \left(\frac{2}{3}; 0; 0; 1\right).$$

2. $X = (0; 7; 3; 0), \quad X = (0; 13; 0; 3).$

Контрольная работа № 2 (типовые варианты).

Вариант 1.

1. Найти общее решение СЛУ и одно из частных решений.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

2. Найти два опорных решения СЛУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5, \\ -x_1 + x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

Ответы:

1. $X = (5.5x_2 + 6x_4 + 3.5; x_2; 3.5x_2 + 5x_4 + 1.5; x_4), \quad x_2, x_4 \in R$

$X = (3.5; 0; 1.5; 0)$

2. $X = (0; 0; 5; 2); \quad X = (0; 9; 2; 0).$

Вариант 2.

1. Найти общее решение СЛУ и одно из частных решений.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 7, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

2. Найти два опорных решения СЛУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 - 7x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

Ответы:

1. $X = \left(\frac{1}{3}x_2 - x_4 - \frac{2}{3}; x_2; \frac{5}{3}x_2 - \frac{5}{3}; x_4\right), \quad x_2, x_4 \in R$

$X = \left(-\frac{2}{3}; 0; -\frac{5}{3}; 0\right)$

2. $X = (0; 5; 0; 2), \quad X = (1; 3; 0; 0)$

Критерий оценивания.

Каждая задача оценивается двумя баллами. Два балла ставится, если задача полностью решена. Одина балла ставится, если студент знает алгоритм решения задачи, умеет его применять, но делает вычислительные ошибки. Ноль баллов – если не знает алгоритм решения задачи.

Максимально возможное число набранных баллов – 4. Оценка «отлично» ставится за 4 балла. Оценка «хорошо» ставится за 3 балла. Оценка «удовлетворительно» ставится за 2 балла. Оценка «неудовлетворительно» ставится за 0 - 1 баллов

Тема. Определители и матрицы.

Задачи.

1. Вычислить определитель: а) разложив его по элементам какой-либо строки; б) разложив его по элементам какого-либо столбца; в) получив предварительно в какой-либо строке или столбце нули.

$$1. \begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & -6 & 0 \end{vmatrix} 2. \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix}$$

Ответы: 1. 48; 2. 54

2. Найти матрицу, обратную к матрице.

$$1. A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} 2. A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$$

Ответы:

$$1. A^{-1} = 0.2 \begin{pmatrix} -3 & 2 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} 2. A^{-1} = 0.125 \begin{pmatrix} 2 & -3 & -7 \\ -2 & -1 & 5 \\ -4 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Даны матрицы A, B, C. Найти те из произведений AB, BA, AC, CA, BC, CB, которые имеют смысл.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Ответы:

$$BA = \begin{pmatrix} -2 & 0 & -2 \\ 3 & -1 & 5 \end{pmatrix}; AC = \begin{pmatrix} 4 & 9 & 50 \\ 2 & 4 & 60 \end{pmatrix}$$

4. Для матрицы A найти все перестановочные с ней матрицы B.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix}$$

$$\text{Ответ: } \begin{pmatrix} a & b \\ -b & a+b \end{pmatrix}, a, b \in R.$$

5. Решить СЛУ двумя способами: по правилу Крамера и с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -3, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 = 8, \\ 2x_1 + x_2 - x_3 = -1. \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 5x_1 - x_2 + x_3 = 9, \\ x_1 + x_2 - 4x_3 = -9. \end{cases}$$

$$\text{Ответ: } X = (-1; 2; 1)$$

$$\text{Ответ: } X = (1; -2; 2)$$

Контрольная работа №3 (типовые варианты)

Вариант 1

$$1. \text{ Найти матрицу, которую нужно прибавить к } \begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 & 6 \\ 0 & 5 & -1 & -5 \\ 2 & 8 & 0 & 8 \\ 1 & -7 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \text{ чтобы получить}$$

единичную матрицу.

$$2. \text{ Вычислить определитель } \begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 7 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}.$$

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

4. Найти произведение матриц $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 & 2 \\ 7 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 2 \\ 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Найти матрицу обратную к матрице $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$.

6. Решить СЛУ двумя способами: по правилу Крамера и с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + x_3 = -2, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 4, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 = 4. \end{cases}$$

Ответы:

1. $\begin{pmatrix} 4 & -4 & -1 & -6 \\ 0 & -4 & 1 & 5 \\ -2 & -8 & 1 & -8 \\ -1 & 7 & -1 & -1 \end{pmatrix}$ 2. 66 3. 9 4. $\begin{pmatrix} 0 & -5 \\ -2 & -14 \\ 6 & 2 \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} -8 & 29 & -11 \\ -5 & 18 & -7 \\ 1 & -3 & 1 \end{pmatrix}$

6. $X = (1; 2; -1)$

Вариант 2.

1. Найти матрицу, которую нужно прибавить к $\begin{pmatrix} -8 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, чтобы получить

$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 & -5 & 9 \\ -3 & 1 & -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$.

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 8 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$.

4. Найти произведение матриц $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

5. Найти матрицу обратную к матрице $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

6. Решить СЛУ двумя способами: по правилу Крамера и с помощью обратной матрицы

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 2x_3 = -1, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2, \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 5. \end{cases}$$

Ответы: 1. $\begin{pmatrix} 12 & 5 & 0 & -3 & -2 \\ 0 & 0 & 1 & -7 & 4 \\ -6 & 2 & -4 & -4 & 2 \end{pmatrix}$ 2. -238 3. 90 4. $\begin{pmatrix} -2 & 5 & 5 \\ 1 & 0 & -5 \end{pmatrix}$ 5. $\begin{pmatrix} 1 & -1 & 1 \\ -38 & 41 & -34 \\ 27 & -29 & 24 \end{pmatrix}$

Критерий оценивания.

Каждая задача оценивается тремя баллами. В шестом задании каждый способ решения оценивается тремя баллами. Три балла ставится, если задача полностью решена. Два балла ставится, если студент знает алгоритм решения задачи, умеет его применять, но делает вычислительные ошибки. Один балл ставится, если студент знает алгоритм решения задачи, но не умеет его применять. Ноль баллов – если не знает алгоритм решения задачи.

Максимально возможное число набранных баллов – 21. Оценка «отлично» ставится за 19-21 баллов. Оценка «хорошо» ставится за 15 - 18 баллов. Оценка «удовлетворительно» ставится за 9 - 14 баллов. Оценка «неудовлетворительно» ставится за 0 - 8 баллов.

Тема. Элементы линейного программирования.

Задачи.

1. Данные задачи записать в таблицу. Построить математическую модель задачи. Решить задачу графическим методом.

а) Фабрика выпускает два вида красок: для наружных и внутренних работ. Для их производства используется два вида сырья А и В. Запас сырья вида А 6 тонн в сутки, сырья В 8 тонн в сутки. На производство 1 тонны краски для наружных работ расходуется 1 единица сырья вида А и 2 единицы сырья вида В, а на производство 1 тонны краски для внутренних работ расходуется 2 единицы сырья вида А и 1 единица сырья вида В. Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску для внутренних работ никогда не превышает спроса на краску для внешних работ больше, чем на 1 тонну. Кроме того установлено, что спрос на краску для внутренних работ никогда не превышает 2 тонн в сутки. Оптовые цены одной тонны краски равны: 3 тыс. руб. для краски для наружных работ; 2 тыс. руб. для краски для внутренних работ. Установить, какое количество краски каждого вида надо производить, чтобы доход от реализации продукции был максимальным.

б) Фирма по переработке картофеля производит три вида продукции: дольки, кубики и хлопья. Анализ загруженности оборудования и спроса на рынке показывает

возможность произвести и сбыть до 1,8 т долек, 1,2 т кубиков и 2,4 т хлопьев. Необходимый для переработки картофеля фирма закупает у двух поставщиков. Из 1 т картофеля первого поставщика получается 0,2 т долек, 0,2 т кубиков и 0,3 т хлопьев. Из 1 т картофеля второго поставщика получается 0,3 т долек, 0,1 т кубиков и 0,3 т хлопьев. Доход от реализации готовой продукции, которые можно получить из одной т картофеля каждого поставщика составляет 5 д.е. для первого поставщика и 6 д.е. для второго поставщика. Какое количество картофеля надо приобрести у каждого поставщика, чтобы обеспечить максимальную прибыль от реализации готовой продукции с учетом возможности ее сбыта.

Ответ: а) $X = \left(\frac{10}{3}; \frac{4}{3}\right)$, $F_{max} = \frac{38}{3}$; б) $X = (4.5; 3)$, $F_{max} = 40.5$;

2. Решить ЗЛП графическим методом.

$F = x_1 + x_2$ (max) $F = x_1 + x_2$ (min) $F = x_1 - x_2$ (max)

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 12 \\ 7x_1 + 4x_2 \leq 28 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 - x_2 \geq -4 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 3x_1 - 2x_2 \geq -7 \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Ответы:

$X = \left(\frac{20}{9}; \frac{28}{9}\right)$, $F_{max} = \frac{16}{3}$; $X = \left(\frac{4}{3}; \frac{4}{3}\right)$, $F_{min} = \frac{8}{3}$; задача неразрешима

$F = x_1 - 3x_2$ (min)

$F = x_1 - x_2$ (max)

$F = x_1 - 2x_2$ (min)

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + x_2 \leq 5 \\ x_1 - x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} -4x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \geq 10 \\ x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$X = (2; 2)$, $F_{min} = -4$; $X = (2 - \lambda; 1 - \lambda)$, $\lambda \in [0, 1]$ $X = (5; 8)$, $F_{min} = -11$;
 $F_{max} = 1$

3. Записать транспортную задачу в таблицу. Построить ее математическую модель. Найти первоначальное распределение поставок и вычислить стоимость перевозки по этому плану. Перейти по циклу к другому распределению поставок и вычислить стоимость перевозки по этому плану.

а) $A = (180 \quad 60 \quad 80)$, $B = (120 \quad 40 \quad 60 \quad 80)$, $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$

$$6) A = (140 \quad 180 \quad 160), \quad B = (60 \quad 70 \quad 120 \quad 130 \quad 100), \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 & 4 \\ 8 & 4 & 1 & 4 & 1 \\ 9 & 7 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

1. Векторы. Определение основных понятий. Операции над векторами.
2. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Операции над векторами в координатной форме.
3. Способы задания прямой на плоскости и в пространстве.
4. Каноническое уравнение прямой, общее уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом, пучок прямых.
5. Угол между прямыми. Условие перпендикулярности прямых.
6. Способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости.
7. Линейные уравнения и системы линейных уравнений. Определение основных понятий.
8. Равносильные преобразования системы линейных уравнений.
9. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса и методом Жордана-Гаусса.
10. Базисные и опорные решения системы линейных уравнений.
11. Определение пространства R^n .
12. Линейная зависимость и независимость векторов.
13. Базис пространства R^n
14. Некоторые геометрические объекты в пространстве R^n .
15. Понятие матрицы и действия с матрицами.
16. Понятие определителя матрицы. Свойства определителей
17. Обратная матрица.
18. Правило Крамера.
19. Задача планирования производства.
20. Постановка задачи линейного программирования. Основные понятия и их определения.
21. Графическое решение задачи линейного программирования.
22. Решение задачи симплекс-методом с графической иллюстрацией.
23. Алгоритм симплекс-метода.
24. Постановка транспортной задачи. Основные понятия и их определения.

25. Первоначальное распределение поставок. Переход от одной поставки к другой по циклу.

Примеры заданий письменного зачета:

1 вариант.

1. Перечислить все способы задания прямой на плоскости и написать соответствующие уравнения.

Найти угол между прямыми $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{5}$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2}$.

.При каком значении прямые $2x - 3y + 5 = 0$ и $kx + 7y - 5 = 0$

а) параллельны; б) перпендикулярны?

2. Записать данную СЛУ в матричном виде.

Дайте определение обратной матрицы. Решить СЛУ с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 3, \\ x_1 - x_2 = -1. \end{cases}$$

Решить СЛУ по правилу Крамера.

3. Написать СЛУ, состоящую из 2-х уравнений с 4-мя переменными, в разрешенном виде. Записать общее решение этой СЛУ. Записать эту СЛУ в таблицу. Записать базисное решение СЛУ. Дать определение базисного решения. Перейти от этого базисного решения к другому. Будут ли эти решения опорными? Дать определение опорного решения.

4. Базис в пространстве R^2 . Какие два вектора могут образовывать базис в пространстве R^2 ?

Базис в пространстве R^3 . Какие три вектора могут образовывать базис в пространстве R^3 ?

Базис в пространстве R^n . Какие вектора могут образовывать базис в пространстве R^n ?

5. Дана ЗЛП:

$$f = x_1 - x_2 \quad (\min)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

Сформулировать эту задачу. Описать алгоритм графического способа решения задачи ЛП. Какой вид имеет допустимое множество? Дать определения линии уровня целевой функции и вектора - градиента. Найти решение этой задачи.

6. Дана транспортная задача

$$A = (3, 5, 2), \quad B = (2, 8) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Сформулировать задачу; записать математическую модель этой задачи. Записать данные в таблицу. Найти первоначальный план поставок по методу северо-западного угла и стоимость перевозки по этому плану. Перейти к другому плану поставок по циклу и найти стоимость перевозки по новому плану.

Вариант 2.

1. Перечислить все способы задания плоскости и написать соответствующие уравнения.

Найти угол между плоскостями $2x - y + z - 5 = 0$ и $x - 5y + 2z - 1 = 0$

При каком значении k прямые $3x - ky + 1 = 0$ и $5x - y + 2 = 0$

а) параллельны; б) перпендикулярны?

2. Записать данную СЛУ в матричном виде.

Дать определение обратной матрицы. Решить СЛУ с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ -x_1 + x_2 = 4. \end{cases}$$

Решить СЛУ по правилу Крамера.

3. Написать СЛУ, состоящую из 2-х уравнений с 4-мя переменными, в разрешенном виде. Записать общее решение этой СЛУ. Записать эту СЛУ в таблицу. Записать базисное решение СЛУ. Дать определение базисного решения. Перейти от этого базисного решения к другому. Будут ли эти решения опорными? Дать определение опорного решения.

4. Базис в пространстве R^2 . Какие два вектора могут образовывать базис в пространстве R^2 ?

Базис в пространстве R^3 . Какие три вектора могут образовывать базис в пространстве R^3 ?

Базис в пространстве R^n . Какие вектора могут образовывать базис в пространстве R^n ?

5. Дана ЗЛП:

$$f = x_1 + 3x_2 \text{ (max)}$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

Сформулировать эту задачу. Описать алгоритм графического способа решения задачи ЛП. Какой вид имеет допустимое множество? Дать определения линии уровня целевой функции и вектора - градиента. Найти решение этой задачи.

6. Дана транспортная задача: $A = (12, 18)$ $B = (7, 10, 13)$ $C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$

Сформулировать задачу; записать математическую модель этой задачи. Записать данные в таблицу. Найти первоначальный план поставок по методу северо-западного угла и стоимость перевозки по этому плану. Перейти к другому плану поставок по циклу и найти стоимость перевозки по новому плану.

Тема. Теория пределов.

Задачи для самостоятельной работы:

1. Найти пределы:

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20} \lim_{x \rightarrow -1} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^2 + x + 2} \lim_{x \rightarrow 1} \frac{2x^2 - 3x - 1}{x^4 - 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^3 - 5x + 6}{10x^2 - 12x + 20} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2 + 2x - 1}{-x^4 + 2} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 3x - 1}{5x^2 + 3x + 1}$$

$$\lim_{x \rightarrow -4} \frac{\sqrt{x+20} - 4}{x^3 + 64} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{x^2 + 4} - 2}{\sqrt{x^2 + 16} - 4} \lim_{x \rightarrow -2} \frac{\sqrt{2-x} - \sqrt{x+6}}{x^2 - x - 6}$$

$$\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x+5}{2x+1} \right)^{3x} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1-x}{2-x} \right)^{5x} \lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x}{x-3} \right)^{3x-1}$$

Ответы: $1/8$; $-4/3$; $1/4$; ∞ ; 0 ; $2/5$; $1/384$; 2 ; $1/10$; e^6 ; e^5 ; e^9

2. Найти пределы, используя эквивалентные бесконечно малые:

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\arcsin 5x}{\operatorname{tg} 2x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{2x} - 1}{x^3 + 27x} \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 8x}{\sin^2 x}$$

Ответы: $5/2$; $2/27$; 32 .

3. Найти пределы, используя правило Лопиталья:

$$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 7x^2 + 4x + 2}{x^3 - 5x + 4} \lim_{x \rightarrow \infty} \frac{2x^2 - 5x + 6}{10x^2 - 12x + 20} \lim_{x \rightarrow \infty} x^3 e^{-x}$$

Ответы: $7/2$; $1/5$; 0 .

4. Найти асимптоты функции:

$$y = \frac{x^3 - 1}{x^2 + 4} \quad y = \frac{x^3 - 2x - 1}{x^2 - 9} \quad y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x^2 - x - 2} \quad y = \frac{x^3 - 2x - 1}{1 - x} \quad y = \frac{x^2 - 2x - 1}{x + 5}$$

Ответы: $y = x$; $x = \pm 3$, $y = x$; $x = -1$, $x = 2$, $y = 1$; $x = 1$; $x = -5$, $y = x - 7$.

Самостоятельная работа (типовые варианты).

Найти асимптоты графика функции. Найти точки пересечения графика функции с осями координат. Изобразить эти элементы исследования функции на чертеже.

$$1. y = \frac{1 - 2x^2}{x^2 + 2x - 3} \quad 2. y = \frac{1 - 2x^3}{x^2 + 3x - 4} \quad 3. y = \frac{5x^3}{x^2 - 9}$$

Ответы

$$1. x = -3, x = 1, y = -2 \quad \left(0, -\frac{1}{3}\right), (\pm 0.5\sqrt{2}, 0)$$

$$2. x = -4, x = 1, y = -2x + 6 \quad (0, -0.25), (0.5\sqrt[3]{4}, 0)$$

$$3. x = \pm 3, y = 5x \quad (0, 0).$$

Критерий оценивания.

Если все задания работы выполнены правильно, то оценка работы – «отлично».
Если студент владеет алгоритмом нахождения вертикальных асимптот и знает формулы

для нахождения наклонной асимптоты и правильно выполняет одно из заданий, то ставится оценка «хорошо». Если студент знает алгоритм нахождения вертикальных асимптот и знает формулы для нахождения наклонной асимптоты, но ни одно из заданий правильно не выполняет, то оценка работы – «удовлетворительно». Если все задания работы не выполнены, то оценка – «неудовлетворительно».

Тема. Дифференциальное исчисление.

Задачи.

1. Исследовать функцию на монотонность и экстремум

$$y = x^4 - 2x^2 - 5, y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7$$

Ответы:

$$y_{\min} = y(1) = -6; y_{\min} = y(3) = -20;$$

$$y_{\max} = y(0) = -5; y_{\max} = y(-1) = 12;$$

$$y = x \ln x, y = x^2 \ln x, y = x^4 \ln x$$

Ответы:

$$y_{\min} = y(e^{-1}) = -e^{-1}; y_{\min} = y(e^{-0.5}) = -0.5e^{-1}; y_{\min} = y(e^{-0.25}) = -0.25e^{-1}$$

$$y = \frac{\ln x}{x}, y = xe^{-x}$$

Ответы:

$$y_{\max} = y(e) = e^{-1}, y_{\max} = y(1) = e^{-1}$$

$$y = xe^x, y = x^2e^x$$

Ответы:

$$y_{\min} = y(-1) = -e^{-1}, y_{\min} = y(0) = 0$$

$$y_{\max} = y(-2) = 4e^{-2}$$

2. Исследовать функцию на выпуклость и точки перегиба

$$y = x^3 - 3x^2 - 9x + 7, \quad y = x^3 - 6x^2 + 8x, \quad y = 3x^5 - 5x^4 + 3x - 2$$

Ответы:

$$y_{\text{пер}} = y(9) = -4; \quad y_{\text{пер}} = y(2) = 12; \quad y_{\text{пер}} = y(1) = -1;$$

$$y = x^2 \ln x, \quad y = xe^x, \quad y = xe^{-x}$$

Ответы:

$$y_{\text{пер}} = y(e^{-1.5}) = -1.5e^{-3}; \quad y_{\text{пер}} = y(-2) = -2e^{-2}; \quad y_{\text{пер}} = y(2) = 4e^{-2};$$

3. Исследовать функцию и построить ее график

$$y = x^4 - 13x^2 + 36, y = x^3 + 6x^2, y = x^3 + 4x,$$

$$y = x \ln x, \quad y = xe^x, \quad y = e^{-x^2}.$$

Контрольная работа №4

Исследовать функцию и построить ее график.

1. $y = -x^3 + x^2$

$$2. \quad y = x^3 - 1.5x^2$$

$$3. \quad y = x^3 - 3x^2$$

$$4. \quad y = x^3 + 3x^2$$

$$5. \quad y = \frac{1}{3}x^3 + x^2$$

$$6. \quad y = 3x^3 - x$$

$$7. \quad y = -x^3 + x$$

$$8. \quad y = x^3 - 3x$$

$$9. \quad y = -\frac{1}{3}x^3 + 4x$$

$$10. \quad y = 8x^3 - 6x$$

$$11. \quad y = x^4 - 8x^2 + 16$$

$$12. \quad y = x^4 - 2x^2 + 5$$

$$13. \quad y = x^4 - 4x^2 + 3$$

$$14. \quad y = x^4 - 4x^2$$

$$15. \quad y = \frac{1}{4}x^4 - 2x^2$$

$$16. \quad y = x^4 - 2x^2$$

$$17. \quad y = -\frac{1}{5}x^4 + \frac{4}{5}x^3$$

$$18. \quad y = -\frac{1}{4}x^4 + x^3$$

$$19. \quad y = -\frac{1}{4}x^4 + 8x$$

$$20. \quad y = x^4 - 8x^3 + 16x^2$$

Критерий оценивания.

Если исследование функции выполнено правильно и график построен верно, то оценка работы «отлично». Если исследование функции выполнено правильно, а при построении графика допущены ошибки, то оценка работы – «хорошо». Если студент знает алгоритм

исследования функции, но допускает вычислительные ошибки, то оценка работы – «удовлетворительно». Если студент не знает алгоритм, то оценка работы – «неудовлетворительно».

Тема. Интегральное исчисление.

Задачи.

1. Найти интегралы, используя метод замены переменной:

$$\int \frac{dx}{3x+1} \int \frac{dx}{5-4x} \int \frac{\ln^5 x}{x} dx \int \frac{dx}{x\sqrt{\ln^3 x}}$$

Ответы:

$$\frac{1}{3} \ln|3x+1| + C - \frac{1}{4} \ln|5-4x| + C \frac{1}{6} \ln^6 x + C \frac{-2}{\sqrt{\ln x}} + C$$

$$\int \cos x \sqrt{\sin x} dx \int \frac{\sin x}{\cos^4 x} dx \int x^3 e^{x^4} dx \int e^{\sin x} \cos x dx$$

Ответы:

$$\frac{2}{3} \sin x \sqrt{\sin x} + C \frac{1}{3} \cos^3 x + C 0.25 e^{x^4} + C e^{\sin x} + C$$

2. Найти интегралы, используя метод интегрирования по частям:

$$\int x \sin 3x dx \int x e^{2x} dx \int x \ln 3x dx$$

Ответы:

$$-\frac{1}{3} \cos 3x + \frac{1}{9} \sin 3x + C 0.25(2x-1)e^{2x} + C 0.25x^2(2 \ln x - 1) + C$$

3. Найти интегралы, используя дополнительную таблицу интегралов:

$$\int \frac{dx}{\sqrt{16-4x^2}} \int \frac{dx}{9x^2+1} \int \frac{dx}{9x^2-4} \int \frac{dx}{\sqrt{4x^3-25}}$$

Ответы:

$$0.5 \arcsin \frac{x}{2} + C \frac{1}{3} \operatorname{arctg} 3x + C \frac{1}{12} \ln \frac{3x-2}{3x+2} + C 0.5 \ln |2x + \sqrt{4x^2-25}| + C$$

4. Вычислить определенные интегралы.

$$\int_{-1}^2 (2-x)^3 dx \int_{-2}^1 (2x-6)^5 dx$$

Ответы: 20.25 32/3

5. Найти площадь фигуры, ограниченную графиками функций. Сделать чертеж.

$$y = 5x^2 + 10x \quad y = x+2 \quad y = -3x^2 + x + 5 \quad y = -x+4$$

Ответы: 231/150; 41/54;

Контрольная работа 5 (типовой вариант).

Найти неопределенные интегралы, вычислить определенные интегралы.

Ответы:

$$1. \int \frac{dx}{7x-1} \frac{1}{7} \ln|7x-1| + C$$

$$2. \int \frac{dx}{x \ln^3 x} -0.5 \ln^{-2} x + C$$

$$3. \int \frac{\sin x}{\cos^2 x} dx \frac{1}{\cos x} + C$$

$$4. \int x^3 e^{-x^4} dx -0.25 e^{-x^4} + C$$

$$5. \int_{-1}^2 \frac{x^3}{5x^4+1} dx 0.05 \ln 13.5$$

$$6. \int x e^{-2x} dx -0.25(2x+1)e^{-2x} + C$$

$$7. \int x \ln 7x dx 0.25x^2(2 \ln 7x - 1) + C$$

$$8. \int \frac{dx}{3x^2-6} \frac{1}{6\sqrt{2}} \ln \frac{x-\sqrt{2}}{x+\sqrt{2}} + C$$

Критерий оценивания.

Каждый правильно найденный интеграл оценивается в один балл. Максимально возможное количество баллов – 8. Если набранная сумма баллов 8, то оценка работы «отлично». Если сумма баллов 6 или 7, то оценка работы – «хорошо». Если сумма баллов 4 или 5, то оценка работы – «удовлетворительно». Если сумма баллов 0 – 3, то оценка работы – «неудовлетворительно».

Расчетная самостоятельная работа 1 (типовые варианты).

Вычислить площадь фигуры, ограниченную графиками функций. Сделать чертеж.

$$1. f(x) = x^2 - 6x - 3 \quad g(x) = -x + 3 \quad \text{Ответ: } S=343/6$$

$$2. f(x) = x^2 - 3x \quad g(x) = -3x + 4 \quad \text{Ответ: } S=32/3$$

$$3. f(x) = x^2 - 6x + 11 \quad g(x) = x + 1 \quad \text{Ответ: } S=4.5$$

$$4. f(x) = x^2 - 3x - 5 \quad g(x) = -x - 2 \quad \text{Ответ: } S=32/3$$

$$5. \quad f(x) = -x^2 + 5x - 2 \quad g(x) = -x + 3 \quad \text{Ответ: } S=32/3$$

$$6. \quad f(x) = -x^2 + 6x \quad g(x) = x + 4 \quad \text{Ответ: } S=4.5$$

$$7. \quad f(x) = 2x^2 + 3x - 1 \quad g(x) = x + 3 \quad \text{Ответ: } S=9$$

$$8. \quad f(x) = -x^2 + 3x + 7 \quad g(x) = 2x + 1 \quad \text{Ответ: } S=125/6$$

$$9. \quad f(x) = -x^2 - 8x - 13 \quad g(x) = x + 5 \quad \text{Ответ: } S=4.5$$

$$10. \quad f(x) = -x^2 + 4x - 5 \quad g(x) = -4x + 2 \quad \text{Ответ: } S=36$$

Критерий оценивания.

Если правильно построен чертеж, верно написан интеграл для вычисления площади и вычисления выполнены правильно, то оценка работы – «отлично». Если правильно построен чертеж, верно написан интеграл для вычисления площади, но при вычислениях сделаны ошибки, то оценка работы – «хорошо». Если правильно построен чертеж, но неверно написан интеграл для вычисления площади (но вычисления доведены до конца), то оценка работы – «удовлетворительно». Если неправильно построен чертеж и неверно написан интеграл, то оценка – «неудовлетворительно».

Тема. Функции двух переменных.

Задачи.

1. Найти область определения функции двух переменных. Сделать чертеж

$$z = \sqrt{9 - x^2 - y^2} + \ln(x - y) \quad z = \sqrt{25 - x^2 - y^2} + \ln(x^2 - y) \quad z = \arcsin(x - y)$$

2. Найти линии уровня функции двух переменных. Сделать чертеж.

$$z = x^2 + y^2 \quad z = x^2 - y \quad z = 2x - 3y$$

3. Исследовать функцию двух переменных на экстремум.

$$z = x^2 + y^2 + xy + x - y + 1 \quad \text{Ответ: } z_{\min} = z(-1; 1) = 0$$

$$z = x^3 + 8y^3 - 6xy + 5 \quad \text{Ответ: } z_{\min} = z(1; 0.5) = 4$$

$$z = y\sqrt{x} - 2y^2 - x + 14y \quad \text{Ответ: } z_{\max} = z(2; 4) = 26$$

Расчетная самостоятельная работа (типовой вариант).

Для функции, заданной таблично, найти эмпирические функции:

1. Линейную функцию, проходящую через первую и последнюю точки;
2. Линейную функцию, вычисленную по методу наименьших квадратов;

Оценить погрешности для каждой из полученных функций и сравнить результаты. Построить графики заданной функции и найденных эмпирических функций на одном чертеже. Найти значения функций при x_0 .

1.	x	2	4	6	8	10
	y	1	3	4	6	9

$$x_0 = 2.5$$

$$\text{Ответ: 1. } y = x - 1; \sum_{i=1}^5 \varepsilon_i^2 = 2; y_0 = 1.5$$

$$2. y = 0.95x - 1.1; \sum_{i=1}^5 \varepsilon_i^2 = 1.1; y_0 = 1.275$$

Критерий оценивания.

Первое задание оценивается в два балла. Второе задание оценивается в четыре балла. Если набранная сумма баллов 6, то оценка работы «отлично». Если сумма баллов 4 или 5, то оценка работы – «хорошо». Если сумма баллов 3, то оценка работы – «удовлетворительно». Если сумма баллов 0 – 2, то оценка работы – «неудовлетворительно».

Тема. Случайные события.

Задачи.

1. Подбросили два кубика. Сколько событий образует пространство элементарных событий. Указать для данного эксперимента невозможное событие, найти его вероятность; достоверное событие, найти его вероятность; случайное событие, найти его вероятность; два несовместных события, найти вероятность их суммы; два совместных события, найти вероятность их суммы.
2. Слово интеграл составлено из букв – карточек разрезной азбуки. Наугад достают четыре карточки и выкладывают одну за другой в порядке появления. Найти вероятность получить слово «игра». Ответ: $1/1680$
3. В группе из 30 студентов экзамен по математике на «отлично» сдали 3 студента, на «хорошо» - 12, на «удовлетворительно» - 10, а остальные студенты получили «неудовлетворительно». Из группы наугад выбирают двух студентов. Найти вероятность того, что они получили неудовлетворительные оценки. Ответ: $2/87$.
4. Из 10 билетов лотереи 2 выигрышных. Наугад покупают 5 билетов. Найти вероятность того, что среди них будет один выигрышный; два выигрышных; ни одного выигрышного; хотя бы один выигрышный. Ответ: $5/9$; $5/36$; $7/9$
5. 10 разных книг, среди которых две книги одного автора, расположены на одной полке. Найти вероятность того, что две книги одного автора будут стоять рядом. Ответ: 0.2

6. Три учебника по математике и два по экономике произвольно расположены на одной полке. Найти вероятность того, что учебники по одному предмету окажутся рядом.
Ответ: 0.2
7. По железной дороге перевозят a легковых и b грузовых автомобилей. В дороге два автомобиля получили повреждения. Найти вероятность того, что эти автомобили разных видов. Ответ: $\frac{2ab}{(a+b)(a+b-1)}$
8. В группе учатся 20 юношей и 5 девушек. Для дежурств Ответа выбирают двух человек. Найти вероятность того, что выберут а) двух девушек; б) двух юношей; в) девушку и юношу. Ответ: 1/30; 19/30; 1/3.
9. Два станка работают независимо друг от друга. Вероятность бесперебойной работы первого станка в течение часа равна 0,85, а второго 0,9. Найти вероятность того, что в течение часа возникнут нарушения в работе только у одного станка. Ответ: 0.22
10. Вероятность полной реализации своей продукции одним заводом равна 0,9, а другим заводом -0,95. Найти вероятность того, что хотя бы один из заводов реализует свою продукцию, если они реализуют ее независимо друг от друга. Ответ: 0.995
11. Куб, все грани которого окрашены, разрежали на 1000 одинаковых кубиков. Кубики перемешали и наудачу достали один кубик. Найти вероятность следующих событий: одна грань кубика окрашена; две грани окрашены; три грани окрашены; четыре грани окрашены; ни одна грань не окрашена; хотя бы одна грань окрашена. Ответ: 0.384; 0.996; 0.008; 0; 0,512 0,488
12. В окружность вписан квадрат (равносторонний треугольник, правильный шестиугольник). В круг бросается точка. Найти вероятность, что она попадет в квадрат (треугольник, шестиугольник). Ответ: $2/\pi$; $3\sqrt{3}/4\pi$; $3\sqrt{2}/2\pi$;
13. В квадрат (равносторонний треугольник, правильный шестиугольник) вписан круг. В квадрат (равносторонний треугольник, правильный шестиугольник) бросается точка. Найти вероятность того, что точка попадет в круг. Ответ: $\pi/4$; $\pi/3\sqrt{3}$; $\pi/2\sqrt{3}$
14. Два друга договорились встретиться в условленном месте в промежутке от 19 до 20 часов. Пришедший первым ждет другого не более 15 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что они не встретятся. Ответ 49/64
15. На отрезок [2,5] наудачу бросаются две точки. Найти вероятность того, что расстояние между ними будет меньше двух. Ответ: 8/9
16. Вероятность попадания в мишень первого стрелка равна 0,8, а второго равна 0,7. Стрелки независимо друг от друга сделали по одному выстрелу. Найти вероятность того, что, хотя бы один стрелок попал в мишень. Ответ: 0.94
17. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0,7, для второго – 0,8, для третьего -0,9. Найти

вероятность того, что все три стрелка попадут в цель. Найти вероятность того что цель будет поражена Ответ: 0.504; 0.994

18. В группу спортсменов входят 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность того, что лыжник выполнит норму разряда, равна 0,95, велосипедист – 0,8, а бегун – 0,75. Найти вероятность того, что спортсмен выполнит норму разряда. Ответ: 0.893
19. Две секретаря заполняют документы, которые складывают в общую папку. Первый секретарь делает ошибку в документе с вероятностью 0,05, а второй – с вероятностью – 0,1. Первый секретарь заполнил 20 документов, а второй – 30. Наугад взятый из папки документ оказался с ошибкой. Найти вероятность того, что его заполнил первый секретарь. Ответ: 0.25
20. Рабочий обслуживает четыре станка, которые работают независимо друг от друга. Вероятность сбоя для каждого станка на протяжении смены равна 0,1. Найти вероятность того, что на протяжении смены: а) работать будут работать безотказно 3 станка; б) будут работать все станки; в) произойдет сбой в работе хотя бы одного станка. Ответ: 0.2916; 0.6561; 0.3439.
21. Известно, что всходит лишь 75% семян. Найти вероятность того, что из 500 посаженных семян не взойдет 130. Ответ: 0.036
22. Проверяют документацию 100 предпринимателей. Вероятность оплаты налогов для каждого из них равна 0,8. Найти вероятность того, что налоги оплатили не менее 70 предпринимателей. Найти наиболее вероятное число оплативших налоги и вероятность того, что именно это число предпринимателей оплатили налоги. Ответ: 0.9938; 80; 0.25
23. Из 10 лотерейных билетов три выигрышных. При подготовке к вечеру один билет потеряли, и было решено добавить один выигрышный. Какова стала вероятность вытянуть выигрышный билет? Ответ: 0.37
24. Из 10 лотерейных билетов три выигрышных. При подготовке два билета потеряли, и было решено добавить один выигрышный. Какова стала вероятность вытянуть выигрышный билет? Ответ: 17/45

Контрольная работа № 6.

1 вариант

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превышает 10? Ответ: 1.
2. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором – с номерами от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не меньше 7? Ответ: 1.
3. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар белый или черный. Ответ: 5/14.

4. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0.75, для второго – 0.8, для третьего – 0.9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно попадут в цель. Ответ 0.54

5. В сборочный цех завода поступает 40% деталей из 1 цеха и 60% - их 2 цеха. В 1 цехе производится 90% стандартных деталей, а во 2 – 95%. Наудачу взятая сборщиком деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она изготовлена 2 цехом. Ответ: 57/73

6. Определить вероятность того, что в семье, имеющей пять детей, будет две девочки и три мальчика. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми. Ответ: 0.3125

7. Найти вероятность того, что при бросании кубика 100 раз 5 появится от 20 до 40 раз
Ответ: 0.1867

2 вариант

1. В урне 5 белых и 10 черных шаров. Какова вероятность вынуть синий шар? Ответ: 0.

2. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором – с номерами от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров равна 11? Ответ 0.25

3. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар синий или красный. Ответ: 9/14

4. В первом ящике 2 белых и 10 черных шаров, во втором – 8 белых и 4 черных. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что оба шара белые? Ответ: 2/9

5. Имеются три одинаковых по виду ящика. В первом ящике 20 белых шаров, во втором – 10 белых и 10 черных, в третьем – 20 черных. Из выбранного наугад ящика вынули белый шар. Вычислить вероятность того, что шар вынут из первого ящика. Ответ: 0.4

6. Определить вероятность того, что в семье, имеющей пять детей, будет три девочки и два мальчика. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми. Ответ 0.3125

7. Игральную кость бросают 80 раз. Определить вероятность того, что цифра «3» появится 20 раз. Ответ: 0.0162.

Критерии оценивания.

Каждая задача оценивается тремя баллами. Три балла ставится, если задача полностью решена. Два балла ставится, если студент знает формулу или алгоритм решения задачи, умеет их применять, но делает вычислительные ошибки. Один балл ставится, если студент знает формулу или алгоритм решения задачи, но не умеет их применять. Ноль баллов – если не знает формулу или алгоритм решения задачи.

Максимально возможное число набранных баллов – 21. Оценка «отлично» ставится за 19 - 21 баллов. Оценка «хорошо» ставится за 15 - 18 баллов. Оценка «удовлетворительно» ставится за 10 - 14 баллов. Оценка «неудовлетворительно» ставится за 0 - 9 баллов.

Тема. Случайные величины. Основные законы распределения, их числовые характеристики.

Задачи.

1. В ящике находятся 4 шара с номерами от 1 до 4. Вынули два шара. СВХ – произведение номеров шаров. Составить закон распределения ДСВ, найти математическое ожидание и дисперсию.

Ответ:

X_i	2	3	4	6	8	12
-------	---	---	---	---	---	----

$p_i = P(X_i)$	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6
----------------	-----	-----	-----	-----	-----	-----

35/6; 413/36.

2. В ящике находятся 4 шара с номерами от 1 до 4. Вынули два шара. Случайная величина X – сумма номеров шаров. Составить закон распределения ДСВ, найти математическое ожидание и дисперсию.

Ответ:

X_i	3	4	5	6	7
$p_i = P(X_i)$	1/6	1/6	2/6	1/6	1/6

5; 5/3.

3. Два игральных кубика одновременно бросают два раза. СВ X = число выпадений одинаковых чисел. Составить закон распределения СВ X , найти математическое ожидание и дисперсию.

Ответ

X_i	0	1	2
$p_i = P(X_i)$	25/36	10/36	1/36

1/3; 5/18.

4. После ответа студента на вопросы экзаменационного билета преподаватель задает студенту дополнительные вопросы до тех пор, пока студент обнаруживает незнание вопроса. Вероятность того, что студент ответит на любой дополнительный вопрос, равна 0,9. СВ X – число заданных дополнительных вопросов. Составить закон распределения ДСВ, найти математическое ожидание и дисперсию.

Ответ:

X_i	1	2	3
$p_i = P(X_i)$	0.9	0.09	0.009

10/9; 10/81.

5. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,8. Стрелку выдают патроны до тех пор, пока он не промахнется. Составить закон распределения СВ X – числа патронов, выданных стрелку.

Ответ:

X_i	1	2	3
$p_i = P(X_i)$	0.8	0.16	0.032

5/4 ; 5/16.

6. Проводится розыгрыш 1000 билетов лотереи, среди которых 100 билетов имеют выигрыш по 20 рублей, 10 билетов – по 100 рублей, 1 билет – 1000 рублей. Какой выигрыш в среднем приходится на один билет, если билет стоит 10 рублей.

Ответ 4.

7. Задан закон распределения ДСВ X .

X	-3	0	1	3
-----	----	---	---	---

p	a	$\frac{3}{14}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{2}{7}$
-----	-----	----------------	----------------	---------------

Найти параметр a .

Построить многоугольник распределения;

Найти функцию распределения $F(X)$;

Построить график функции распределения $F(X)$;

Найти моду $M_0(X)$;

Найти математическое ожидание $M(X)$;

Найти дисперсию $D(X)$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$;

Найти вероятность попадания СВ X на заданный промежуток: $P(-2,5 < X < 2)$

Ответ $a = 1/7; M_0(X) = 1; M_1(X) = \frac{11}{14}; D(X) = \frac{705}{196}; P = 4/7$

8. Число телефонных звонков, поступающих в справочное бюро от абонентов между полуднем и часом дня в любой день недели, есть СВ X , заданная законом распределения

X_i	0	1	2	3	4	5
$p_i = P(X_i)$	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1

а) убедитесь, что задан закон распределения;

б) найдите функцию распределения $F(X)$;

с) определите вероятность того, что между 12 час. 34 мин. и 12 час. 35 мин. в справочное бюро поступит больше двух звонков. Ответ: 0.3

9. Число ошибок на страницу, которые делает некоторая машинистка, есть СВ X , заданная законом распределения

X_i	0	1	2	3	4	5	6
$p_i = P(X_i)$	0,01	0,09	0,30	0,20	0,20	0,10	0,10

а) убедитесь, что задан закон распределения;

б) найдите функцию распределения $F(X)$;

с) определите вероятность того, что машинистка сделает более двух ошибок на страницу.

д) определите вероятность того, что ею будет сделано не более 4 ошибок на страницу.

Ответ: 0.6; 0.8.

10. Процент людей, купивших новое средство от головной боли после того, как увидели его рекламу по телевидению, есть случайная величина, заданная законом распределения

X_i	0	10	20	30	40	50
$p_i = P(X_i)$	0,10	0,20	0,35	0,20	0,10	0,05

а) убедитесь, что задан закон распределения;

б) найдите функцию распределения $F(X)$;

с) определите вероятность того, что более 20% людей откликнутся на рекламу.

Ответ: 0.35

11. Составить закон распределения количества мальчиков в семье с тремя детьми, если считать вероятности рождения мальчика и девочки равными.

Ответ:

X_i	0	1	2	3
$p_i = P(X_i)$	0.125	0.375	0.375	0.125

12. У уборщицы есть связка из четырех ключей, среди которых лишь один открывает дверь офиса. В темноте она пытается попасть в офис, пробуя ключи наугад. Составить закон распределения числа попыток открывания двери, если уборщица а) откладывает испробованный ключ; б) возвращает его в связку.

Ответ

X_i	1	2	3	4
$p_i = P(X_i)$	1/4	1/4	1/4	1/4

X_i	1	2	3
$p_i = P(X_i)$	1/4	3/16	9/64

13. Среди 5 ключей два подходят к двери. Ключи пробуют один за другим, пока не откроют дверь. Испробованный ключ откладывают. Найти закон распределения числа опробованных ключей.

Ответ

X_i	1	2	3	4
$p_i = P(X_i)$	0.4	0.3	0.2	0.1

14. Среди 6 ключей три подходят к двери. Ключи пробуют один за другим, пока не откроют дверь. Испробованный ключ откладывают. Найти закон распределения числа опробованных ключей.

Ответ:

X_i	1	2	3	4
$p_i = P(X_i)$	0.5	0.3	0.15	0.05

15. Вероятность того, что в библиотеке есть необходимая студенту книга, равна 0,3. Составить закон распределения числа библиотек, которые придется посетить студенту для нахождения нужной книги, если он является абонентом четырех библиотек.

Ответ:

X_i	1	2	3	4
$p_i = P(X_i)$	0.3	0.21	0.147	0.343

16. Задана функция

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Показать, что эта функция является функцией распределения НСВ X. Вычислить вероятность того, что эта СВ X принимает значения из интервала $(0, \frac{\pi}{6})$.

Ответ: 0.5

17. Задана функция распределения НСВ X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ ax^2, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Вычислить значение параметра a , найти плотность $f(x)$ и вероятность того, что СВ X принимает значения от 0 до $2/3$. Построить графики функций $F(x)$ и $f(x)$.

Ответ:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 0,5x, & 0 < x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$

$1/4; 1/9$.

18. Задана плотность распределения НСВ X

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0,125(x+1), & -1 \leq x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Найти функцию распределения $F(X)$.

Ответ:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0,625(x+1)^2, & -1 \leq x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

19. Задана плотность распределения НСВ X

$$f(x) = \begin{cases} ae^x, & x \leq 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases}$$

Вычислить значение параметра a , найти функцию распределения $F(X)$ и вычислить вероятность того, что СВ X принимает значения из интервала $(-2, 1)$.

Ответ:

$$F(x) = \begin{cases} e^x, & x \leq 0, \\ 1, & x > 0. \end{cases}$$

$1; 1 - e^{-2}$

20. По статистическим данным месячный доход населения города Нимеет нормальное распределение со средним значением 6 тыс. руб. и средним квадратичным отклонением 2 тыс. руб. Записать плотность распределения месячного дохода населения. Найти вероятность того, что наугад выбранный житель города имеет доход а) от 5 до 8 тыс. руб.; б) меньше 12 тыс. руб.

Ответ: 0.533; 0.997

21. Вес новорожденного ребенка является СВ, имеющей нормальное распределение с математическим ожиданием 3,5 кг и средним квадратичным отклонением 1 кг. Записать плотность распределения этой СВ. Найти вероятность того, что новорожденный ребенок будет весить а) от 3,5 кг до 4 кг; б) больше 3 кг.

Ответ; 0.1915; 0.6915

Контрольная работа 8 (типовые варианты).

1 вариант

1.СВ X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{x}{3} + \frac{1}{3}, & -1 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Найти $P(0 < x < 1)$.

Ответ: $1/3$.

2. Найти функцию распределения $F(X)$ и построить ее график для СВХ, заданной законом распределения:

X	1	2	3
p	0,3	0,2	0,5

Найти математическое ожидание, дисперсию и $P(1,5 < X \leq 3)$.

Ответ: 2.2; 0.76; 0.7.

3. Дана плотность распределения вероятностей $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти функцию распределения СВ X, построить ее график.

Ответ:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4. СВ X распределена по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой величины соответственно равны 0 и 2. Найти вероятность того, что СВ примет значение, принадлежащее интервалу $(-2, 3)$.

Ответ: 0.7745

5. СВ X равномерно распределена на отрезке $[a, b]$. Какова вероятность, что она примет значение из левой половины отрезка?

Ответ: 0.5

2 вариант.

1. СВХ задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - 1, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Найти $P(2 \leq x < 3)$.

Ответ: 0.25

2. Найти функцию распределения $F(X)$ и построить ее график для СВ X , заданной законом распределения:

x	2	3	5
p	0,3	0,1	0,6

Найти математическое ожидание, дисперсию и $P(1,5 < X \leq 3)$.

Ответ: 3.9; 2.09; 0.4.

3. Дана плотность распределения вероятностей $f(x)$:

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти функцию распределения СВ X , построить ее график.

$$\text{Ответ: } F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 1 - \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 1, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

4. СВ X распределена по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение этой величины соответственно равны 6 и 2. Найти вероятность того, что СВ X примет значение, принадлежащее интервалу $(4, 8)$.

Ответ: 0.6826.

5. СВ X равномерно распределена на отрезке $[a, b]$. Какова вероятность, что она примет значение из первой трети отрезка?

Ответ: 1/3

Критерии оценивания.

Каждая задача оценивается тремя баллами. Три балла ставится, если задача полностью решена. Два балла ставится, если студент знает формулу или алгоритм решения задачи, умеет их применять, но делает вычислительные ошибки. Один балл ставится, если студент знает формулу или алгоритм решения задачи, но не умеет их применять. Ноль баллов – если не знает формулу или алгоритм решения задачи.

Максимально возможное число набранных баллов – 15. Оценка «отлично» ставится за 13 - 15 баллов. Оценка «хорошо» ставится за 10 - 12 баллов. Оценка «удовлетворительно» ставится за 7 - 9 баллов. Оценка «неудовлетворительно» ставится за 0 - 6 баллов.

Расчетная самостоятельная работа № 1 (типовые задания)

Дан закон распределения ДСВ X :

Найти параметр a ;

- 1) Построить многоугольник распределения;
- 2) Найти функцию распределения $F(X)$;
- 3) Построить график функции распределения $F(X)$;
- 4) Найти моду $M_0(X)$;
- 5) Найти математическое ожидание $M(X)$;
- 6) Найти дисперсию $D(X)$ и среднее квадратичное отклонение $\sigma(X)$;
- 7) Найти вероятность попадания СВ X на заданный промежуток $P(\alpha < X < \beta)$.

Вариант 1

X	0	1	2	3
p	0,125	0,375	0,375	a

$$P(-1 < X < 1,5)$$

Ответ: $a = 0.125$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ 0.125, & 0 < x \leq 1 \\ 0.5, & 1 < x \leq 2 \\ 0.875, & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

$$M_0=1, 2; M(X) = 1.5; D(X) = 0.75; \sigma(X) = 0.5\sqrt{3}; P = 0.5$$

Вариант 2

X	-1	2	3	5
p	0,25	0,5	a	0,125

$$P(-0,5 < X < 3,5)$$

Ответ: $a = 0.125$

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ 0.25, & -1 < x \leq 2 \\ 0.75, & 2 < x \leq 3 \\ 0.875, & 3 < x \leq 5 \\ 1, & x > 5 \end{cases}$$

$$M_0=2; M(X) = 1.75; D(X) = 3.4375; \sigma(X) = 0.25\sqrt{7}; P = 0.625$$

Критерии оценивания.

Если неправильно найден параметр a , то работа дальше не проверяется и возвращается студенту на исправление. Если параметр a найден верно, то каждое задание оценивается 2 баллами. Два балла ставится, если задание полностью выполнено. Один

балл ставится, если задание выполнено с вычислительной ошибкой или график построен не совсем верно. Ноль баллов ставится, если студент не выполняет задание.

Максимально возможное число набранных баллов – 14. Оценка «отлично» ставится за 13 - 14 баллов. Оценка «хорошо» ставится за 11 - 12 баллов. Оценка «удовлетворительно» ставится за 10 - 11 баллов. Оценка «неудовлетворительно» ставится за 0 - 9 баллов.

Расчетная самостоятельная работа № 2 (типовые задания)

Дана функция плотности распределения вероятностей НСВ X $f(x)$.

Найти параметр a ;

- 1) Построить график функции $f(x)$
- 2) найти функцию распределения $F(x)$;
- 3) построить график функции $F(x)$;
- 4) Найти моду $M_0(X)$;
- 5) найти математическое ожидание $M(X)$;
- 6) найти дисперсию $D(X)$ и среднеквадратическое отклонение, $\sigma(X)$;
- 7) найти вероятность попадания НСВ X на заданный промежуток: $P(\alpha \leq x \leq \beta)$, сделать графическую иллюстрацию.

Вариант 1.
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a(4x - x^2), & 0 \leq x \leq 4, \\ 0, & x > 4. \end{cases} P(2 \leq x \leq 3).$$

Ответ: $a = 0.09375$;

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -0.03125x^3 + 0.1875x^2, & 0 \leq x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

$$M_0=2; M(X) = 2; D(X) = 0.8; \sigma(X) = 0.4\sqrt{5}; P = 0.34375$$

Вариант 2.
$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax(2-x), & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases} P(x \geq 1.5).$$

Ответ: $a = 0.75$;

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x < 0 \\ -0.25x^3 + 0.75x^2, & 0 \leq x \leq 2 \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

$$M_0=1; M(X) = 1; D(X) = 0.2; \sigma(X) = 0.2\sqrt{5}; P = 0.15625$$

Критерии оценивания.

Если неправильно найден параметр a , то работа дальше не проверяется и возвращается студенту на исправление. Если параметр a найден верно, то каждое задание оценивается 2 баллами. Два балла ставится, если задание полностью выполнено. Один балл ставится, если задание выполнено с вычислительной ошибкой или график построен не совсем верно. Ноль баллов ставится, если студент задание выполнено с ошибкой.

Максимально возможное число набранных баллов –14. Оценка «отлично» ставится за 13 - 14 баллов. Оценка «хорошо» ставится за 11 - 12 баллов. Оценка «удовлетворительно» ставится за 10 - 11 баллов. Оценка «неудовлетворительно» ставится за 0 - 9 баллов.

Тема: Математическая статистика.

Задачи.

1. Для оценивания знаний студентов по математике провели контрольную работу. Среди всех групп выбрали одну группу, в которой учится 25 студентов. Результаты контрольной работы такие: 3 студента получили «5», 10 студентов - «4», 9 студентов - «3», остальные – «2». Записать статистическое распределение для данной выборки. Вычислить статистическое среднее, среднее квадратичное отклонение и моду.

2. Известно, что 50 абитуриентов получили по предмету следующие баллы:

12 14 19 15 14 18 13 16 17 20 17 15 13 17 16 20 14 14 13 17 16 15 19 16 15 18 17 15 14 16 15 15 18 15 15 19 14 16 18 18 15 15 17 15 16 16 14 14 17 12.

Составит вариационный ряд и распределение частот данной выборки. Вычислить размах выборки, ее моду и медиану. Построить полигон частот.

Ответы. 1: 3.52 , $\sqrt{0.7296}$, 4. 2: 8, 15, 15.5

Список вопросов к экзамену

1. Определение производной.
2. Геометрический, физический и экономический смысл производной.
3. Правила дифференцирования, производные элементарных функций.
4. Производная обратной и сложной функций.
5. Использование производной для исследования функций, функция Гаусса и ее график.
6. Дифференциал функции
7. Определение первообразной. Неопределенный интеграл.
8. Свойства неопределенного интеграла. Таблица интегралов.
9. Методы интегрирования неопределенного интеграла.
10. Определенный интеграл. Определение.
11. Геометрический смысл определенного интеграла.
12. Интеграл с переменным верхним пределом. Функция Лапласа и ее график.
13. Формула Ньютона-Лейбница.
14. Методы интегрирования определенного интеграла.
15. Приложение определенного интеграла.
16. Функции двух переменных. Основные понятия: область определения, график, линия уровня, градиент.
17. Частные производные первого порядка, второго порядка.
18. Экстремум функции двух переменных.
- 19. Эмпирические функции. Метод наименьших квадратов**
20. Элементы комбинаторики. Правило суммы, пример. Правило произведения, пример. Перестановки, определение, пример. Формула числа перестановок. Размещения, определение, пример. Формула числа размещений. Сочетания, определение, пример. Формула числа сочетаний. Свойства. Бином Ньютона, формула. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.
21. События. Виды событий: невозможные, достоверные, случайные. Определения, примеры.
22. Классическое определение вероятности события. Определение, пример.
23. Геометрическое определение вероятности события. Определение, пример.
24. Вероятность суммы событий. Формулировки теорем, примеры.
25. Условная вероятность события. Вероятность произведения событий. Формулировки теорем. Примеры.
26. Полная группа событий. Противоположное событие. Вероятность противоположного события. Примеры.
27. Формула полной вероятности. Формулировка задачи, которая решается с помощью формулы полной вероятности.
28. Формула Байеса. Формулировка задачи, которая решается с помощью формулы Байеса.
29. Формула Бернулли. Формулировка задачи, которая решается с помощью формулы Бернулли.

30. Дискретная случайная величина (ДСВ), ее закон распределения, его свойство. Многоугольник распределения.
31. Математическое ожидание ДСВ, его свойства и вероятностный смысл.
32. Дисперсия ДСВ, ее свойства и вероятностный смысл.
33. Биномиальное распределение, его числовые характеристики.
34. Геометрическое распределение, его числовые характеристики.
35. Распределение Пуассона, его числовые характеристики.
36. Функция распределения случайной величины (СВ), ее свойства и график.
37. Непрерывная случайная величина (НСВ). Функция плотности распределения вероятностей НСВ, ее свойства и график.
38. Числовые характеристики НСВ: математическое ожидание и дисперсия. Определение и вероятностный смысл.
39. Равномерное распределение на отрезке, его числовые характеристики.
40. Показательный закон распределения, его числовые характеристики.
41. Нормальное распределение, его числовые характеристики.
42. Вероятность попадания нормально распределенной СВ на отрезок $[\alpha, \beta]$.
43. Вероятность попадания нормально распределенной СВ в интервал, симметричный относительно математического ожидания.
44. Правило трех сигм.
45. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
46. Функция Гаусса ее график и свойства. Таблица значений функции Гаусса.
47. Функция Лапласа ее график и свойства. Таблица значений функции Лапласа.
48. Статистика и ее задачи: определение закона распределения или его характеристик по выборке.
49. Дискретный и интервальный статистические ряды, графические методы их изображения.
50. Статистическая функция распределения.
51. Числовые характеристики выборочного распределения.
52. Статистическая проверка гипотез. Основные понятия.

Правила выставления оценки на экзамене.

Экзамен проводится в письменной форме. Экзаменационный билет включает 10 вопросов. Экзамен длится 2,5 часа. Каждый вопрос оценивается в один балл. Оценка «отлично» выставляется за 9 – 10 набранных баллов, оценка «хорошо» выставляется за 7 – 8 набранных баллов, оценка «удовлетворительно» - за 5 – 6 баллов.

Оценка «Отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом дисциплины; осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию.

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе могут иметь место отдельные неточности (несущественные ошибки),

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы.

**Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины
«Математика для экономистов»**

Методические указания для студентов , изучающих дисциплину «Математика для экономистов»:

Дисциплина «Математика для экономистов», изучаемая в 1-ом и 2-м семестре, предполагает наличие знаний по математике в объеме программы средней школы. Для поступления на экономический факультет выпускник предъявляет сертификат ЕГЭ по математике – профильный уровень.

Для освоения дисциплины необходима упорная работа, регулярное посещение лекций и практических занятий, выполнение домашних заданий, подготовка к контрольным работам.

Следует иметь в виду, что материал по математике на лекции всегда подкрепляется примерами, иллюстрирующими теоретические положения, решением базовых задач. Подготовка к практическому занятию должна включать проработку лекционного материала так, чтобы можно было ориентироваться в терминологии, новых понятиях и, по возможности, в необходимых для решения задач формулах.

Большое внимание надо уделять решению задач. Для самостоятельной работы дома предлагаются задачи, аналогичные решенным примерам на лекциях и на практических занятиях или более сложные, для решения которых надо хорошо понимать, как решаются базовые задачи.

По мере усвоения курса полезно составлять глоссарий основных понятий и формул дисциплины, что позволяет систематизировать полученные знания, увидеть аналогии, понять некоторые закономерности, которые прятались за потоком учебной информации в течение семестра.

Интерес к дисциплине развивается при знакомстве с дополнительной литературой, которая рекомендована для более глубокого знакомства с проблемами применения математики в экономике. Литература, приведенная в этом списке, имеет разный уровень сложности: современный научный и «рецептурный», рассчитанный на менее продвинутого в математическом плане студента, но интересующегося математикой. Изучение этой литературы дает толчок к поиску литературы по выбранной тематике с использованием ресурсов интернета.

Для проверки усвоения теоретического материала и умения решать задачи проводятся аудиторские контрольные работы. Дома выполняются расчетные работы, для выполнения которых необходимо сравнительно много времени. При необходимости проводятся консультации по разбору решения задач, предназначенных для самостоятельного решения. Если контрольная работа по теме оценивается неудовлетворительно, то она должна быть переписана. Кроме того, предварительно должна быть сделана работа над ошибками.

Изучение дисциплины завершается письменным экзаменом. Для экзамена составляются задания, которые включают как теоретические вопросы, так и задачи. На подготовку к экзамену, как правило, выделяется три дня. Во время подготовки проводится групповая консультация.