МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра дискретного анализа

УТВЕРЖДАЮ
Декан факультета ИВТ
_____________ Д.Ю. Чалый
«18»____мая____ 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
«Практикум по математическому анализу»

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Прикладная математика и информатика»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Программа рассмотрена на заседании кафедры от 13 апреля 2021 г., протокол № 4	Программа одобрена НМК факультета ИВТ протокол № 7 от 17 мая 2021 г.

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины «Практикум по математическому анализу» являются изучение практических основ математического анализа, объединяющих теорию действительного числа, теорию пределов, теорию рядов, дифференциальное и интегральное исчисление и их непосредственные приложения, теория функций нескольких переменных, а также приобретение знаний и практических умений в соответствии с государственным стандартом, формирование мировоззрения и развитие способности понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат.

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Практикум по математическому анализу» относится к базовой части ОП бакалавриата.

Основу курса составляют дифференциальное и интегральное исчисление функций одной переменной, а также дифференциальное и интегральное исчисление функций нескольких переменных, теория числовых и функциональных рядов, в том числе рядов Фурье. Поэтому практикум по математическому анализу необходим при изучении дисциплин базовой части профессионального цикла: «Теория вероятностей», «Дифференциальные уравнения», «Уравнения математической физики», «Методы оптимизации», «Численные методы». Также она предоставляет методы исследования, которые используются в дисциплинах вариативной части цикла МЕН, таких как «Математические методы в компьютерных технологиях» «Доп. главы математической статистики», «Концепции современного естествознания», дисциплин по выбору профессионального цикла, таких как «Цифровая обработка сигналов».

Студент первого курса, приступая к изучению практикума по математическому анализу, должен иметь вполне определенную базовую подготовку по курсу математики за среднюю школу, и, в частности, хорошие знания по теме «Элементарные функции, их свойства и графики». Вместе с тем такие личностные характеристики как общая образованность, организованность и трудолюбие, самостоятельность, настойчивость в достижении цели необходимы при освоении дисциплины.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-2 Способен использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования для разработки и реализации	ОПК – 2.1 Имеет представление о существующих математических методах и системах программирования необходимых для реализации алгоритмов	Знать: постановки задач математического анализа; функции одной и нескольких переменных (пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, исследование функций с помощью производных, интегральное исчисление); функциональные последовательности и ряды;

алгоритмов решения прикладных задач	решения прикладных задач ОПК – 2.2 Умеет использовать и адаптировать существующие математические методы и системы программирования необходимые для реализации алгоритмов решения прикладных задач ОПК – 2.3 Демонстрирует владение навыками реализации математических алгоритмов для решения прикладных задач	ряды Фурье; Уметь: вычислять пределы элементарных функций одной и нескольких переменных; находить производные элементарных функций одной и нескольких переменных; находить экстремумы функций; вычислять элементарные интегралы; применять интегральное исчисление к решению геометрических и физических задач; исследовать ряды на сходимость; разложить функцию в ряд Фурье; Владеть навыками: решения практических задач математического анализа.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 9 зач. ед., 324 акад. час.

№ п/п	**Темы (разделы) дисциплины, их содержание**	**Семестр**	**Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)**						**Формы текущего контроля успеваемости** **Форма промежуточной аттестации (по семестрам)**
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1.	**Раздел 1.** Аксиоматика множества действительных чисел. Числовые последовательности. Предел последовательности	1		24		1		10	Контрольная работа.
2.	**Раздел 2.** Предел функции. Непрерывность функции в точке и на промежутке	1		24		1		13,7	Контрольная работа.
3.	**Раздел 3.**	1		20		2		12	Контрольная работа.

	Производные и дифференциалы . Исследование функции с помощью производных.								
	Всего за 1 семестр			**68**		**4**		**35,7**	**Зачет**
1.	**Раздел 4**. Интегральное исчисление функции одной переменной. Неопределенный интеграл.	2		22		1		15	Контрольная работа.
2.	**Раздел 5**. Интегральное исчисление функции одной переменной. Интеграл Римана. Приложения определённого интеграла. Несобственные интегралы.	2		22		1		10,7	Контрольная работа.
3.	**Раздел 6**. Функции многих переменных. Числовые ряды.	2		24		2		10	Контрольная работа.
	Всего за 2 семестр			**68**		**4**		**35,7**	**Зачет**
1.	**Раздел 7.** Функциональные последовательности и ряды. Ряды Фурье.	3		24		1		10	Контрольная работа.
2.	**Раздел 8**. Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы.	3		24		1		10	Контрольная работа.
3.	**Раздел 9.** Криволинейные интегралы первого и второго рода. Поверхностные интегралы. Элементы теории поля	3		24		2		11,7	Контрольная работа.
	Всего за 3 семестр			**72**		**4**		**31,7**	**Зачет**
	Всего			**208**		**12**		**103,1**	

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Аксиоматика множества действительных чисел.
Числовые последовательности. Предел последовательности

1.1. Метод математической индукции.
1.2. Графики основных элементарных функций их свойства.
1.3. Понятие сложной функции. Схематическое изображение графика.
1.4. Полярные координаты.
1.5. Множества. Понятие точных граней.
1.6. Определение последовательности. Свойства последовательностей.
1.7. Определение предела последовательности.

1.8. Бесконечно большие и бесконечно малые последовательности.
1.9. Основные пределы анализа. Шкала бесконечно больших.
1.10. Второй замечательный предел для последовательностей.
1.11. Раскрытие неопределённостей.
1.12. Подпоследовательности. Понятие верхнего и нижнего пределов.

Раздел 2. Предел функции. Непрерывность функции в точке и на промежутке
2.1. Определение предела функции в точке и на бесконечности
2.2. Понятие правостороннего и левостороннего пределов. Предел сверху и снизу.
2.3. Раскрытие неопределённостей с помощью преобразований.
2.4. Первый замечательный предел.
2.5. Второй замечательный предел.
2.6. Следствия второго замечательного предела.
2.7. Сравнение бесконечно малых и бесконечно больших величин.
2.8. О-символика.
2.9. Выделение главной части бесконечно малых и бесконечно больших величин.
2.10. Эквивалентные бесконечно малые и бесконечно большие.
2.11. Определение непрерывновти функции в точке.
2.12. Равномерная непрерывность.

Раздел 3. Производные и дифференциалы .
Исследование функции с помощью производных.
3.1. Дифференцируемость. Определение производной.
3.2. Производные основных элеменарных функций.
3.3. Правила дифференцирования.
3.4. Производная сложной функции.
3.5. Первый дифференциал функции.
3.6. Производные и дифференциалы высших порядков.
3.7. Приложения производной.
3.8. Исследование функции с помощью производной.
3.9. Задачи на экстремум.
3.10. Правило Лопиталя.
3.11. Формула Тейлора.
3.12. Вычисление пределов с помощью формулы Тейлора.

Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.
Неопределенный интеграл.
4.1. Определение первообразной. Таблица первообразных основных элементарных функций.
4.2. Интегрирование с помощью преобразований.
4.3. Замена переменной в неопределённом интеграле.
4.4. Гиперболические и тригонометрические подстановки.
4.5. Интегрирование приведением к каноническому виду.
4.6. Формула интегрирования по частям.
4.7. Интегрирование тригонометрических функций.
4.8. Интегрирование рациональных функций.
4.9. Интегрирование иррациональных функций.
4.10. Дифференциальный бином.
4.11. Метод неопределённых коэффициентов при интегрировании рациональных функций.

Раздел 5. Интегральное исчисление функции одной переменной. Интеграл Римана. Приложения определённого интеграла. Несобственные интегралы.

5.1. Определённый интеграл. Построение интегральных сумм.
5.2 Вычисление определённого интеграла. Замена переменной в определённом интеграле.
5.3. Формула интегрирования по частям для определённого интеграла.
5.4. Нахождение площадей с помощью определённого интеграла.
5.5. Нахождение длины кривой с помощью определённого интеграла.
5.6. Нахождение объёмов с помощью определённого интеграла.
5.7. Нахождение площади вращения и объёма вращения с помощью определённого интеграла.
5.8. Несобственные интегралы. Понятие и определения. Сходимость.
5.9. Вычисление несобственного интеграла 1 рода.
5.10. Вычисление несобственного интеграла 2 рода.
5.11. Исследование сходимости несобственных интегралов с помощью признаков. Метод эквивалентных при исследовании на сходимость.

Раздел 6. Функции многих переменных. Числовые ряды.

6.1. Понятие функции многих переменных. Область определения . Линии уровня.
6.2. Двойные и повторные пределы.
6.3. Дифференцирование ФМП. Частные производные и дифференциал первого порядка.
6.4. Дифференциал и производные высших порядков.
6.5. Оптимизация функции двух переменных.
6.6. Числовые ряды. Определение сходимости.
6.7. Сходимость положительных рядов. Признаки Коши, Даламбера, Раабе.
6.8. Сходимость и абсолютная сходимость произвольных рядов. Признак Дирихле.
6.9. Сходимость знакочередующихся рядов. Признак Лейбница.
6.10. Свойства абсолютно сходящихся числовых рядов.

Раздел 7. Функциональные последовательности и ряды. Ряды Фурье.

7.1. Функциональные последовательности. Сходимость. Предельная функция.
7.2. Равномерная сходимость функциональных последовательность.
7.3. Функциональные ряды. Сходимость. Сумма ряда.
7.4. Равномерная сходимость функциональных рядов.
7.5. Множество сходимости и равномерной сходимости функционального ряда.
7.6. Степенные ряды. Формула Коши-Адамара. Множество сходимости степенного ряда.
7.7. Почленное интегрирование и дифференцирование степенных рядов.
7.9. Суммирование степенных и функциональных рядов.
7.10. Ряд Тейлора. Разложение функции в степенной ряд.
7.11. Разложение 2π-периодических функций в тригонометрический ряд Фурье.
7.12. Разложение в тригонометрический ряд Фурье функций с произвольным периодом.

Раздел 8. Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы.

8.1. Классификация интегралов зависящих от параметра. Вычисление предельной Функции.
8.2. Нахождение множества сходимости ИЗП.
8.3. Равномерная сходимость ИЗП.

8.4. Дифференцирование и интегрирование ИЗП по параметру. Правило Лейбница.
8.5. Вычисление интегралов с помощью дифференцирования и интегрирования по параметру.
8.6. Эйлеровы интегралы.
8.7. Двойной интеграл. Вычисление двойного интеграла с помощью повторного в декартовой системе координат.
8.8. Вычисление двойного интеграла в полярной системе координат.
8.9. Приложения двойного интеграла. Вычисления площадей и объёмов.
8.10. Тройной интеграл. Вычисление с помощью повторного интеграла.
8.11. Тройной интеграл в цилиндрической и сферической системе координат.
8.12. Приложения тройного интеграла. Вычисление объёмов.

Раздел 9. Криволинейные интегралы первого и второго рода. Поверхностные интегралы. Элементы теории поля.
9.1. Криволинейный интеграл 1 рода.
9.2. Криволинейный интеграл 2 рода.
9.3. Условие независимости криволинейного интеграла 2 рода от пути интегрирования. Восстановление функции по её дифференциалу методом криволинейного интегрирования.
9.4. Формула Грина.
9.5. Практические приложения криволинейных интегралов. Вычисление длин кривых и площадей.
9.6. Поверхностный интеграл 1 рода.
9.7. Поверхностный интеграл 2 рода.
9.8. Практические приложения поверхностных интегралов. Вычисление площадей и потоковых величин.
9.9. Формула Гаусса – Остроградского.
9.10 Формула Стокса.
9.11. Элементы теории поля. Векторные и скалярные поля. Производная по направлению. Градиент. Дивергенция. Циркуляция. Вихрь. Поток.

5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.

Формы преподавания математического анализа достаточно традиционны.

Практические занятия проводятся в академических группах под руководством преподавателя. Основной целью является формирование у студентов понимания теоретического материала, изложенного на лекции, через решение упражнений и задач. Здесь преподавание строится на разумном для каждой темы сочетании коллективной работы группы с самостоятельной индивидуальной работой студентов.

Домашние задания в основном состоят из примеров, аналогичных решаемым на практических занятиях. Основная цель домашних заданий – закрепление пройденного материала.

Самостоятельная работа реализуется:

1. Непосредственно в процессе аудиторных занятий.

2. В контакте с преподавателем вне рамок расписания - на консультациях по учебным вопросам, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий и т.д.

3. В библиотеке, дома, и т.д. при выполнении студентом домашних заданий.

Практические занятия строятся следующим образом:

1. Формулировка целей занятия, основных вопросов, которые должны быть рассмотрены.

2. Решение нескольких типовых задач у доски.

3. Самостоятельное решение задач.

4. Разбор ошибок.

По результатам самостоятельного решения задач и по проверке подготовки студента к практическому занятию (письменный опрос по теории и проверка домашнего задания) студент получает оценку. По материалам темы проводится контрольная работа.

Для оценивания работы студента используется балльно-рейтинговая система. Учет индивидуальных достижений за время обучения представляется очень важной формой работы со студентами. На Google Диск для группы студентов мы создаем папку. В нее сразу помещается план работы на семестр, программа к экзамену (в которой указана программа-минимум, вопросы с доказательством, дополнительные вопросы из списка самостоятельной работы), вопросы к коллоквиуму и таблица в формате Excel, в которой ведется учет по контрольным мероприятиям каждой темы (контрольная работа, опрос по теории и т.д.). Определенная сумма баллов за семестр дает право зачета по практике.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

– для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации, для разработки документов, презентаций, для работы с электронными таблицами:

программы Microsoft Office (OfficeStd 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232),
программы LibreOffice (свободно распространяемое ПО),
издательская система LaTeX;

– для публикации текущих рабочих материалов и взаимодействия со студентами: веб-сервисы Google Диск (среда с бесплатным свободным доступом);

– для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

Кудрявцев Л. Д. Курс математического анализа: учебник для бакалавров.: в 3 т. / Л. Д. Кудрявцев; М-во образования РФ; Моск. физико-техн. ин-т (Гос. ун-т) - 6-е изд., перераб. и доп. - М.: Юрайт, 2014.

Фихтенгольц Г. М. Курс дифференциального и интегрального исчисления [Электронный ресурс]: учебник / Г. М. Фихтенгольц. : Т. 1. - Москва: Лань, 2017. - 608 с.

Ильин В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 1 в 2 кн. Книга 1: Учебник. / Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. - 4-е изд. - М.: Издательство Юрайт, 2016. – 331

Ильин В. А. Математический анализ в 2 ч. Часть 2: Учебник. / Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. - 3-е изд. - М.: Издательство Юрайт, 2017. - 357.

б) дополнительная литература:

Ануфриенко М.В. Бондаренко В.А., Зафиевский А.В., Шабаршина Г.В. Математический анализ. Ярославль.: ЯрГУ, 2010.

Бондаренко В.А. Шабаршина Г.В. Математический анализ. Предел и непрерывность: Текст лекций. - Ярославль.: ЯрГУ, 2003.
Ануфриенко М.В. Бондаренко В.А., Зафиевский А.В., Шабаршина Г.В. Математический анализ. Ярославль.: ЯрГУ, 2010.
Ануфриенко М.В., Бондаренко В.А. Методические указания по подготовке к экзамену по математическому анализу. - Ярославль.: ЯрГУ, 2001.-16с.
Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин Н.И. Сборник задач по математическому анализу. 1, 2 и 3 том. М: Наука. 1986.
Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Т. 1. М.: Высшая школа. 1988.
Кудрявцев Л.Д. Математический анализ. Т. 2. М.: Высшая школа. 1988
Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука. 1990.
Виноградова И.А., Олехник С.Н., Садовничий В.А. Математический анализ в упражнениях и задачах.
Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.1 М.: Наука. 1961.
Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.2 М.: Наука. 1961.
Фихтенгольц Г.М. Курс дифференциального и интегрального исчисления. Т.3 М.: Наука. 1961.
Шилов Г.Е. Математический анализ. Функции одного переменного. Части 1 – 2. М., 1969
Никольский С.М. Курс математического анализа. Т.1, 2. М.: Наука. 1973.
Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Основы математического анализа. Т. 1. М.: Наука. 1982.
Ильин В.А., Поздняк Э.Г. Основы математического анализа. Т. 2. М.: Наука. 1982.
Ильин В.А., Садовничий В.А., Сендов Б.Х. Математический анализ. М.: МГУ. 1985.
Зорич В.А. Математический анализ. М.: Наука. 1984.
Рудин У. Основы математического анализа. М.: Наука. 1976.
Колмогоров А.Н., Фомин С.В. Элементы теории функций и функционального анализа. М.: Наука. 1972.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).
2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru).
3. Электронно-библиотечная система «Юрайт»(https://urait.ru/).
4. Электронно-библиотечная система «Лань»(https://e.lanbook.com/).

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор(ы) :

ст. преподаватель кафедры дискретного анализа Ануфриенко М.В.

Зав. кафедрой Дискретного анализа, доктор ф.-м.н. В.А. Бондаренко

Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Практикум по математическому анализу»
Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации

1.2. Задания для самостоятельной работы

Задания для самостоятельной работы берутся из задачников:

Демидович Б.П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу. М.: Наука. 1990.

Кудрявцев Л.Д., Кутасов А.Д., Чехлов В.И., Шабунин Н.И. Сборник задач по математическому анализу. 1, 2 и 3 том. М: Наука. 1986.

1.3. Список заданий к зачету.

Зачет выставляется по результатам контрольных работ в течение семестра и зачётной работы в конце семестра.

Первый семестр.

Раздел 1. Вариант контрольной работы по теме: «Аксиоматика множества действительных чисел. Числовые последовательности. Предел последовательности»

1. Доказать, используя метод математической индукции:

$$\frac{1}{1\cdot 2}+\frac{1}{2\cdot 3}+\frac{1}{3\cdot 4}+...+\frac{1}{n(n+1)}=\frac{n}{n+1}.$$

2. Построить график функции методом преобразования: $y = arcsin|2x+1|$.

Ответ: Выполнить последовательность преобразований графика $y = \arcsin x$.

а) Преобразование модуль в аргументе.

б) Сжатие с коэффициентом 2 вдоль оси OX

в) Сдвиг влево вдоль оси OX на 0,5

3. Построить график сложной функции: $y = e^{\frac{1}{x-2}}$

Ответ: Выполнить композицию функций $y = e^x$ и $y = \frac{1}{x-2}$ методом нахождения промежутков постоянства монотонности.

4. Построить график функции в полярной системе координат: $r=\left[\frac{\varphi}{\pi}\right].$

Ответ: При $\varphi > 0$. График строится в полярной системе координат с помощью таблицы

5. Построить график функции, заданной параметрически:

$$\begin{cases} x = t^2, \\ y = \sqrt{1-t^4}. \end{cases}$$

Ответ: При $|t| \le 1$. График строится в декартовой системе координат с помощью таблицы.

6. Доказать (по определению), что $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt{n+1}} = 0$.

Ответ: $n_\varepsilon = \left[\frac{1}{\varepsilon^2} - 1\right] + 1$.

7. Определить значение выражения: $\lim\limits_{n\to\infty}\left(\frac{n^2}{n+1} - n\right)$.

Ответ: -1.

8. Определить значение выражения: $\lim\limits_{n\to\infty} \frac{2n+1}{n\cdot 3^n}$.

Ответ: 0.

9. Вычислить предел последовательности $x_n = \sqrt[n]{n^2 + 2^n}$.

Ответ: 2.

10. Найти $\sup x_n$, $\inf x_n$, $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} x_n$, $\underline{\lim\limits_{n\to\infty}}\ x_n$, если $x_n = \frac{1}{n} + \sin\frac{\pi n}{3}$.

Ответ: $\sup x_n = 1 + \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\inf x_n = -\frac{\sqrt{3}}{2}$; $\overline{\lim\limits_{n\to\infty}} x_n = \frac{\sqrt{3}}{2}$; $\underline{\lim\limits_{n\to\infty}} x_n = -\frac{\sqrt{3}}{2}$.

<u>Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:</u>

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.
Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.
Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.
Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 20 баллов,

Набранное количество баллов от 18-20 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 14-17 баллов – на продвинутом уровне, 10-13 баллов – на пороговом уровне, менее 10 баллов – умения не сформированы.

Раздел 2. Вариант контрольной работы по теме: «Предел функции. Непрерывность функции в точке и на промежутке».

1. Написать определение предела на языке окрестностей и последовательностей $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = 2 - 0$.

   Найти предел : $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\sqrt{x^2+5x} - x\right)$. **Ответ:** $\frac{5}{2}$.

2. Найти предел : $\lim\limits_{x\to 0} \frac{1-\cos 2x + \operatorname{tg}^2 x}{x\sin x}$. **Ответ:** 3.

3. Найти предел : $\lim\limits_{x\to 0}\left(1+x^2\right)^{\frac{1}{1-\cos x}}$. **Ответ:** $\boldsymbol{e^2}$.

4. Найти предел: $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt{x}-1}$. **Ответ:** $\frac{2}{3}$.

5. Определить порядок бесконечно малой величины $f(x)=\frac{ln(1+2x)}{\sqrt{x}}$ при $x\to 0$

Ответ: $\boldsymbol{\frac{1}{2}}$

6. Выделить главную часть функции. $f(x)=\frac{\sin x}{x^4}$ при $x\to 0$

Ответ: $\boldsymbol{\frac{1}{x^3}}$

7. Верно ли утверждение $arctg^3x=o(x)$ при $x\to 0$.

Ответ: Верно.

8. При каких значениях параметра α функция непрерывна в точке 0.

$$f(x)=\begin{cases}0, & \text{при } x=0\\ \frac{sin(|x|^{\alpha})}{x} & \text{при } x\neq 0\end{cases}$$ **Ответ:** $\alpha>1$**.**

<u>Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:</u>

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.

Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.

Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.

Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 16 баллов,

Набранное количество баллов от 14-16 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 11-13 баллов – на продвинутом уровне, 9-10 баллов – на пороговом уровне, менее 8 баллов – умения не сформированы.

Раздел 3. Вариант контрольной работы по теме: «Производные и дифференциалы».

Найти производную:

1) $f(x)=x\cdot sin\sqrt{x}$ **Ответ:** $\mathrm{f'(x)=sin\sqrt{x}-\frac{\sqrt{x}}{2}cos\sqrt{x}}$

2) $f(x)=\frac{1}{\sqrt[4]{1+e^{cos2x}}}$ **Ответ:** $\mathrm{f'(x)=\frac{1}{2}(1+e^{cos2x})^{-\frac{5}{4}}\cdot e^{cos2x}\cdot sin2x}$

3) $f(x)=\ (1+x^2)^{\frac{1}{sinx}}$ **Ответ:** $f'(x)=\ (1+x^2)^{\frac{1}{sinx}}\left(\frac{\frac{2x}{1+x^2}\cdot sinx-cosx\cdot ln(1+x^2)}{sin^2x}\right)$

4) Построить график функции $f(x)=\ \ln(1+x^2)$

Ответ: Локальный минимум при x=0. Точки перегиба при x=1 и x=-1. Асимптот нет

Вычислить пределы с помощью правила Лопиталя.

5) $\lim\limits_{x\to 0}\frac{\pi e^{3x}-2arcctgx}{x}$ **Ответ:** $3\pi+2$.

6) $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{3}}\left(\frac{1}{2}+cosx\right)^{\frac{1}{x^2-\frac{\pi^2}{9}}}$ **Ответ:** $\mathrm{e^{-\frac{3\sqrt{3}}{4\pi}}}$

7) Найти наибольшее значение функции $f(x)=x^4-2x^2$ на отрезке $[0;2]$

Ответ: 8

8) Составить формулу Тейлора $f(x) = \frac{1}{x}$ в окрестности точки $x_0 = 3,\ n = 3,$ вычисляя коэффициенты с помощью производных.

Ответ: $\frac{1}{x} = \frac{1}{3} - \frac{1}{9}(x-3) + \frac{1}{27}(x-3)^2 - \frac{1}{162}(x-3)^3 + o((x-3)^3)$

9) Составить формулу Тейлора $f(x) = sin2x$ в окрестности точки $x_0 = \frac{\pi}{4},\ n = 3,$ используя разложение Маклорена.

Ответ: $sin\,2x = 1 - 2\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^2 + 0\left(x - \frac{\pi}{4}\right)^3$

10) Вычислить предел, используя формулу Тейлора $\lim\limits_{x \to 0} \frac{e^x - cos4x - sinx}{ln(1+2x^2)}$

Ответ: $\frac{17}{4}$

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.

Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.

Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.

Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 20 баллов,

Набранное количество баллов от 18-20 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 14-17 баллов – на продвинутом уровне, 10-13 баллов – на пороговом уровне, менее 10 баллов – умения не сформированы.

Второй семестр.

Раздел 4. Контрольная работа по теме: «Интегральное исчисление функции одной переменной. Неопределенный интеграл».

1) $\int \frac{x+5}{x(x+2)}dx$ 2) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+2x+5}}dx$ 3) $\int \frac{e^{\sqrt{2x-1}}}{\sqrt{2x-1}}dx$

4) $\int \frac{\sqrt[4]{3x+5}}{x}dx$ 5) $\int (2x+3)\cos 3x\, dx$

6) $\int \frac{2x+2}{(x^2+2x+5)^2}dx$ 7) $\int \frac{dx}{(2x+3)^3}$ 8) $\int \frac{dx}{3\cos x + 4\sin x + 5}$

9) $\int e^x \cdot \cos 2x\, dx$

Ответы: 1) $F(x) = \frac{5}{2}\ln|x| - \frac{3}{2}\ln|x+2| + c$

2) $F(x) = \frac{5}{2}\ln\left|x + 1 + \sqrt{x^2+2x+5}\right| + c$

3) $F(x) = e^{\sqrt{2x-1}} + c$

4) $F(x) = t + \frac{\sqrt{5}}{2}\left(\ln\frac{\sqrt[4]{5}-t}{\sqrt[4]{5}+t} - \frac{1}{\sqrt[4]{5}} arctg\,\frac{t}{\sqrt[4]{5}}\right) + c$, где $t = \sqrt[4]{3x+5}$

5) $F(x) = \left(\frac{2x}{3} + 1\right)\sin 3x + \frac{2}{9}\cos 3x + c$

6) $F(x) = -\frac{1}{x^2+2x+5} + c$

7) $F(x) = \frac{-3}{2(2x+3)^2} + c$

8) $F(x) = -\frac{1}{2ctg\frac{x}{2}+1} + c$

9) $F(x) = \frac{e^x}{5}(2sin2x + cos2x) + c$

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.
Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.
Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.
Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 18 баллов,

Набранное количество баллов от 16-18 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 13-15 баллов – на продвинутом уровне, 10-12 баллов – на пороговом уровне, менее 9 баллов – умения не сформированы.

Раздел 5. **Контрольная работа по теме**: «Интегральное исчисление функции одной переменной. Интеграл Римана. Приложения определённого интеграла. Несобственные интегралы.

1. Найти интеграл: $\int_0^4 \frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$ **Ответ:** 2 - ln2
2. Найти интеграл: $\int_0^{\pi/2} \frac{dx}{3+\cos x}$ **Ответ:** $\frac{1}{\sqrt{2}}\text{arctg}\frac{1}{\sqrt{2}}$
3. Вычислить площадь, ограниченную кривыми $y = sinx$ и $y = \frac{1}{2}$, $x \in [0;\pi]$, $y \geq \frac{1}{2}$. Изобразить в декартовой системе координат. **Ответ:** $\sqrt{3} - \frac{\pi}{3}$
4. Вычислить длину кривой $r(\varphi) = 1 - \varphi$ при $\varphi \in \left[0;\frac{\pi}{2}\right]$. Изобразить в полярной системе координат.
   Ответ: $\frac{1}{2}\left(\sqrt{2} + (\pi-1)\sqrt{\pi^2-2\pi+2} + \ln\frac{1+\sqrt{2}}{1-\pi+\sqrt{\pi^2-2\pi+2}}\right)$
5. Вычислить объём, получаемый при вращении криволинейной трапеции, ограниченной графиками функции $x = y^2,\ x = 9, y = 0.$
   Ответ: $\frac{81\pi}{2}$
6. Вычислить несобственные интегралы с помощью предела. $\int_0^{+\infty}\frac{dx}{x^2+4x+1}$

Ответ: $\frac{1}{2\sqrt{3}} \cdot \ln\left(4\sqrt{3} - 7\right)$

7. $\int_0^2 \frac{xdx}{\sqrt[3]{4-x^2}}$ **Ответ**: $\frac{3}{\sqrt[3]{4}}$
8. Исследовать на сходимость несобственные интегралы $\int_1^{+\infty} \frac{\sin 3x\, dx}{\sqrt{x^2-1}}$
   Ответ: Интеграл сходится по признаку Дирихле.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.
Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.
Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.
Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 16 баллов,
Набранное количество баллов от 14-16 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 11-13 баллов – на продвинутом уровне, 9-10 баллов – на пороговом уровне, менее 8 баллов – умения не сформированы.

Раздел 6. Контрольная работа по теме: «Функции многих переменных. Числовые ряды.»

1. Найти и изобразить в декартовой системе координат область определения функции $z = \sqrt{\sin \pi(x^2 + y^2)}$.
2. Найти линии уровня функции и изобразить их в декартовой плоскости $z = y(x^2 + 1)$.
3. Исследовать двойные пределы, найти их значения или доказать, что предел не существует $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 2}} \frac{\sqrt[3]{8+2x^2y}-2}{sin(x^2y)}$. **Ответ:** $\frac{1}{8}$
4. $\lim\limits_{\substack{x \to 0 \\ y \to 0}} \frac{x-4y}{5y+x^2}$. **Ответ:** предел не существует.
5. Найти частные производные первого порядка $z = \ln tg \frac{x}{y}$.
   Ответ: $z'_x = \frac{2}{y \cdot \sin\frac{2x}{y}}$ $z'_y = \frac{-2x}{y^2 \cdot \sin\frac{2x}{y}}$
6. Найти частные производные первого порядка $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции, заданной неявно $e^z - xyz = 0$. Задаёт ли данное уравнение функцию $z = f(x, y)$ в окрестности точки $x = 1, y = e$?
   Ответ: $\frac{\partial z}{\partial x} = \frac{yz}{e^z - xy}$ $\frac{\partial z}{\partial y} = \frac{xz}{e^z - xy}$. Не задаёт.
7. Исследовать ряды на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n + 2^{-n}}{n^2 + 3^{-n}}$. **Ответ:** Расходится по признаку сравнения с гармоническим рядом.
8. $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} \cdot \sqrt[3]{n}}{\sqrt{n+3}}$. **Ответ:** Сходится по признаку Лейбница.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.
Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.
Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.
Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 16 баллов,

Набранное количество баллов от 14-16 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 11-13 баллов – на продвинутом уровне, 9-10 баллов – на пороговом уровне, менее 8 баллов – умения не сформированы.

Третий семестр.

Раздел 7. Контрольная работа по теме: «Функциональные последовательности и ряды. Ряды Фурье».

1. Вычислить предельную функцию функциональной последовательности $f_n(x) = \frac{nx^2+x}{\sqrt{n^2+1}}$. **Ответ:** $\mathrm{f(x) = x^2}$.
2. Исследовать характер сходимости (равномерность) функциональных последовательностей: a) $f_n(x) = \frac{\sin nx}{n}$ **Ответ:** сходится равномерно к 0 при всех x. b) $f_n(x) = x \cdot arctg\frac{n}{x}$. **Ответ:** сходится неравномерно на любом неограниченном промежутке.
3. Исследовать на равномерную сходимость на $(-\infty,+\infty)$ функциональный ряд $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+\sin x}{n^3+\cos^3 x}$. **Ответ:** сходится равномерно по признаку Вейерштрасса.
4. Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}(2^n+(-1)^n)x^n$.

   Ответ: $\mathrm{x} \in \left(\frac{-1}{2};\frac{1}{2}\right)$
5. Найти область сходимости функционального ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n^x}{\sqrt{n^4+1}}$.

   Ответ: $\mathrm{x} < 1$.
6. Разложить функцию в ряд Тейлора, используя метод почленного дифференцирования $f(x) = \frac{1}{x^2}$ $x_0 = 3$. **Ответ:** $\sum_{\mathrm{n}=0}^{\infty}\frac{(-1)^{\mathrm{n}}(\mathrm{n}+1)}{3^{\mathrm{n}+2}} \cdot (\mathrm{x}-3)^{\mathrm{n}}$ при $x \in (0;6)$.
7. Разложить функцию в степенной ряд, используя ряд Маклорена степенной функции $f(x) = \sqrt{x}$ $x_0 = 1$.
   Ответ: $\boldsymbol{1+\frac{x-1}{2}+\sum_{n=2}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}(2n-3)!!}{n!2^n}(x-1)^n}$.
8. Суммировать степенной и числовой ряды: а) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n(x+2)^{2n}}{3^n}$
   Ответ: $3 \cdot \left(\frac{x+2}{x^2+4x+1}\right)^2$ б) $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n \cdot 2^n}$ **Ответ**: $\ln 2$

9. Разложить функцию $y = sign\sin 2x$ в ряд Фурье в интервале $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$.

Ответ: $\frac{2}{\pi}\sum_{n=0}^{\infty}\frac{sin(4n+2)x}{2n+1}$

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.
Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.
Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.
Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 18 баллов,

Набранное количество баллов от 16-18 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 13-15 баллов – на продвинутом уровне, 10-12 баллов – на пороговом уровне, менее 9 баллов – умения не сформированы.

Раздел 8. **Контрольная работа по теме:** «Интегралы, зависящие от параметра. Кратные интегралы».

1) Вычислить предельную функцию ИЗП $\int_0^1 \frac{xdx}{1+\alpha^2x^2}$

Ответ:

$$I(\alpha) = \begin{cases} \frac{\ln\left(1+\alpha^2\right)}{2\alpha^2} & при \quad \alpha \neq 0 \\ \frac{1}{2} \quad при & \alpha = 0. \end{cases}$$

Найти область сходимости НИЗП.

2) $\int_1^{+\infty} \frac{xdx}{\sqrt{x+1}\cdot(1+x^{\alpha})}$ **Ответ:** $\alpha > \frac{3}{2}$ 3) $\int_0^1 \frac{sin^3xdx}{x^{2\alpha}\cdot(1+x^{\alpha})}$ **Ответ:** $\alpha < 2$

4) Продифференцировать по правилу Лейбница $\int_1^{2\alpha} \frac{sin(\alpha x^3)}{x}dx$

Ответ: $\frac{3\sin 8\alpha^4 - \cos 8\alpha^4 + \cos\alpha}{3\alpha}$

5) Вычислить интеграл сведением к $\beta -$ функции $\int_2^4 \sqrt[4]{(x-2)(4-x)^7}\,dx$ **Ответ:** $\frac{7\pi}{8\sqrt{2}}$

6) Вычислить $\iint\limits_{\Omega} ydxdy$, где Ω – область, ограниченная кривыми $y = x^2$, $y = 0$, $x = -1$.

Ответ: $\frac{1}{10}$

7) Вычислить двойной интеграл по области в полярных координатах. Сделать рисунок. $\iint\limits_{\substack{1\le x^2+y^2\le 2 \\ y\le x}} xydxdy$. **Ответ:** 0

8) Вычислить интеграл $\iiint\limits_{V} x^2dxdydz$, где V – четверть шара: $x^2+y^2+z^2 = 1$ ($y, z \geq 0$).

Ответ: $\frac{2}{15}$

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.
Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.
Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.
Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 16 баллов,

Набранное количество баллов от 14-16 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 11-13 баллов – на продвинутом уровне, 9-10 баллов – на пороговом уровне, менее 8 баллов – умения не сформированы.

Раздел 9. **Контрольная работа по теме:** «Криволинейные интегралы первого и второго рода. Поверхностные интегралы. Элементы теории поля ».

1) Вычислить $\int y dl$ по дуге AB: $y^2 = 2x \quad x \in [0; 2\,], y > 0$ **Ответ:** $\frac{5\sqrt{5}}{3}$
2) Вычислить $\int \frac{ds}{\sqrt{x^2+y^2+5}}$ по отрезку, соединяющему точки (0,0) и (1,2)
Ответ: $\ln\left(1+\sqrt{2}\right)$
3) Вычислить $\int \sqrt{x}dx + \sqrt{y}dy$ по участку параболы $y = \sqrt{x} \quad x \in [0; 1]$ **Ответ:** 2.
4) Проверить условие независимости и вычислить интеграл по звеньям ломаной $\int_{(0;1)}^{(2;2)}(3x^2 - 2y)dx - 2xdy$. **Ответ:**0.
5) Восстановить функцию методом криволинейного интегрирования, проверить условие независимости. $du(x, y) = (xy \cdot cosxy + sinxy)dx + (x^2 \cdot cosxy)dy$.
Ответ: $\mathrm{U(x, y) = x \cdot sinxy + c}$
6) Вычислить значение интеграла $\iint\limits_S (x^2 + y^2)dS$, S – боковая поверхность конуса $\sqrt{x^2 + y^2} \le z \le 1$. **Ответ:** $\frac{\pi}{\sqrt{2}}$
7) Вычислить $\iint\limits_S xdydz + ydzdx + zdxdy$, где S - внешняя сторона замкнутой поверхности $x^2 + y^2 = 4 - z$, z=0. **Ответ:**32π
8) Вычислить криволинейный интеграл непосредственно и с помощью формулы Грина: $\oint\limits_{C+} P(x, y)dx + Q(x, y)dy$, P(x,y)= $-x^2$ y, Q(x,y)= xy^2, C: окружность $x^2 + y^2 = R^2$. **Ответ:** $\frac{\pi R^4}{2}$
9) Найти дивергенцию векторного поля $\vec{a}$ ={x; y^2; z^3} в точке M(-2, 4, 5).
Ответ: div $\vec{a}$ (M) = 84.
10) Найти ротор векторного поля $\vec{a}$ ={x^2; y^2; z^3}.
Ответ: rot $\vec{a}$ ={xz – 3y $^2z^2$; –(yz – x^2); 0}.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.
Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.
Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.
Максимальное количество баллов по итогам самостоятельной работы – 20 баллов,

Набранное количество баллов от 18-20 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 14-17 баллов – на продвинутом уровне, 10-13 баллов – на пороговом уровне, менее 10 баллов – умения не сформированы.

<u>Список заданий к зачёту.</u>

На зачете проверяется сформированность умений в части использовании аппарата математического анализа (ОПК-1). Зачёт ставится если студент набирает не менее половины возможных баллов с первого раза.

Семестр 1. Зачётная работа. Разделы 1, 2, 3.

1) Построить график функции методом преобразования: $y = sin\left|2x + \frac{\pi}{3}\right|$.
Ответ: Выполнить следующую последовательность преобразований графика функции $y = sin\, x$. а) Преобразование модуль в аргументе.
б) Сжатие с коэффициентом 2 вдоль оси ОХ
в) Сдвиг влево вдоль оси ОХ на $\frac{\pi}{6}$

2) Доказать (по определению), что $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{1}{\sqrt{n+1}} = 0$. **Ответ:** $n_\varepsilon = \left[\frac{1}{\varepsilon^2} - 1\right] + 1$.

3) Вычислить предел последовательности $x_n = \sqrt[n]{n^3 + 3^n}$. **Ответ:** 3
4) Написать определение предела на языке окрестностей и последовательностей $\lim\limits_{x\to 0} f(x) = +\infty$.

5) Найти предел : $\lim\limits_{x\to 0}\frac{1-\cos x + \operatorname{tg}^2 5x}{x\sin 2x}$. **Ответ:** $\frac{51}{4}$

6) Определить порядок бесконечно малой величины $f(x) = \frac{ln(1+x^2)}{sinx}$ при $x \to 0$
Ответ: 2
7) Найти производную: $f(x) = x \cdot sinx$ Ответ : $f'(x) = x \cdot \cos x + \sin x$
8) $f(x) = \frac{1}{\sqrt[4]{1+e^{cos2x}}}$ **Ответ:** $\mathrm{f}'(\mathrm{x}) = \frac{1}{2}(1 + \mathrm{e}^{\cos 2\mathrm{x}})^{-\frac{5}{4}} \cdot \mathrm{e}^{\cos 2\mathrm{x}} \cdot \sin 2\mathrm{x}$
9) Построить график функции $f(x) = e^{1-x^2}$. **Ответ:** Локальный максимум при x=0. Точки перегиба при $x = \pm\frac{1}{\sqrt{2}}$. Горизонтальная асимптота y=0.
10) Составить формулу Тейлора $f(x) = \frac{1}{2x+1}$ в окрестности точки $x_0 = -1$, $n = 4$, вычисляя коэффициенты с помощью производных.
Ответ: $\frac{\mathbf{1}}{\mathbf{2x+1}} = -1 - 2(x+1)^1 - 2(x+1)^2 + (x+1)^3 - \frac{1}{6}(x+1)^4 + o((x+1)^4)$

Семестр 2. Зачётная работа. Разделы 4, 5, 6.

Вычислить неопределённый интеграл:

1) $\int(2x-1)\sin 3x\,dx$ 2) $\int\frac{2x+2}{(x^2+2x+5)^2}dx$ 3) $\int\frac{dx}{(2x+3)^3}$ 4) $\int\frac{dx}{3\cos x+4\sin x+5}$

5) Вычислить определённый интеграл: $\int_0^4\frac{dx}{1+\sqrt{2x+1}}$

6) Вычислить площадь, ограниченную кривой $r(\varphi)=sin2\varphi$ при $\varphi\in\left[0;\frac{\pi}{2}\right]$.
Изобразить в полярной системе координат.

7) Исследовать на сходимость несобственный интеграл $\int_0^{+\infty}\frac{sinx^2dx}{x^3}$

8) Найти частные производные первого порядка $z=\ln tg\frac{x}{y}$.

9) Исследовать ряды на сходимость: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{n+2^n}{n^2+3^n}$. 10) $\sum_{n=1}^{\infty}\sin\frac{2\pi n}{3}arctg\sqrt{\frac{n}{n^2+1}}$.

Ответы: 1) $F(x)=\frac{(1-2x)}{3}\cdot cos3x+\frac{2}{9}sin3x+c$

2) $F(x)=-\frac{1}{x^2+2x+5}+c$

3) $F(x)=\frac{-3}{2(2x+3)^2}+c$

4) $F(x)=-\frac{1}{2ctg\frac{x}{2}+1}+c$

5) 2 - ln2

6) $\frac{\pi}{8}$

7) Интеграл расходится.

8) $z'_x=\frac{2}{y\cdot\sin\frac{2x}{y}}$ $z'_y=\frac{-2x}{y^2\cdot\sin\frac{2x}{y}}$

9) Ряд сходится.

10) Ряд сходится.

Семестр 3. Зачётная работа. Разделы 7, 8, 9.

1) Вычислить предельную функцию функ. последовательности $f_n(x)=\frac{nx^2+x}{\sqrt{n^2+1}}$
Ответ: $f(x)=x^2$.

2) Найти область сходимости степенного ряда: $\sum_{n=1}^{\infty}(2^n+n^2)(x-4)^n$

Ответ: $3{,}5<x<4{,}5$

3) Разложить функцию в степенной ряд, используя ряд Маклорена логарифмической функции $f(x)=\ln x$ $x_0=3$. **Ответ:** $\ln 3+\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^n}{n\cdot 3^n}\cdot(x-3)^n$

4) Разложить функцию $y=|x|$ в ряд Фурье в интервале $(-\pi,\pi)$.

Ответ: $\sum_{n=1}^{\infty}\frac{(-1)^{n+1}\sin nx}{n}$

5) Найти область сходимости НИЗП. $\int_1^{+\infty}\frac{xdx}{\sqrt{x+1}\cdot(1+x^\alpha)}$ **Ответ:** $\alpha>\frac{3}{2}$

6) Продифференцировать по правилу Лейбница $\int_1^{2\alpha}\frac{\sin(\alpha x^3)}{x}dx$

Ответ: $\frac{3\sin 8\alpha^4-\cos 8\alpha^4+\cos\alpha}{3\alpha}$

7) Вычислить двойной интеграл по области в полярных координатах.

Сделать рисунок. $\iint\limits_{\substack{x^2+y^2\le\pi^2\\ y\ge x}} \sin\sqrt{x^2+y^2}\,dxdy$. **Ответ:** π^2

8) Вычислить $\int xdx + y^3dy$ по участку параболы $y = x^2$, $x \in [0; 2]$ **Ответ:** 66

9) Вычислить значение интеграла $\iint\limits_S \left(x^2 + y^2\right)dS$, S - поверхность параболоида

$x^2 + y^2 \le z \le 1$. **Ответ:** $\frac{\pi(25\sqrt{5}+1)}{60}$

10) Вычислить $\iint xdydz + ydzdx + zdxdy$, где S – верхняя сторона плоскости $2x + y + 4z = 4$, ограниченная условиями x>0, y>0, z>0. **Ответ:** 4.

<u>Правила выставления оценки по результатам зачётной работы:</u>

Оценка по результатам зачётной работы считается в баллах по следующему принципу: правильно выполненное задание – 2 балла.

Каждое из заданий может быть оценено половиной заявленных по нему баллов, в случае, когда при его выполнении правильно применены определения и формулы, но имеются некоторые недостатки или ошибки в численных расчетах.

Полностью неправильно выполненное задание - 0 баллов.

Максимальное количество баллов по итогам зачётной работы – 20 баллов,

Набранное количество баллов от 18-20 соответствует формированию на данном этапе освоения дисциплины проверяемых умений на высоком уровне, 14-17 баллов – на продвинутом уровне, 10-13 баллов – на пороговом уровне, менее 10 баллов – умения не сформированы.

Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины.

<u>Проверка сформированности компетенции ОПК-1</u>

***<u>Вопрос 1</u>*. Число а является пределом последовательности x_n, если для всякого**

А) числа n_0 найдётся $\varepsilon > 0$, такое что выполняется неравенство $|x_n - a| < \varepsilon$

Б) числа n_0 найдётся $\varepsilon > 0$, такое что выполняется неравенство $|x_n - a| > \varepsilon$

В) $\varepsilon > 0$, найдётся число $n_0 = n_0(\varepsilon)$, такое что выполняется нер-во $|x_n - a| > \varepsilon$

Г) $\varepsilon > 0$, найдётся число $n_0 = n_0(\varepsilon)$, такое что выполняется нер-во $|x_n - a| < \varepsilon$

***<u>Вопрос 2.</u>* $\lim\limits_{x\to a} f(x) = b$ или предел функции в точке а равен b по Коши, если для любого $\varepsilon > 0$ найдётся $\delta = \delta(\varepsilon)>0$ такое, что для всех x, удовлетворяющих**

А) $0 < |x - a| < \varepsilon$, справедливо неравенство $|f(x) - b| < \delta$

Б) $0 < |x - a| < \delta$, справедливо неравенство $|f(x) - b| < \varepsilon$

В) $0 < |x - a| < \delta$, справедливо неравенство $|f(x) - b| > \varepsilon$

Вопрос 3. $\alpha(x)$ является в точке a бесконечно малой более высокого порядка

малости чем $\boldsymbol{\beta(x)}$, если

А) $\lim\limits_{x\to a}\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}=0$ Б) $\lim\limits_{x\to a}\frac{\beta(x)}{\alpha(x)}=0$ В) $\lim\limits_{x\to a}\frac{\alpha(x)}{\beta(x)}=1$

Вопрос 4. **Функция $\boldsymbol{f(x)}$ является непрерывной в точке $\boldsymbol{a}$, если для любого $\boldsymbol{\varepsilon}>0$ найдётся $\boldsymbol{\delta=\delta(\varepsilon)}$>0 такое, что для всех х, удовлетворяющих**

А) $|x-a|<\varepsilon$, справедливо неравенство $|f(x)-f(a)|<\delta$
Б) $|x-a|<\delta$, справедливо неравенство $|f(x)-f(a)|<\varepsilon$
В) $|x-a|<\delta$, справедливо неравенство $|f(x)-f(a)|>\varepsilon$

Вопрос 5. **Функция $\boldsymbol{f(x)}$, определённая в точке $\boldsymbol{x_0}$ и её окрестности, называется дифференцируемой в точке $\boldsymbol{x_0}$, если**

А) $\Delta y=A(\boldsymbol{x_0})\cdot\Delta x+\alpha(\Delta x)\cdot\Delta x$, где $\alpha(\Delta x)$ бесконечно малая функция
Б) $\Delta y=A(\boldsymbol{x_0})\cdot\Delta x+\alpha(\Delta x)\cdot\Delta y$
В) $\Delta y=A(\boldsymbol{x_0})\cdot f(x_0)+\alpha(\Delta x)\cdot\Delta x$

Вопрос 6. **При $\boldsymbol{x\to 0}$ функциями эквивалентными $\boldsymbol{x^2}$ являются**

А) $f(x)=x\cdot\ln(1+x^2)$
Б) $f(x)=x\cdot sinx$
В) $f(x)=x\cdot\ln\left(1+\frac{x}{2}\right)$
Г) $f(x)=\sqrt{1+x^2}-1$

Вопрос 7. **Производная $\boldsymbol{f'(1)}$, если $\boldsymbol{f(x)=x\cdot\sqrt{1+3x^2}}$ равна**
А) -3,5
Б) 0
В) 0,5
Г) 3,5

Вопрос 8. **Если функция $\boldsymbol{f(x)}$ непрерывна в окрестности критической точки $\boldsymbol{x=c}$ и дифференцируема в её проколотой окрестности, тогда максимум и минимум функции соответственно будут**

А) $f'(x)>0$ при $x<c$ и $f'(x)<0$ при $x>c$
Б) $f'(x)<0$ при $x<c$ и $f'(x)>0$ при $x>c$
В) $f'(x)>0$ при $x<c$ и $f'(x)>0$ при $x>c$
Г) $f'(x)<0$ при $x<c$ и $f'(x)<0$ при $x>c$

Вопрос 9. **Прямая $\boldsymbol{y=kx+b}$ является наклонной асимптотой графика функции $\boldsymbol{y=f(x)}$, если**

А) $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{x}=k$ и $\lim\limits_{x\to a}(f(x)-kx)=b$
Б) $\lim\limits_{x\to a}\frac{f(x)}{x}=b$ и $\lim\limits_{x\to a}(f(x)-bx)=k$
В) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=k$ и $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-kx)=b$
Г) $\lim\limits_{x\to\infty}\frac{f(x)}{x}=k$ и $\lim\limits_{x\to\infty}(f(x)-kx)=b$

Вопрос 10. **Первообразными для функций** $\frac{1}{cos^2 x}$ **;** $\frac{1}{x^2+a^2}$ **;** $\frac{1}{\sqrt{a^2-x^2}}$**;** $\frac{1}{x}$ **будут соответственно 1)** $a^x + c$ **2)** $arcsin\,\frac{x}{a}$**+c** **3)** $\frac{1}{2a}\ln\left(\frac{x-a}{x+a}\right) + c$ **4)** $ctg\,x + c$ **5)** $tg\,x + c$ **6)** $\ln|x| + c$ **7)** $\frac{1}{a} arctg\frac{x}{a} + c$

А) 1; 3; 2; 6;
Б) 5; 3; 2; 6;
В) 5; 2; 3; 6;
Г) 5; 7; 2; 6;
Д) 5; 2; 7; 6

Вопрос 11. **Замена переменной в неопределенном интеграле** $\int f(x)dx$ **при** $x = \varphi(t)$ **осуществляется по формуле**

А) $\int f\big(\varphi(t)\big)dt$
Б) $\int f\big(\varphi(t)\big) \cdot t'dt$
В) $\int f\big(\varphi(t)\big) \cdot f'(t)dt$
Г) $\int f\big(\varphi(t)\big) \cdot \varphi'(t)dt$

Вопрос 12. **Метод интегрирования по частям состоит в том, что** $\int udv$ **будет равен**

А) $uv + \int vdu$
Б) $uv - \int vdu$
В) $u'v + v'u$
Г) $uv \cdot \int vdu$

Вопрос 13. **Формула Ньютона-Лейбница, если** $F(x)$ **первообразная для** $f(x)$**, имеет вид**

А) $\int_a^b f(x)dx = F(a) - F(b)$
Б) $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$
В) $\int_a^b f(x)dx = F(b) + F(a)$
Г) $\int_a^b f(x)dx = F(b) \cdot F(a)$

Вопрос 14. **Несобственным интеграл I-ого рода называется:**

А) $\lim\limits_{x\to\infty} \int_a^b f(x)dx$
Б) $\lim\limits_{R\to\infty} \int_a^R f(x)dx$
В) $\lim\limits_{t\to\infty} \int_a^x f(t)dt$
Г) $\lim\limits_{R\to\infty} \int_a^{\frac{1}{R}} f(x)dx$

Вопрос 15. **Необходимым признаком сходимости ряда** $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ **является:**

А) $\lim\limits_{n\to\infty} \sum_{n=1}^{\infty} u_n$=0
Б) $\lim\limits_{n\to\infty} u_n = 0$

В) $\lim_{n\to\infty} u_n = c \neq 0$
Г) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{u_n} = 0$

Вопрос 16. **Интегральный признак Коши сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} u_n$ с невозрастающими членами заключается в том, что**

А) если $\int_{-\infty}^{\infty} u(x)dx$ сходится, то ряд сходится;
Б) если $\int_{1}^{\infty} u(x)dx$ расходится, то ряд сходится;
В) если $\int_{1}^{\infty} u(x)dx$ сходится, то ряд сходится;
Г) если $\int_{1}^{\infty} \frac{u_{n+1}}{u_n} dx$ сходится, то ряд сходится;

Вопрос 17. **Степенным рядом называется ряд вида**

А) $a_0 + \frac{a_1}{x} + \frac{a_2}{x^2} + \cdots + \frac{a_n}{x^n} + \cdots$
Б) $a_0 + a_1 \cdot 2^x + a_2 \cdot 3^x + \cdots + a_n \cdot (n+1)^x + \cdots$
В) $a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \cdots + a_n \cdot x^n + \cdots$
Г) $a_0 + \frac{a_1}{x-x_0} + \frac{a_2}{(x-x_0)^2} + \cdots + \frac{a_n}{(x-x_0)^n} + \cdots$

Вопрос 18. **Степенной ряд $a_0 + a_1 \cdot x + a_2 \cdot x^2 + \cdots + a_n \cdot x^n + \cdots$ сходится абсолютно, если R – радиус сходимости и выполняется**

А) $|x| < R$, где $R = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$
Б) $|x| < R$, где $R = \lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_{n+1}}{a_n}\right|$
В) $|x| < R$, где $R = \lim_{n\to\infty} \frac{1}{\sqrt[n]{|a_n|}}$
Г) $|x| > R$, где $R = \lim_{n\to\infty} \sqrt[n]{|a_n|}$

Вопрос 19. **Для того, чтобы функция $f(x)$ могла быть разложена в степенной ряд на интервале (-R;R) необходимо, чтобы эта функция имела непрерывные производные любого порядка в окрестности точки , $x = a$ и этот ряд, называемый рядом Тейлора, имеет вид:**

А) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}x + \frac{f''(a)}{2!}x^2 + \cdots \frac{f^{(n)}(a)}{n!}x^n$ ...
Б) $f(x) = f(a) + \frac{f'(a)}{1!}(x-a) + \frac{f''(a)}{2!}(x-a)^2 + \cdots \frac{f^{(n)}(a)}{n!}(x-a)^n$ ...
В) $f(x) = f(0) + \frac{f'(0)}{1!}x + \frac{f''(0)}{2!}x^2 + \cdots \frac{f^{(n)}(0)}{n!}x^n$ ...
Г) $f(x) = f(a) + \frac{f'(0)}{1!}(x-a) + \frac{f''(0)}{2!}(x-a)^2 + \cdots \frac{f^{(n)}(0)}{n!}(x-a)^n$ ...

Вопрос 20. **Ряд Фурье – это ряд вида:**

А) $\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k(cosx)^k + b_k(sinx)^k$
Б) $\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} \frac{a_k}{coskx} + \frac{b_k}{sinkx}$
В) $\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k coskx + b_k sinkx$
Г) $\frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{\infty} a_k cosx^k + b_k sinx^k$

Вопрос 21. **Коэффициент $\boldsymbol{b_n}$ ряда Фурье $\boldsymbol{2\pi}$–периодической функции определяется по формуле:**

А) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)dx$
Б) $\frac{1}{\pi}\int_{-\infty}^{+\infty} f(x)dx$
В) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)cosnxdx$
Г) $\frac{1}{\pi}\int_{-\pi}^{\pi} f(x)sinnxdx$

Вопрос 22. **Двойной интеграл $\iint \boldsymbol{f(x;y)dxdy}$ по плоской области Р, ограниченная сверху графиком $\boldsymbol{y=\varphi_2(x)}$, снизу – графиком $\boldsymbol{y=\varphi_1(x)}$, с боков прямыми $\boldsymbol{x=a}$ и $\boldsymbol{x=b}$ вычисляется с помощью повторного интеграла**

А) $\int_a^b dx\int_c^d f(x;y)dy$
Б) $\int_a^b dx\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x;y)dy$
В $\int_a^b dy\int_{\varphi_1(x)}^{\varphi_2(x)} f(x;y)dx$

Вопрос 23. **Двойной интеграл $\iint \boldsymbol{f(x;y)dxdy}$ по плоской области Р в полярной системе координат $\begin{cases}\boldsymbol{x=rcos\varphi}\\ \boldsymbol{y=rsin\varphi}\end{cases}$ вычисляется по формуле**

А) $\iint f(x;y)dxdy=\iint f(rcos\varphi;rsin\varphi)rdrd\varphi$
Б) $\iint f(x;y)dxdy=\iint f(rcos\varphi;rsin\varphi)drd\varphi$
В) $\iint f(x;y)dxdy=\iint f(rcos\varphi;rsin\varphi)r^2drd\varphi$

Вопрос 24. **Если кривая L задана параметрически, т.е. $\begin{cases}\boldsymbol{x=\varphi(t)}\\ \boldsymbol{y=\psi(t)}\end{cases}$ где $\boldsymbol{t\in[a;b]}$, то криволинейный интеграл первого рода по кривой L $\int \boldsymbol{f(x;y)dl}$ вычисляется по формуле:**

А) $\int f(x;y)dl=\int_a^b f\big(\varphi(t);\psi(t)\big)dt$
Б) $\int f(x;y)dl=\int_a^b f\big(\varphi(t);\psi(t)\big)\sqrt{1+\big(\psi(t)\big)^2}dt$
В) $\int f(x;y)dl=\int_a^b f\big(\varphi(t);\psi(t)\big)\sqrt{\big(\varphi(t)\big)^2+\big(\psi(t)\big)^2}dt$

Вопрос 25. Если функции $P(x,y)$ и $Q(x,y)$ непрерывны в области (D), ограниченной контуром L, то справедлива формула Грина:

А) $\iint\left(\frac{\partial Q}{\partial x}-\frac{\partial P}{\partial y}\right)dxdy=\oint Pdx+Qdy$
Б) $\iint\left(\frac{\partial P}{\partial x}-\frac{\partial Q}{\partial y}\right)dxdy=\oint Pdx+Qdy$
В) $\iint\left(\frac{\partial Q}{\partial y}-\frac{\partial P}{\partial x}\right)dxdy=\oint Pdx+Qdy$

Вопрос 26. Выберите верную покоординатную форму записи поверхностного интеграла II рода.

А) $\iint Fdr = \iint Pdydz + Qdzdx + Rdxdy$
Б) $\iint Fdr = \iint Pdzdy + Qdzdx + Rdxdy$
В) $\iint Fdr = \iint Pdydz + Qdxdz + Rdxdy$

Правильные ответы

Вопрос №	Вариант ответа		**Вопрос №**	Вариант ответа		**Вопрос №**	Вариант ответа
1	Г		**10**	Г		**19**	Б
2	Б		**11**	Г		**20**	В
3	А		**12**	Б		**21**	Г
4	Б		**13**	Б		**22**	В
5	А		**14**	Б		**23**	А
6	Б		**15**	Б		**24**	В
7	Г		**16**	В		**25**	А
8	А		**17**	В		**26**	А
9	А		**18**	В			

Каждый правильный ответ оценивается в 1 балл.
Набранное количество баллов от 22-26 соответствует формированию проверяемой компетенции на высоком уровне, 17-21 баллов – на продвинутом уровне, 13-16 баллов – на пороговом уровне, менее 13 баллов – ниже порогового уровня.

. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

Пороговый уровень - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

Продвинутый уровень - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

Высокий уровень - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования

Код компе-тенции	Форма контроля	Этапы форми-рования (№ темы (раздела)	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Общепрофессиональные компетенции						
ОПК-1	Контрольные работы, Зачет	1-9	**Знать:** постановки задач математического анализа; функции одной и нескольких переменных (пределы, непрерывность, производные и дифференциалы, исследование функций с помощью производных, интегральное исчисление); функциональные последовательности и ряды; ряды Фурье; **Уметь:** вычислять пределы элементарных функций одной и нескольких переменных; находить производные элементарных функций одной и нескольких переменных; находить экстремумы функций; вычислять элементарные интегралы;	1.Воспроизведение основных определений и формулировок теорем курса. Умение корректно использовать математическую символику. Умение решать задачи, требующие применения стандартных приемов. Вычисление пределов последовательностей. 2. Вычисление пределов элементарных функций одной переменной непосредственно, знание замечательных пределов и их следствий. Умение оперировать о-символикой.	1.Воспроизведение основных определений и формулировок теорем курса. Умение корректно использовать математическую символику. Умение решать задачи, требующие применения стандартных приемов и задач повышенной сложности. Вычисление пределов последовательностей и применение простейших исследовательских навыков при решении задач общего характера. 2. Вычисление пределов элементарных функций одной переменной непосредственно, знание замечательных пределов и их следствий. Умение решать пределы с параметром. Умение оперировать о-символикой. Умение выделять главную часть функции.	1.Воспроизведение основных определений и формулировок теорем курса. Умение корректно использовать математическую символику. Умение решать задачи, требующие применения стандартных приемов и задач повышенной сложности. Вычисление пределов последовательностей и применение простейших исследовательских навыков при решении задач общего характера. Умение решать задачи теоретического характера. 2. Вычисление пределов элементарных функций одной переменной непосредственно, знание замечательных пределов и их следствий. Умение решать пределы с параметром. Умение оперировать о-символикой. Умение выделять главную часть функции. Умение решать задачи исследовательского характера на непрерывность.

			применять интегральное исчисление к решению геометрических и физических задач; исследовать ряды на сходимость; разложить функцию в ряд Фурье; **Владеть:** навыками решения практических задач математического анализа.	3. Умение применять известные алгоритмы и технические навыки: знание таблицы производных и правил дифференцирования, умение находить производные элементарных функций одной переменной . Умение находить экстремумы функций и строить графики элементарных функций. Умение вычислять пределы с помощью правила Лопиталя. Знать формулу Тейлора. Умение представлять простейшие функции многочленом Тейлора. 4. Знание таблицы интегралов и основных методов интегрирования, умение вычислить интегралы в элементарных случаях. 5. Умение вычислять определённый и несобственный интеграл. Умение применить интегральное исчисление к решению геометрических задач.	3. Умение применять известные алгоритмы и технические навыки: знание таблицы производных и правил дифференцирования, умение находить производные элементарных функций одной переменной . Умение исследовать на дифференциркемость. Умение находить экстремумы функций и строить графики элементарных функций. Умение вычислять пределы с помощью правила Лопиталя. Знать формулу Тейлора. Умение представлять простейшие функции многочленом Тейлора. Умение вычислять пределы с помощью формулы Тейлора. 4. Знание таблицы интегралов и основных методов интегрирования, умение вычислить интегралы в элементарных и более сложных случаях. 5. Умение вычислять определённый и несобственный интеграл. Умение применить интегральное исчисление к решению геометрических задач. Умение исследовать	3. Умение применять известные алгоритмы и технические навыки: знание таблицы производных и правил дифференцирования, умение находить производные элементарных функций одной переменной . Умение исследовать на дифференциркемость. Умение находить экстремумы функций и строить графики элементарных функций. Умение вычислять пределы с помощью правила Лопиталя. Знать формулу Тейлора. Умение представлять функции многочленом Тейлора. Умение вычислять пределы с помощью фромулы Тейлора. Умение решать теоретические задачи. 4. Знание таблицы интегралов и основных методов интегрирования, умение вычислить интегралы в элементарных и более сложных случаях. Умение составлять общие формулы интегрирования с параметрами. Рекуррентные формулы понижения. 5. Умение вычислять определённый и несобственный интеграл. Умение применить интегральное исчисление к решению геометрических задач. Умение исследовать на интегрируемость. Умение

					на интегрируемость.умение исследовать несобственные интегралы на сходимость.	исследовать несобственные интегралы на сходимость. Умение вычислять пределы с переменными пределами и дифференцирорватьт их.
				6. Умение вычислять двойные пределы в простейших случаях. Умение находить частные производные ФНП. Умение исследовать на сходимость числовые ряды в простейших случаях.	6. Умение вычислять двойные пределы в простейших и более сложных случаях. Умение находить частные производные ФНП. Умение исследовать на дифференцируемость в точке. Умение исследовать на сходимость числовые ряды в простейших и более сложных случаях.	6. Умение вычислять двойные пределы в простейших и более сложных случаях. Умение находить частные производные ФНП. Умение исследовать на дифференцируемость в точке. Умение исследовать на сходимость числовые ряды в простейших и более сложных случаях.
				7. Умение исследовать на сходимость функциональные последовательности и функциональные ряды. Умение разложить функцию в степенной ряд, пользуясь стандартными разложениями Умение вычислить коэффициенты ряда Фурье в элементарных случаях.	7. Умение исследовать на сходимость функциональные последовательности и функциональные ряды. Умение разложить функцию в степенной ряд, пользуясь стандартными разложениями Умение суммировать степенные и числовые ряды. Умение вычислить коэффициенты ряда Фурье .	7. Умение исследовать на сходимость функциональные последовательности и функциональные ряды. Умение разложить функцию в степенной ряд, пользуясь стандартными разложениями Умение суммировать степенные и числовые ряды. Умение вычислить коэффициенты ряда Фурье .Умение решать теоретические задачи.
				8.. Нахождение двойных интегралов, расстановка пределов для элементарных областей, переход к полярной системе координат.	8. Нахождение двойных интегралов, расстановка пределов для элементарных областей, переход к полярной системе координат. Вычисление криволинейных интегралов 1 и 2 типов.	8. Нахождение двойных интегралов, расстановка пределов для элементарных областей, переход к полярной системе координат. Вычисление криволинейных интегралов 1 и 2 типов.

				Вычисление криволинейных интегралов 1 и 2 типов в элементарных случаях. Решение задач с использованием физического и геометрического смысла кратных и криволинейных интегралов 9. Умение вычислять поверхностные интегралы 1 и 2 типов в простейших случаях. Умение вычислять основные величины теории поля. Знать формулировки основных теорем теории поля.	Решение задач с использованием физического и геометрического смысла кратных и криволинейных интегралов. Умение решать задачу восстановления функции с помощью криволинейного интегрирования. 9. Умение вычислять поверхностные интегралы 1 и 2 типов. Умение вычислять основные величины теории поля. Знать формулировки основных теорем теории поля. Умение пользоваться теоремами при вычислении кратных, криволинейных и поверхностных интегралов.	Решение задач с использованием физического и геометрического смысла кратных и криволинейных интегралов. Умение решать задачу восстановления функции с помощью криволинейного интегрирования. Умение решать теоретические задачи. 9. Умение вычислять поверхностные интегралы 1 и 2 типов. Умение вычислять основные величины теории поля. Знать формулировки основных теорем теории поля. Умение пользоваться теоремами при вычислении кратных, криволинейных и поверхностных интегралов. Умение решать теоретические задачи, требующих исследовательских навыков.

3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями¸ умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

3.2 Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины
«Практикум по математическому анализу »

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Практические занятия проводятся для выработки навыков решения практических задач и лучшего усвоения учебного материала. В начале практического занятия происходит обсуждение задач, решенных студентами самостоятельно дома. Это возможность для студентов еще раз обратить внимание на не непонятные до сих пор моменты и окончательно разобрать их. Преподаватель может выборочно проверить записи с самостоятельно решенными задачами. Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического анализа. В ходе подготовки к практическому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. Вообще, большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом дифференциального и интегрального исчисления и теории рядов, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных работ и коллоквиумов. В конце каждого семестра изучения дисциплины студенты сдают зачет по практической части курса и экзамен.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала, высокой степенью абстракции, большим объемом курса. На первом курсе все осложняется неумением первокурсника самостоятельно получать информацию из книг и конспектов. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу с подробно разобранными решениями задач:

Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость: учеб. пос. - 2-е изд., перер. и доп. / Кудрявцев Л.Д. и др. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.-496с.

Сборник задач по математическому анализу. Том2. Интегралы. Ряды: учеб. пос. - 2-е изд., перер. и доп. / Кудрявцев Л.Д. и др. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.-504с.

Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных: учеб. пос. - 2-е изд., перер. и доп. / Кудрявцев Л.Д. и др. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.-472с.

Бондаренко В.А., Шабаршина Г.В. Методические указания по подготовке к экзамену по математическому анализу. - Ярославль.: ЯрГУ, 2001.-16с.

Ануфриенко М.В., Бондаренко В.А. Методические указания по подготовке к экзамену по математическому анализу. - Ярославль.: ЯрГУ, 2001.-16с.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. **Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** (www.biblioclub.ru) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. **Личный кабинет** (http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.
2. **Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ** (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.
3. **Электронная картотека «Книгообеспеченность»** (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.