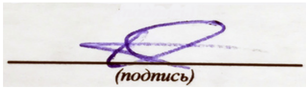
МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра общей математики

УТВЕРЖДАЮ
Декан физического факультета



И.С.Огнев

« 23 » мая 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
«Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Направление подготовки
11.03.04 Электроника и наноэлектроника

Направленность (профиль)
«Интегральная электроника и наноэлектроника»

Форма обучения
очная

Программа одобрена
на заседании кафедры
от «18» апреля 2023 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от « 3 » мая 2023 года

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует формированию мировоззрения и математической культуры, способствует развитию абстрактного мышления и пространственного воображения. Целью преподавания дисциплины является ознакомление слушателей с основными понятиями, задачами и методами аналитической геометрии и линейной алгебры, а также показ взаимосвязей ее с другими математическими и специальными дисциплинами, практическими приложениями.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» относится к обязательной части образовательной программы и входит в модуль «Математика».

Знания и навыки, полученные при изучении этого курса, находят широкое применение при изучении других дисциплин, например таких как «Математический анализ», «Дифференциальные уравнения», «Теория функций комплексной переменной», «Векторный и тензорный анализ», «Механика», «Методы математической физики».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		

ОПК-1 Способен использовать положения, законы и методы естественных наук и математики для решения задач инженерной деятельности	**ИД-ОПК-1_2** Способен применять физические законы и математические методы для решения задач теоретического и прикладного характера	**Знать:** -понятие системы линейных уравнений и ее решения, методы решения систем (метод Гаусса, правило Крамера, матричный метод); -операции над матрицами; -определение определителя квадратной матрицы, свойства определителей и методы их вычисления, приложения определителей; -понятия скалярного, векторного, смешанного произведений векторов, их приложения в геометрии и физике; -виды систем координат на плоскости и в пространстве; -все виды уравнений прямой линии на плоскости и в пространстве; -уравнения плоскости; -виды кривых второго порядка на евклидовой плоскости и их канонические уравнения; -виды поверхностей второго порядка и их канонические уравнения; -понятие линейного пространства и примеры линейных пространств; -понятие изоморфизма линейных пространств; -определение линейно зависимых и линейно независимых векторов, базиса системы векторов и векторного пространства, координат вектора в данном базисе; -понятие подпространства, суммы и пересечения подпространств; -понятие линейного оператора и матрицы линейного оператора; -понятие собственного вектора линейного оператора, инвариантного подпространства, методы приведения матрицы линейного оператора к каноническому виду; -понятие евклидова пространства и ортогонального базиса в нем, методы построения ортогональных базисов; -понятие ортогональных подпространств и методы построения ортогональной проекции вектора на заданное подпространство; -виды линейных операторов, действующих в евклидовом пространстве; -понятия билинейной и квадратичной форм, способы приведения их к каноническому виду. **Уметь:** -решать системы линейных уравнений разными способами;

		-производить операции над матрицами: складывать, умножать, умножать на число, находить обратную матрицу; -считать определители любого порядка наиболее подходящим методом; - находить скалярное, векторное и смешанное произведения векторов и решать задачи на их применение в геометрии и физике; -составлять уравнения прямой линии на плоскости и в пространстве; -записывать уравнение плоскости по элементам ее определяющим; -определять взаимное расположение прямых и плоскостей в пространстве; -составлять уравнения кривых второго порядка по их свойствам и определять вид кривой по заданному уравнению. **Владеть навыками:** -оперирования с матрицами, определителями, системами линейных уравнений.
	ИД-ОПК-1_3 Демонстрирует навыки использования знаний физики и математики при решении практических задач	**Уметь:** -распознавать линейные пространства среди других алгебраических структур; -выяснять линейную зависимость и независимость векторов, находить базис и координаты вектора в данном базисе; -строить сумму и пересечение подпространств; -распознавать линейный оператор среди других преобразований, находить матрицу линейного оператора, его ядро и образ; -находить собственные векторы линейного оператора, приводить его матрицу к каноническому виду; -строить ортонормированный базис евклидова пространства, находить ортогональные проекции вектора на взаимно ортогональные подпространства; -приводить квадратичную форму к каноническому виду; -приводить к каноническому виду общее уравнение поверхности второго порядка. **Владеть навыками:** -применения векторного и координатного методов в решении геометрических и физических задач; -оперирования с операторами, действующими в аффинных и евклидовых пространствах.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 8 зачетных единиц, 288 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)* *Формы ЭО и ДОТ (при наличии)*
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Понятие линейного векторного пространства.	1	2	4					
2	Система линейных уравнений и ее решения (общее, частное, базисное). Метод Гаусса решения системы.	1	4	6				2	Задания для самостоятельной работы
3	Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг и базис системы векторов. Базис линейного пространства.	1	4	6					
4	Алгебра матриц. Использование матриц в теории линейных систем уравнений.	1	4	6				2	Задания для самостоятельной работы
5	Определители. Методы вычисления определителей n-ого порядка. Применение определителей.	1	4	6		2		4	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа № 1
	в том числе с ЭО и ДОТ					1			
6	Элементы векторной алгебры в аналитической геометрии. Скалярное, векторное, смешанное произведения.	1	4	6				2	Задания для самостоятельной работы
7	Понятие системы координат. Координатный метод в геометрии.	1	4	6					
8	Прямая и плоскость.	1	4	6				4	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа № 2

9	Кривые и поверхности второго порядка.	1	4	5		3		2	Задания для самостоятельной работы
	в том числе с ЭО и ДОТ					1			
						2	0,5	33,5	Экзамен При подготовке к экзамену: Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины
	в том числе с ЭО и ДОТ							2	Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины *ЭУК в LMS Moodle*
	Итого за 1 семестр 144 часа		**34**	**51**		**7**	**0,5**	**51,5**	
	в том числе с ЭО и ДОТ					***2***		***2***	
10	Подпространства линейного пространства, их пересечение и сумма.	2	8	10				4	Задания для самостоятельной работы
11	Линейные операторы. Приведение матрицы линейного оператора к каноническому виду. Изоморфизм линейных пространств.	2	8	10		3		4	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа № 3
	в том числе с ЭО и ДОТ					1			
12	Евклидово пространство над полем вещественных и комплексных чисел. Ортонормированный базис. Ортогональные подпространства и проекции.	2	6	10		2		4	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа № 4
	в том числе с ЭО и ДОТ					1			
13	Линейные операторы, действующие в евклидовых пространствах (самосопряженные и симметрические, унитарные и ортогональные).	2	4	10				4	
14	Билинейные и квадратичные формы, приведение к каноническому виду.	2	8	11				2	Задания для самостоятельной работы

						2	0,5	33,5	Экзамен При подготовке к экзамену: Задания для самопроверки по результатам освоения дисциплины
	в том числе с ЭО и ДОТ							*2*	Задания для самопроверки по результатам освоения дисциплины *ЭУК в LMS Moodle*
	Всего за 2 семестр 144 часа		**34**	**51**		**7**	**0,5**	**51,5**	
	в том числе с ЭО и ДОТ					***2***		***2***	
	ИТОГО 288 часов		**68**	**102**		**14**	**1**	**103**	
	в том числе с ЭО и ДОТ					***4***		***4***	

Примечание: объем (в часах) самостоятельной работы в рамках установленного данной РПД количества часов, выполняемой студентом с применением ЭО и ДОТ (в ЭУК «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» в LMS Moodle), определяется каждым студентов в зависимости от уровня его подготовки и способов выполнения данного вида работ.

Содержание разделов дисциплины:

1. Понятие линейного векторного пространства.
1.1. Понятие вектора в геометрии. Операции над геометрическими векторами.
1.2. Пространство R^n. Линейное пространство однотипных матриц.
2. Система линейных уравнений и ее решения (общее, частное, базисное). Метод Гаусса решения системы.
2.1. Понятие системы линейных уравнений и ее решения, совместные и несовместные системы, равносильные системы.
2.2. Элементарные преобразования. Правило Жордана-Гаусса исключения переменой из всех управлений, кроме одного. Приведение системы к единичному базису. Общее и частное решения.
2.3. Решение однородной системы.
3. Линейная зависимость и независимость векторов. Ранг и базис системы векторов. Базис линейного пространства.
3.1. Линейная комбинация векторов. Линейно-зависимые и независимые системы векторов, их свойства. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости.
3.2. Линейная зависимость векторов в R^n. Понятие базиса системы векторов. Теорема о двух различных базисах одной и той же системы векторов.
3.3. Ранг системы векторов. Размерность векторного пространства. Координаты вектора относительно данного базиса.
4. Алгебра матриц. Использование матриц в теории линейных систем уравнений.
4.1. Операции над матрицами. Обратная матрица.
4.2. Строчечный и столбцовый ранги матрицы, их поведение при при элементарных преобразованиях матриц. Ранг матрицы. Решение задач на отыскание ранга матрицы, ранга и базиса системы векторов, на разложение вектора по базису.

4.3. Необходимое и достаточное условие совместимости системы линейных уравнений. Базис пространства решений однородной системы линейных уравнений.

5. Определители. Методы вычисления определителей n-ого порядка. Применение определителей.

5.1 Понятие определителя n-го порядка. Свойства определителей. Миноры и алгебраические дополнения. Правило Лапласа разложения определителя по элементам строки (столбца).

5.2. Вычисление определителей некоторых специальных матриц.

5.3. Применение определителей: критерий невырожденности квадратной матрицы. Теорема о базисном миноре, вычисление обратной матрицы через алгебраические дополнения ее элементов, правило Крамера решения системы линейных уравнений.

6. Элементы векторной алгебры в аналитической геометрии. Скалярное, векторное, смешанное произведения.

6.1. Коллинеарные и компланарные векторы. Базис пространств коллинеарных, компланарных векторов. Понятие координат вектора. Действие над векторами в координатах.

6.2. Специальные произведения векторов: скалярное, векторное, смешанное, двойное векторное, их геометрический смысл, свойства, приложения.

7. Понятие системы координат. Координатный метод в геометрии.

7.1. Понятие аффинной и прямоугольной декартовой систем координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки.

7.2. Решение простейших задач аналитической геометрии в координатах.

7.3. Полярные системы координат на плоскости и в пространстве.

8. Прямая и плоскость.

8.1. Различные уравнения прямой линии на плоскости и в пространстве: параметрические и канонические (по точке и направляющему вектору, по двум точкам). Уравнения прямой на плоскости: общее уравнение, уравнение прямой в отрезках, уравнение прямой по точке и угловому коэффициенту, уравнение по точке и нормальному вектору.

8.2. Взаимное расположение двух прямых на плоскости и в пространстве. Геометрический смысл линейных неравенств с двумя переменными. Метрические задачи: угол между прямыми, расстояние от точки до прямой на плоскости и в пространстве.

8.3. Различные уравнения плоскости: параметрические по точке и двум направляющим векторам, по трем точкам, общее уравнение плоскости. Взаимное расположение двух плоскостей и трех плоскостей. Прямая как линия пересечения двух плоскостей. Взаимное расположение прямой и плоскости.

8.4. Метрические задачи на прямую и плоскость: расстояние от точки до плоскости, между двумя скрещивающимися прямыми, угол между двумя прямыми, двумя плоскостями, между прямой и плоскостью.

9. Кривые и поверхности второго порядка.

9.1. Эллипс, гипербола, парабола, их канонические уравнения и свойства.

9.2. Поверхности вращения. Поверхности вращения второго порядка.

9.3. Эллипсоид, однополостный и двуполостный гиперболоиды, эллиптический и гиперболический параболоиды. Канонически и цилиндрические поверхности.

10. Подпространства линейного пространства, их пересечение и сумма.

10.1. Линейное пространство. Базис и размерность линейного пространства. Координаты вектора и их изменение при переходе к новому базису. Изоморфизм пространств.

10.2. Понятие подпространства линейного пространства. Пересечение и сумма подпространств. Базисы пересечения и суммы.

10.3. Прямая сумма подпространств. Линейная оболочка векторов.

11. Линейные операторы. Приведение матрицы линейного оператора к каноническому виду. Изоморфизм линейных пространств.

11.1. Определение линейного оператора, примеры, простейшие свойства. Матрица линейного оператора.
11.2. Действия с линейными операторами. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.
11.3. Ядро и образ линейного оператора. Инвариантные подпространства и собственные векторы.
11.4. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Жорданова форма матрицы линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к Жордановой форме.
12. Евклидово пространство над полем вещественных и комплексных чисел. Ортонормированный базис. Ортогональные подпространства и проекции.
12.1. Понятие евклидова и унитарного пространств.
12.2. Теорема о существовании ортонормированного базиса. Построение ортонормированных базисов. Ортогональные подпространства и проекции
13. Линейные операторы, действующие в евклидовом пространстве.
13.1. Линейные функционалы. Оператор, сопряженный к данному. Самосопряженные и унитарные операторы, их свойства.
13.2. Симметрические и ортогональные операторы, действующие в вещественном евклидовом пространстве.
14. Билинейные и квадратичные формы, приведение к каноническому виду.
14.1. Понятие билинейной и квадратичной форм. Изменение матрицы билинейной (квадратичной) формы при линейном преобразовании.
14.2. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов.
14.3. Закон инерции квадратичных форм. Критерий Сильвестра.
14.4. Общее уравнение кривой и поверхности 2-го порядка, приведение его к каноническому виду. Инварианты кривой. Определение центра и главных направлений кривой 2-го порядка.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
- осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
- представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:

- программы Microsoft Office;
- издательская система LaTex;
- Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Ильин, В. А. Аналитическая геометрия : учебник для вузов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк ; под ред. А. Н. Тихонова. - 3-е изд., стереотип. - М.: Наука, 1981.-232с.

2. Ильин, В. А. Линейная алгебра : учебник для вузов / В. А. Ильин, Э. Г. Позняк. - 5-е изд., стереотип. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002.-317с.Головина Л.И. Линейная алгебра и некоторые ее приложения, М., 1979.

3. Проскуряков, И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для вузов. - 8-е изд. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003.-382с.

4. Клетеник, Д. В. Сборник задач по аналитической геометрии : учеб. пособие для вузов / под ред. Н. В. Ефимова. - 14-е изд., исправ. - М.: Наука, 1986.-223с.

5. Моденов, П.С. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие для вузов / П. С. Моденов, А. С. Пархоменко. - М-во высш. и сред. спец. образования СССР. - М.: Наука, 1976. - 384 с.

б) дополнительная литература

1. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры., М., 1979.

2. Мальцев А.И. Основы линейной алгебры, М., 1970.

3. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре, М., 1971.

4. Федорчук В.В. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры. Изд-во Московского ун-та, 1990.

5. Фадеев Д.К., Соменский И.С. Сборник задач по высшей алгебре, М., 1973.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Заведующая кафедрой

общей математики, доцент, к.ф.-м.н.		Е.А. Марушкина
должность, ученая степень	*подпись*	*И.О. Фамилия*

Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Аналитическая геометрия и линейная алгебра»

Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине

1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущего контроля успеваемости

Задания для самостоятельной работы

(данные задания выполняются студентом самостоятельно
и преподавателем в обязательном порядке не проверяются)

Задания по теме № 2 «Общие системы линейных уравнений. Однородные системы»:

Раздел 2.2: используя метод Гаусса, решить системы линейных уравнений

1. $\begin{cases} 3x_1+2x_2+x_3=5 \\ 2x_1+3x_2+x_3=1 \\ 2x_1+x_2+3x_3=11 \end{cases}$ 2. $\begin{cases} 2x_1-x_2-x_3=4 \\ 3x_1+4x_2-2x_3=11 \\ 3x_1-2x_2+4x_3=11 \end{cases}$ 3. $\begin{cases} x_1-2x_2+x_3+x_4=1 \\ x_1-2x_2+x_3-x_4=-1 \\ x_1-2x_2+x_3+5x_4=5 \end{cases}$

4. $\begin{cases} x_1+x_2+2x_3+3x_4=1 \\ 3x_1-x_2-x_3-2x_4=-4 \\ 2x_1+3x_2-x_3-x_4=-6 \\ x_1+2x_2+3x_3-x_4=-4 \end{cases}$ 5. $\begin{cases} 2x_1+x_2-x_3+x_4=1 \\ 3x_1-2x_2+2x_3-3x_4=2 \\ 5x_1+x_2-x_3+2x_4=-1 \\ 3x_1-x_2+x_3-3x_4=4 \end{cases}$

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:
Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:
«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.
«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Задания по теме № 4 «Алгебра матриц. Использование матриц в теории линейных систем уравнений»:

Раздел 4.1:

1. Найти матрицу, обратную для матрицы $\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 1 & 0 \\ 1 & 4 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 3 \end{pmatrix}$.

Раздел 4.3:

1. Исследовать на совместность систему, используя правило Крамера

$$\begin{cases} 3x_1+4x_2+x_3+2x_4+3=0, \\ 3x_1+5x_2+3x_3+5x_4+6=0, \\ 6x_1+8x_2+x_3+5x_4+8=0, \\ 3x_1+5x_2+3x_3+7x_4+8=0. \end{cases}$$

2. Решить матричное уравнение: $\begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 \\ 3 & 2 & -4 \\ 2 & -1 & 0 \end{pmatrix} X = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ 10 & 2 & 7 \\ 10 & 7 & 8 \end{pmatrix}$.

3. Найти общее и какое-нибудь частное решение системы: $\begin{cases} 3x_1-5x_2+2x_3+4x_4=2, \\ 7x_1-4x_2+5x_3+3x_4=5, \\ 5x_1+7x_2-4x_3-6x_4=3. \end{cases}$

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:

Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:

«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.

«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Задания по теме № 5 «Определители. Методы вычисления определителей n-ого порядка. Применение определителей»:

Раздел 5.1 – 5.3: Выполнить № 260, 263, 265, 430, 433, 426, 842, 843, 845 из учебного пособия Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для вузов. - 8-е изд. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003.-382с.

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:

Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:

«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.

«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Задания по теме № 6 «Элементы векторной алгебры в аналитической геометрии. Скалярное, векторное, смешанное произведения»:

Раздел 6.2:

1. Дан тетраэдр ABCD объемом $V=5$. Известны координаты вершин A(2, 1, -1), B(3, 0, 1) и C(2, -1, 3). Найти координаты вершины D, если известно, что она лежит на оси ОУ.
2. Определить угол между векторами $\vec{a}=\vec{i}+2\vec{j}+3\vec{k}$ и $\vec{b}=6\vec{i}+4\vec{j}-2\vec{k}$.
3. Вычислить площадь треугольника с вершинами A (1, 1, 1), B (2, 3, 4), C (4, 3, 2).
4. Вычислить объем треугольной пирамиды с вершинами A (0, 0, 1), B (2, 3, 5), C (6, 2, 3), D (3, 7, 2). Найти длину высоты пирамиды, опущенной на грань BCD.
5. Показать, что точки A (5, 7, -2), B (3, 1, -1), C (9, 4, -4), D (1, 5, 0) лежат в одной плоскости.

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:

Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:

«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.

«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Задания по теме № 8 «Прямая и плоскость»:

Разделы 8.1 – 8.4:

1. Доказать, что прямые $\frac{x+4}{2}=\frac{y-2}{-2}=\frac{z+2}{-3}$ и $\begin{cases} x=2+4t, \\ y=-1+t, \\ z=1-t \end{cases}$ скрещиваются и найти расстояние между ними.
2. Написать уравнение перпендикуляра, опущенного из точки P(–3, 13, 7) на прямую $\frac{x-1}{3}=\frac{y-2}{-4}=\frac{z-3}{1}$ и найти его длину.
3. Составить параметрические уравнения проекции прямой $x=3+5t$, $y=-1+t$, $z=4+t$ на плоскость $2x+y+3z-5=0$.
4. Составить уравнения сторон треугольника, зная 1), а также уравнения высоты одну его вершину C(4, и медианы , проведенных из одной вершины.
5. Найти точку, симметричную точке P(–13, 4, 6) относительно плоскости, проходящей через прямую $x=1+3t$, $y=3+2t$, $z=-2-t$ и точку O(0, 0, 0).

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:

Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:

«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.

«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Задания по теме № 9 «Кривые и поверхности второго порядка»:

Раздел 9.1: Выполнить № 807 (11 - 15) из учебного пособия Моденов П.С. Сборник задач по аналитической геометрии: учеб. пособие для вузов / П. С. Моденов, А. С. Пархоменко. - М-во высш. и сред. спец. образования СССР. - М.: Наука, 1976. - 384 с.

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:

Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:

«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.

«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Задания по теме № 10 «Подпространства линейного пространства, их пересечение и сумма»:

Раздел 10.2:

1. Дайте определение суммы и пересечения линейных подпространств. Сформулируйте теорему о размерностях суммы и пересечения подпространств.
2. Найти базисы суммы и пересечения линейных подпространств $L_1 = lin\ (a_1, a_2, a_3)$ и $L_2 = lin\ (b_1, b_2, b_3)$, если $a_1 = (1,1,1,1)$, $a_2 = (1,1,-1,-1)$, $a_3 = (1,-1,1,-1)$ и $b_1 = (1,-1,-1,1)$, $b_2 = (2,-2,0,0)$, $b_3 = (3,-1,1,1)$.

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:

Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:

«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.

«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Задания по теме № 11 «Линейные операторы. Приведение матрицы линейного оператора к каноническому виду. Изоморфизм линейных пространств»:

Раздел 11.2: Выполнить № 1482, 1483, 1509-1511 из учебного пособия Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для вузов. - 8-е изд. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003.-382с.

Раздел 11.4: Найти жорданову нормальную форму матрицы и базис, в котором матрица имеет данный вид.

1. $A=\begin{pmatrix} -4 & 4 & 2 \\ -1 & 1 & 1 \\ -5 & 4 & 3 \end{pmatrix}$ 2. $A=\begin{pmatrix} 9 & -6 & -2 \\ 18 & -12 & -3 \\ 18 & -9 & -6 \end{pmatrix}$ 3. $A=\begin{pmatrix} 3 & 0 & -1 \\ -2 & 1 & 1 \\ 3 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:

Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:

«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.

«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Задания по теме № 12 «Евклидово пространство над полем вещественных и комплексных чисел. Ортонормированный базис. Ортогональные подпространства и проекции»:

Раздел 12.2: Выполнить № 1358, 1360, 1362, 1371, 1372, 1374 б), 1403 из учебного пособия Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для вузов. - 8-е изд. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003.-382с.

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:

Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:

«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.

«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Задания по теме № 14 «Билинейные и квадратичные формы, приведение к каноническому виду»:

Раздел 14.2: Выполнить задания № 1176, 1177, 1181, 1183, 1248, 1250 из учебного пособия Проскуряков И. В. Сборник задач по линейной алгебре : учеб. пособие для вузов. - 8-е изд. - М.: Лаборатория Базовых Знаний, 2003.-382с.

Правила выставления оценки по результатам выполнения задания:

Выполнение работы оценивается «зачтено»/«незачтено»:

«Зачтено» – решены все задачи, ответы верные.

«Незачтено» – задание выполнено не полностью, ответы неверные.

Контрольная работа № 1

(проверка сформированности ОПК-1, индикатор ИД-ОПК-1_2

(в части умений работы с матрицами и системами линейных уравнений)

Примеры заданий:

Вариант 1

1. Решите систему линейных уравнений, используя метод Крамера:

$$\begin{cases} 2x+3y+5z=10, \\ 3x+7y+4z=3, \\ x+2y+2z=3. \end{cases}$$

2. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:

$$\begin{cases} 2x_1+7x_2+3x_3+x_4=5, \\ x_1+3x_2+5x_3-2x_4=3, \\ x_1+5x_2-9x_3+8x_4=1, \\ 5x_1+18x_2+4x_3+5x_4=12. \end{cases}$$

3. Вычислите обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

4. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$.

Вариант 2

1. Решите систему линейных уравнений, используя метод Крамера:
$$\begin{cases} 5x - 6y + 4z = 3, \\ 3x - 3y + 2z = 2, \\ 4x - 5y + 2z = 1. \end{cases}$$
2. Решите систему линейных уравнений методом Гаусса:
$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 + x_4 = 1, \\ 8x_1 + 12x_2 - 9x_3 + 8x_4 = 3, \\ 4x_1 + 6x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 3, \\ 2x_1 + 3x_2 + 9x_3 - 7x_4 = 3. \end{cases}$$
3. Вычислите обратную матрицу для матрицы $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$.
4. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 3 & -5 & -2 & 2 \\ -4 & 7 & 4 & 4 \\ 4 & -9 & -3 & 7 \\ 2 & -6 & -3 & 2 \end{vmatrix}$.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу:
- за каждое полностью правильно выполненное задание – 3 балла;
- при решении допущены незначительные арифметические ошибки – 2 балла;
- правильно выбран способ решения задания, но при его реализации допущены грубые ошибки – 1 балл;
- полностью неправильно выполненное задание – 0 баллов.

Максимальное количество баллов по итогам контрольной работы – 12 баллов,

Набранное количество баллов от 11-12 соответствует оценке «отлично», 8-10 баллов – оценке «хорошо», 5-7 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 5 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

Контрольная работа № 2

(проверка сформированности ОПК-1, индикатор ИД-ОПК-1_2

(в части умений работы с векторами, прямыми и плоскостями)

Примеры заданий:

Вариант 1

1. Даны вершины треугольника A (-1, -2, 4), B (-4, -2, 0) и C (3, -2, 1).
   а). Определить его внутренний угол при вершине B.
   б). Найти площадь треугольника ABC.
2. Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках A (2, -1, 1), B (5, 5, 4), C (3, 2, -1) и D (4, 1, 3).
3. Составить уравнение биссектрисы острого угла между прямыми $2x - 3y - 5 = 0$ и $6x - 4y + 7 = 0$.
4. Доказать, что прямые $\frac{x+4}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{-3}$ и $\begin{cases} x = 2+4t, \\ y = -1+t, \\ z = 1-t \end{cases}$ скрещиваются и найти расстояние между ними.
5. Найдите точку, симметричную точке P (1, -1, -2) относительно прямой $\frac{x+3}{3} = \frac{y+2}{2} = \frac{z-8}{-2}$.

Вариант 2

1. Даны вершины треугольника A (3, 2, -3), B (5, 1, -1) и C (1, -2, 1).
   а). Определить его внешний угол при вершине A.
   б). Найти площадь треугольника ABC.
2. Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках A (1, 2, -1), B (0, 1, 5), C (-1, 2, 1) и D (2, 1, 3).
3. Составить уравнение биссектрисы острого угла между прямыми $3x + 4y - 5 = 0$ и $5x - 12y + 3 = 0$.
4. Доказать, что прямые $\begin{cases} x + y - z = 0, \\ x - y - 5z - 8 = 0 \end{cases}$ и $\frac{x+2}{3} = \frac{y+1}{-2} = \frac{z}{1}$ параллельны и написать уравнение плоскости, в которой они лежат.
5. Найдите точку, симметричную точке P (2, 3, -1) относительно прямой $\frac{x-5}{3} = \frac{y}{2} = \frac{z+25}{-2}$.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу:
- за каждое полностью правильно выполненное задание – 3 балла;
- при решении допущены незначительные арифметические ошибки – 2 балла;
- правильно выбран способ решения задания, но при его реализации допущены грубые ошибки – 1 балл;
- полностью неправильно выполненное задание – 0 баллов.

Максимальное количество баллов по итогам контрольной работы – 15 баллов,

Набранное количество баллов от 13-15 соответствует оценке «отлично», 9-12 баллов – оценке «хорошо», 5-8 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 5 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

Контрольная работа № 3

(проверка сформированности ОПК-1, индикатор ИД-ОПК-1_3 в части практического применения методов вычисления суммы и пересечения подпространств линейного пространства; работы с линейными операторами)

Примеры заданий:

Вариант №1

1. Найти базисы суммы и пересечения линейных подпространств $L_1 = lin\ (a_1, a_2, a_3)$ и $L_2 = lin\ (b_1, b_2)$, если $a_1 = (0,1,1,1)$, $a_2 = (1,1,1,2)$, $a_3 = (-2,0,1,1)$ и $b_1 = (-1,3,2,-1)$, $b_2 = (1,1,0,-1)$.
2. Проверить, что $\{e_1, e_2, e_3\}$ - базис пространства R^3 и написать матрицу линейного оператора A в этом базисе, если $Ae_1 = f_1$, $Ae_2 = f_2$, $Ae_3 = f_3$. Вычислить координаты вектора Ax в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$, если $x = \{1, 2, 3\}$. $e_1 = \{1,2,0\}, e_2 = \{1,1,0\}, e_3 = \{1,1,1\}$, $f_1 = \{2,4,1\}, f_2 = \{3,4,1\}, f_3 = \{0,-1,2\}$.
3. Известна матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ линейного оператора A в базисе $\{a_1, a_2\}$, где $a_1 = \{1,2\}$, $a_2 = \{2,3\}$ и матрица $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ оператора B в базисе $\{b_1, b_2\}$: $b_1 = \{1,0\}$, $b_2 = \{1,1\}$. Требуется найти матрицу линейного оператора $X = A + B^2$ в базисе $f_1 = a_1, f_2 = b_2$.
4. Исследовать вопрос о диагонализируемости оператора A, заданного матрицей $A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$. В случае, если это возможно, указать базис и диагональную матрицу оператора в этом базисе.

Вариант №2

1. Найти базисы суммы и пересечения линейных подпространств $L_1 = lin\ (a_1, a_2, a_3)$ и $L_2 = lin\ (b_1, b_2)$, если $a_1 = (1,2,-1,-2)$, $a_2 = (3,0,1,1)$, $a_3 = (1,1,1,1)$ и $b_1 = (2,5,-6,-5)$, $b_2 = (-1,2,-7,-3)$.
2. Проверить, что $\{e_1, e_2, e_3\}$ - базис пространства R^3 и написать матрицу линейного оператора A в этом базисе, если $Ae_1 = f_1$, $Ae_2 = f_2$, $Ae_3 = f_3$. Вычислить координаты вектора Ax в базисе $\{e_1, e_2, e_3\}$, если $x = \{1, 2, 3\}$. $e_1 = \{-1,2,1\}, e_2 = \{1,0,1\}, e_3 = \{0,2,1\}$, $f_1 = \{-1,4,2\}, f_2 = \{2,-2,1\}, f_3 = \{0,2,2\}$.
3. Известна матрица $A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 4 & 3 \end{pmatrix}$ линейного оператора A в базисе $\{a_1, a_2\}$, где $a_1 = \{1,2\}$, $a_2 = \{2,3\}$ и матрица $B = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$ оператора B в базисе $\{b_1, b_2\}$: $b_1 = \{1,0\}$, $b_2 = \{1,1\}$. Требуется найти матрицу линейного оператора $X = AB$ в базисе $f_1 = b_1, f_2 = a_2$.

4. Исследовать вопрос о диагонализируемости оператора A, заданного матрицей $A=\begin{pmatrix} 4 & 5 & -2 \\ -2 & -2 & 1 \\ -1 & -1 & 1 \end{pmatrix}$. В случае, если это возможно, указать базис и диагональную матрицу оператора в этом базисе.

<u>Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:</u>

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу:
- за каждое полностью правильно выполненное задание – 3 балла;
- при решении допущены незначительные арифметические ошибки – 2 балла;
- правильно выбран способ решения задания, но при его реализации допущены грубые ошибки – 1 балл;
- полностью неправильно выполненное задание – 0 баллов.

Максимальное количество баллов по итогам контрольной работы – 12 баллов,

Набранное количество баллов от 11-12 соответствует оценке «отлично», 8-10 баллов – оценке «хорошо», 5-7 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 5 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

Контрольная работа № 4

(проверка сформированности ОПК-1, индикатор ИД-ОПК-1_3 в части умений работы с ортогональными подпространствами и проекциями, ортонормированными базисами)

Примеры заданий:

Вариант №1

1. Найти уравнения, определяющие ортогональное дополнение подпространства, заданного следующей системой уравнений: $\begin{cases} x_1+2x_2+x_3+x_4=0, \\ 2x_1+3x_2-4x_3+5x_4=0, \\ x_1+4x_2+3x_3-5x_4=0. \end{cases}$

2. Применяя процесс ортогонализации Грама-Шмидта, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на векторы $\overrightarrow{a_1}=(1,-2,2)$, $\overrightarrow{a_2}=(-1,0,1)$, $\overrightarrow{a_3}=(5,-3,-7)$.

3. Привести к каноническому виду квадратичную форму $x_1^2+2x_2^2+3x_3^2-4x_1x_2-4x_2x_3$. Указать канонический базис.

4. Найти все значения параметра λ, при которых положительно определена квадратичная форма: $2x_1^2+x_2^2+3x_3^2+2\lambda x_1x_2+2x_1x_3$.

5. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора $\vec{x}=(1,3,-1,3)$ на подпространство, натянутое на векторы $\vec{a}_1=(1,-1,1,1)$, $\vec{a}_2=(5,1,-3,3)$.

Вариант №2

1. Линейное подпространство задано уравнениями

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 + 3x_3 - x_4 = 0, \\ 3x_1 + 2x_2 \qquad - 2x_4 = 0, \\ 3x_1 + x_2 + 9x_3 - x_4 = 0. \end{cases}$$

Найти уравнения, задающие ортогональное дополнение этого подпространства.

2.Применяя процесс ортогонализации Грама-Шмидта, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на векторы $\vec{a}_1 = (1, 2, 2)$, $\vec{a}_2 = (1, 1, -5)$, $\vec{a}_3 = (3, 2, 8)$.

3. Привести к каноническому виду квадратичную форму $2x_1^2 + x_2^2 - 4x_1x_2 - 4x_2x_3$. Указать канонический базис.

4. Найти все значения параметра λ, при которых положительно определена квадратичная форма: $x_1^2 - 2x_2^2 + x_3^2 + \lambda x_1x_2 + 4x_1x_3 + 2x_2x_3$.

5. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора $\vec{x} = (1, 3, -1, 3)$ на подпространство, натянутое на векторы $a_1 = (1,1,1,1)$, $a_2 = (3,3,-1,-1)$.

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам контрольной работы считается в баллах по следующему принципу:

- за каждое полностью правильно выполненное задание – 3 балла;
- при решении допущены незначительные арифметические ошибки – 2 балла;
- правильно выбран способ решения задания, но при его реализации допущены грубые ошибки – 1 балл;
- полностью неправильно выполненное задание – 0 баллов.

Максимальное количество баллов по итогам контрольной работы – 15 баллов,

Набранное количество баллов от 13-15 соответствует оценке «отлично», 9-12 баллов – оценке «хорошо», 5-8 баллов – оценке «удовлетворительно», менее 5 баллов – оценке «неудовлетворительно» (умения на данном этапе освоения дисциплины не сформированы).

Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины перед экзаменом
(тест проводится в ЭУК «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» в LMS Moodle)

В тесте 7 заданий, за правильный ответ на каждый вопрос дается 2 балла. На прохождение теста дается время 2 часа.

Количество набранных баллов от 12 до 14 соответствует оценке «отлично».

Количество набранных баллов от 9 до 11 соответствует оценке «хорошо».

Количество набранных баллов от 6 до 8 соответствует оценке «Удовлетворительно».

Количество баллов меньше 6 соответствует оценке «Неудовлетворительно».

Примерные вопросы теста:

1. Определите, к какому типу по количеству решений относится система линейных уравнений $\begin{cases} 2x + 3y + 5z = 10, \\ 3x + 7y + 4z = 3, \\ x + 2y + 2z = 3. \end{cases}$

а) Определенная; б). Неопределенная; в). Несовместная

2. Вычислите определитель $\begin{vmatrix} 9 & 7 & 9 & 7 \\ 8 & 6 & 8 & 6 \\ -9 & -7 & 9 & 7 \\ -8 & -6 & 8 & 6 \end{vmatrix}$:

а) 0 б) 16 в) -5

3. При каком значении параметра λ система линейных уравнений не имеет решений

$$\begin{cases} (\lambda+3)x + y + 2z = \lambda, \\ \lambda x + (\lambda - 1)y + z = 2\lambda, \\ 3(\lambda+1)x + \lambda y + (\lambda+3)z = 5. \end{cases}$$

а) 1 б) 0 в) -1

4. Даны вершины треугольника А (-1, -2, 4), В (-4, -2, 0) и С (3, -2, 1). Чему равен его внутренний угол при вершине В?
а) 60° б) 30° в) 45°

5. Являются ли компланарными векторы $\vec{a} = \{2,3,-1\}$, $\vec{b} = \{1,-1,3\}$, $\vec{c} = \{1,9,-11\}$?
а) да б) нет

6. Являются ли прямые $\frac{x+4}{2} = \frac{y-2}{-2} = \frac{z+2}{-3}$ и $\begin{cases} x = 2+4t, \\ y = -1+t, \\ z = 1-t \end{cases}$ скрещивающимися?

а) да б) нет

7. Вычислить объем тетраэдра, вершины которого находятся в точках
А (2, -1, 1), В (5, 5, 4), С (3, 2, -1) и D (4, 1, 3).

а) 2 б) 3 в) 1

Задания для самопроверки по результатам освоения дисциплины перед экзаменом
(выполняются в ЭУК «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» в LMS Moodle)

В задании 5 задач, за правильное решение каждой задачи дается 2 балла. На выполнение задания дается время 2 часа.

Количество набранных баллов от 9 до 10 соответствует оценке «отлично».

Количество набранных баллов от 7 до 8 соответствует оценке «хорошо».

Количество набранных баллов от 5 до 6 соответствует оценке «Удовлетворительно».

Количество баллов меньше 5 соответствует оценке «Неудовлетворительно».

Примерные задачи:

1. Исследовать вопрос о диагонализируемости оператора A, заданного матрицей $A=\begin{pmatrix} 4 & 6 & 0 \\ -3 & -5 & 0 \\ -3 & -6 & 1 \end{pmatrix}$. В случае, если это возможно, указать базис и диагональную матрицу оператора в этом базисе.
2. Применяя процесс ортогонализации Грама-Шмидта, построить ортогональный базис подпространства, натянутого на векторы $a_1=(-1,4,-3)$, $a_2=(3,-7,5)$, $a_3=(3,-2,1)$, $a_4=(-4,1,0)$.
3. Найти ортогональную проекцию и ортогональную составляющую вектора $x=(14,-3,-6,-7)$ на подпространство, натянутое на векторы $y_1=(-3,0,7,6)$, $y_2=(1,4,3,2)$, $y_3=(2,2,-2,-2)$.
4. Найти все значения параметра λ, при которых положительно определена квадратичная форма: $\lambda x_1^2-2x_2^2+x_3^2+x_1x_2+4x_1x_3+2x_2x_3$.
5. Найти базис и размерность линейного подпространства: всех многочленов степени не более 4, удовлетворяющих условиям $2f(0)-3f(1)=0$.

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов к экзамену 1 семестр:

1. Понятие вектора в геометрии. Линейные операции над векторами и их свойства. Понятие линейного векторного пространства. Примеры линейных векторных пространств. Пространство $\mathbf{R}^n$.
2. Понятие системы линейных уравнений и ее решения. Совместные и несовместные системы. Определенные и неопределенные системы. Элементарные преобразования системы. Равносильные системы.
3. Правило Жордана-Гаусса исключения переменной из всех уравнений системы кроме одного. Приведение системы к единичному базису. Решение системы линейных уравнений.
4. Однородная система линейных уравнений и свойства ее решений. Связь решений неоднородной системы и соответствующей ей однородной.
5. Линейно зависимые и линейно независимые системы векторов. Необходимое и достаточное условие линейной зависимости векторов. Примеры.
6. Свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов. Линейная зависимость векторов в $\mathbf{R}^n$.
7. Понятие базиса системы векторов. Теорема о двух различных базисах одной и той же системы векторов. Координаты вектора в данном базисе.
8. Ранг системы векторов, его свойства. Размерность векторного пространства.
9. Понятие ранга матрицы. Решение задач по отысканию ранга матрицы.
10. Операции над матрицами, их свойства. Размерность пространства однотипных матриц размера $m\times n$.
11. Обратная матрица. Матричная запись системы линейных уравнений и ее решение с помощью обратной матрицы.
12. Понятие определителя квадратной матрицы. Минор и алгебраическое дополнение. Правило Лапласа разложения определителя по элементам какой-либо строки (столбца).

13. Свойства определителей, методы их вычисления.
14. Вычисление обратной матрицы с помощью алгебраических дополнений ее элементов. Правило Крамера решения системы линейных уравнений.
15. Скалярное произведение векторов, его свойства и приложения в геометрии и физике.
16. Векторное произведение векторов, его геометрический смысл, свойства, приложения.
17. Смешанное произведение векторов, его геометрический смысл, свойства, приложения. Двойное векторное произведение.
18. Понятие аффинной и прямоугольной декартовой системы координат на плоскости и в пространстве. Координаты точки. Геометрический смысл координат точки в прямоугольной декартовой системе координат.
19. Полярная система координат, ее связь с прямоугольной декартовой. Сферические и цилиндрические координаты.
20. Различные уравнения прямой линии на плоскости и в пространстве: параметрические уравнения по точке и направляющему вектору, по двум точкам, канонические уравнения.
21. Общее уравнение прямой на плоскости, геометрический смысл его коэффициентов в прямоугольной декартовой системе координат. Уравнение прямой по точке и угловому коэффициенту.
22. Уравнение прямой в отрезках. Уравнение прямой по точке и нормальному вектору в прямоугольной декартовой системе координат.
23. Взаимное расположение двух прямых на плоскости. Расположение прямой относительно осей координат.
24. Угол между прямыми. Расстояние от точки до прямой на плоскости.
25. Различные уравнения плоскости: параметрические по точке и двум направляющим векторам, трем точкам, общее уравнение плоскости.
26. Взаимное расположение двух и трех плоскостей. Прямая как пересечение двух плоскостей.
27. Взаимное расположение прямой и плоскости, двух прямых в пространстве.
28. Уравнение плоскости по точке и нормальному вектору. Расстояние от точки до плоскости в пространстве.
29. Расстояние от точки до прямой в пространстве. Угол между плоскостями.
30. Эллипс, его каноническое уравнение и свойства.
31. Гипербола, ее каноническое уравнение, свойства. Асимптоты гиперболы.
32. Парабола, ее каноническое уравнение и свойства.
33. Поверхности вращения: эллипсоид, гиперболоиды, параболоид.
34. Канонические уравнения поверхности второго порядка и их исследование методом сечений.
35. Конические и цилиндрические поверхности.

Список вопросов к экзамену 2 семестр:

1. Подпространства линейного векторного пространства, их пересечение и сумма. Примеры. Теорема о размерности суммы двух подпространств.
2. Прямая сумма подпространств. Линейная оболочка системы векторов.
3. Понятие базиса векторного пространства и координат вектора. Преобразование координат векторов при переходе к новому базису.
4. Понятие линейного оператора. Примеры линейных операторов. Простейшие свойства. Матрица линейного оператора.
5. Арифметические операции над линейными операторами и их свойства.
6. Изменение матрицы линейного оператора при переходе к новому базису.

7. Ядро и образ линейного оператора. Ранг и дефект. Теорема о взаимосвязи между размерностями подпространств $\mathbf{Ker}A$ и $\mathbf{Im}\,A$.
8. Инвариантные подпространства линейного оператора. Разложение пространства в прямую сумму инвариантных относительно некоторого оператора подпространств.
9. Понятие собственного вектора линейного оператора. Характеристический многочлен и собственные значения линейного оператора.
10. Свойства собственных векторов линейного оператора. Приведение матрицы линейного оператора к диагональному виду. Жорданова нормальная форма матрицы линейного оператора (понятие).
11. Понятие евклидова пространства над полем вещественных чисел (комплексных чисел). Примеры евклидовых пространств. Длина векторов угол между двумя векторами.
12. Ортогональный базис евклидова пространства. Теорема о линейной независимости попарно ортогональных векторов данной системы. Процесс ортогонализации построения ортогональных векторов.
13. Ортогональные подпространства евклидова пространства. Необходимое и достаточное условие ортогональности 2-х подпространств. Теорема о пересечении двух взаимно ортогональных подпространств.
14. Ортогональное дополнение подпространства , его построение. Ортогональная проекция вектора на подпространство.
15. Понятие билинейной формы. Матрица билинейной формы, ее изменение при переходе к новому базису. Ранг билинейной формы.
16. Симметрическая и кососимметрическая билинейные формы. Необходимое и достаточное условие симметричности (кососимметричности). Теорема о представлении любой билинейной формы в виде суммы симметрической и кососимметрической билинейных форм.
17. Квадратичная форма, ее матрица. Приведение квадратичной формы к сумме квадратов (теорема).
18. Каноническая форма квадратичной формы. Закон инерции квадратичных форм. Положительно- и отрицательно-определенные квадратичные формы, критерий Сильвестра.
19. Билинейные и квадратичные формы в комплексном евклидовом пространстве. Изменение матрицы билинейной формы при переходе к новому базису. Эрмитовы билинейные и квадратичные формы.
20. Понятие оператора, сопряженного к данному. Матрица сопряженного оператора. Свойства операции сопряжения.
21. Самосопряженный оператор, его матрица, свойства.
22. Каноническая форма матрицы самосопряженного оператора, в евклидовом пространстве.
23. Унитарный оператор, его свойства. Канонический вид матрицы.
24. Ортогональный оператор, его свойства и матрица.
25. Ортогональные операторы, действующие в одномерном и двумерном евклидовых пространствах

Правила выставления оценки на экзамене.

На экзамене проверяется сформированность компетенции ОПК-1, (индикаторы ИД-ОПК-1_2, ИД-ОПК-1_3 в части умений работы с матрицами, системами линейных алгебраических уравнений, векторами, прямыми и плоскостями, навыков работы с линейными пространствами, линейными операторами и квадратичными формами).

В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса. На подготовку к ответу дается не менее 1часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом аналитической геометрии и линейной алгебры; осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент дает развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию.

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который дает недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагается в терминах аналитической геометрии и линейной алгебры, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или дает неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины
« Аналитическая геометрия и линейная алгебра »

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» являются как лекции так и практические занятия. Это связано с тем, что студентам, важно применять полученные знания на практических примерах для лучшего усвоения материала. Для этого на практических занятиях приводится решение большого количества задач, давая студентам возможность лучше усвоить материал.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и обязательно прорешивать задачи, заданные для самостоятельного решения.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, как аналогичные разобранным на лекциях, так и повышенной сложности, для формирования исследовательских навыков. Добросовестное выполнение домашнего задания помогает студентам лучше усваивать пройденный материал, и прослеживать связь пройденного материала с новым.

Для проверки и контроля усвоения теоретического и практического материала, в течение обучения проводятся проверка домашних заданий. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для домашней работы, которые вызвали затруднения.

Полный список заданий для самостоятельной работы по темам (разделам) дисциплины приведен в ЭУК в LMS Moodle «Аналитическая геометрии и линейная алгебра». Вопросы, возникающие в процессе или по итогам решения этих задач, можно задать на консультациях или в форуме (чате) в ЭУК в LMS Moodle.

В конце первого и второго семестра студенты сдают экзамен. Экзамены принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса. На самостоятельную подготовку к зачету выделяется 3 дня, во время подготовки к зачету предусмотрена групповая консультация.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Аналитическая геометрия и линейная алгебра» самостоятельно студенту бывает сложно. Это связано с тем, что материал, который дается студентам, во многом адаптирован для студентов. В то время как студент, пропустивший занятие, теряется в обилии информации по данной теме, изложенной в литературе. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать экзамен может быть затруднительно.