

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Современные проблемы математики**

Направление подготовки (специальности)  
02.04.01 Математика и компьютерные науки

Направленность (профиль)  
«Компьютерная математика»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины "Современные проблемы математики" являются ознакомление с современными проблемами геометрии выпуклых тел и приложениями некоторых числовых характеристик выпуклых тел для задач линейной интерполяции.

### 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Современные проблемы математики» относится к обязательной части образовательной программы и входит в раздел «Дополнительные главы фундаментальных дисциплин направления» образовательной программы. Для успешного изучения этой дисциплины необходимы знания и умения, приобретенные в результате освоения предшествующих дисциплин - математического анализа, линейной алгебры, аналитической геометрии, компьютерной алгебры.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
<b>ОПК-1</b> Способен находить, формулировать и решать актуальные и значимые проблемы прикладной и компьютерной математики	<b>И_ОПК.1.3</b> Имеет навыки решения актуальных и значимых проблем прикладной и компьютерной математики	Знать: - основные алгоритмы численного решения уравнений в частных производных методом сеток применительно к задачам вычислительной гидродинамики. - основные идеи алгоритма метода сглаженных частиц (SPH). - Достоинства и недостатки метода (SPH) по сравнению с методом сеток.

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)  Формы ЭО и ДОТ (при наличии)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1.	Обзор проблем современной геометрии выпуклых тел.	2	3	3				14	
2.	Понятие симплекса. Числовые характеристики n-мерного симплекса и их вычисление. Базисные многочлены Лагранжа и их свойства. Осевые диаметры.	2	3	3		1		14	
3.	Задача о поглощении куба гомотетом симплекса и ее связь с задачами интерполяции. Минимальные коэффициенты гомотетии поглощения куба с трансляцией и без трансляции. (В обозначениях, принятых в литературе $\alpha(S)$ и $\xi(S)$ .)	2	4	4		1		14	Контрольная работа №1
4.	Оценка нормы интерполяционного проектора по узлам в вершинах симплекса. Связь нормы проектора и геометрических характеристик симплекса.	2	3	3		1		14	
5.	Семейства экстремальных симплексов и исследование их свойств.	2	3	3		1		15,7	Контрольная работа № 2
		2					0,3		Зачет
	Всего за семестр 108 часов		16	16		4	0,3	71,7	
	ИТОГО 108 часов		16	16		4	0,3	71,7	

## Содержание разделов дисциплины:

1. Обзор проблем современной геометрии выпуклых тел.
2. Понятие симплекса. Числовые характеристики  $n$ -мерного симплекса и их вычисление. Базисные многочлены Лагранжа и их свойства. Осевые диаметры.
3. Задача о поглощении куба гомотетом симплекса и ее связь с задачами интерполяции. Минимальные коэффициенты гомотетии поглощения куба с трансляцией и без трансляции. (В обозначениях, принятых в литературе  $\alpha(S)$  и  $\xi(S)$ .)
4. Оценка нормы интерполяционного проектора по узлам в вершинах симплекса. Связь нормы проектора и геометрических характеристик симплекса.
5. Семейства экстремальных симплексов и исследование их свойств.

### **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

**Лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция с элементами лекции-беседы** – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

**Консультации** – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

### **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader;
- Wolfram Mathematica;
- Microsoft Visual Studio Community 2019.

### **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)**

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

[http://www.lib.uniya.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniya.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет» (при необходимости), рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Невский М. В. Геометрические оценки в полиномиальной интерполяции. Ярославль: Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, 2012. 218 с.  
<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20120230.pdf>
2. Климов В. С., Ухалов А. Ю. Решение задач математического анализа с использованием систем компьютерной математики. Ярославль: Ярославский государственный университет им. П. Г. Демидова, 2014. 96 с. <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20140206.pdf>

### **б) дополнительная литература**

1. Невский М. В. О геометрических характеристиках  $n$ -мерного симплекса / Моделирование и анализ информационных систем, 2011. Т. 18. Вып. 2, С. 52—64.
2. Невский М. В., Ухалов А. Ю. О числовых характеристиках симплекса и их оценках / Моделирование и анализ информационных систем. Т.23, No. 5. 2016. С. 603—619.
3. Невский М. В., Ухалов А. Ю. Новые оценки числовых величин, связанных с симплексом / Моделирование и анализ информационных систем. Т.24, No. 1. 2017. С. 94—110.
4. Дьяконов В.П. Mathematica 5.1/5.2/6. Программирование и математические вычисления. М.: ДМК-Пресс, 2008. — 574 с.

### **в) ресурсы сети «Интернет» (при необходимости)**

<https://reference.wolfram.com/language/?source=nav>

<https://maxima.sourceforge.io/ru/>

<https://www.gnu.org/software/octave/>

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Доцент кафедры математического анализа, к.т.н.

В. В. Литвинов

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины  
«Современные проблемы математики»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущего контроля успеваемости  
и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

1. Типовые контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущего контроля успеваемости

**Контрольная работа № 1 (И\_ОПК.1.3)**

Для данного симплекса найти базисные многочлены Лагранжа, вычислить осевые диаметры и коэффициенты поглощения куба с трансляцией и без трансляции ( $\alpha(S)$ ,  $\xi(S)$ ).

Варианты симплексов

- 1)  $N=1$ ,  $x_1=1/2$ ,  $x_2=1$ .
- 2)  $N=2$ ,  $(0,0)$ ,  $(0,1/2)$ ,  $(1,1)$ .
- 3)  $N=3$ ,  $(0,0,0)$ ,  $(1,1,0)$ ,  $(1,0,1)$ ,  $(0,1,1)$ .
- 4) Используя систему Wolfram Mathematica найти оценку величины  $\xi_n$  для  $n=1,2,3,4$ .  
Найти приближенно координаты вершин соответствующих экстремальных симплексов.

**Контрольная работа № 2 (И\_ОПК.1.3)**

Найти норму интерполяционного проектора по данному набору узлов

- 1)  $N=4$ ,  $(0, 1, 1, 1)$ ,  $(1, 0, 1, 1)$ ,  $(1, 1, 0, 1)$ ,  $(1, 1, 1, 0)$ ,  $(0, 0, 0, 0)$ ;
- 2)  $N=6$ ,  $(0, 1, 1, 1, 1, 1)$ ,  $(1, 0, 0, 1, 0, 1)$ ,  $(1, 0, 0, 0, 1, 1)$ ,  $(1, 1, 0, 1, 1, 0)$ ,  $(1, 0, 1, 1, 1, 0)$ ,  $(1, 1, 1, 0, 0, 1)$ ,  $(0, 0, 0, 0, 0, 0)$ .

**Список вопросов для зачета (И\_ОПК.1.3)**

1. Базисные многочлены Лагранжа и их свойства.
2. Осевые диаметры  $n$ -мерного симплекса и формулы для их вычисления.
3. Формулы для вычисления минимального коэффициента поглощения куба гомотетом симплекса с трансляцией и без трансляции ( $\alpha(S)$  и  $\xi(S)$ ).
4. Минимальный коэффициент гомотетии  $\xi_n$ .
5. Связь величины  $\xi_n$  и минимальной нормы интерполяционного проектора.
6. Методы оценки величины  $\xi_n$ .
7. Вычисление нормы интерполяционного проектора при линейной интерполяции по заданному набору узлов.

**Требования для получения зачета**

По результатам выполнения самостоятельной работы проводится собеседование.  
Для получения зачета студент должен

- 1) успешно выполнить контрольные работы;

- 2) решить предложенную задачу;
- 3) быть в состоянии ответить на вопросы из предложенного списка.

## **Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Современные проблемы математики»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Вопросы, освещаемые в предлагаемом студентам курсе относятся к актуальным проблемам задачи интерполяции и геометрии выпуклых тел. В связи с этим, от студентов требуется умение читать современную научную литературу.

Вычисления, требуемые при выполнении контрольных работ могут быть достаточно громоздкими. Для выполнения расчетов рекомендуется использовать систему компьютерной математики Wolfram Mathematica или какую либо другую аналогичную систему. В частности, для использования дома, можно порекомендовать обратить внимание на такие бесплатные программы как Maxima и Octave. Использование этих систем позволит сосредоточиться на главных проблемах курса.