МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра компьютерной безопасности и математических методов обработки информации

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

_____ Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Сложность вычислений

Направление подготовки (специальности)
10.04.01 Информационная безопасность

Направленность (профиль)
«Управление информационной безопасностью»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Сложность вычислений" обеспечивает приобретение фундаментальных знаний и умений в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом направления "10.04.01-Информационная безопасность" (уровень магистратуры), содействует фундаментализации образования, развитию логического и алгоритмического мышления и формированию математического и общенаучного мировоззрения. Целью изучения дисциплины является овладение базовыми понятиями и методами теории алгоритмов, ознакомление с их применениями в области обеспечения информационной безопасности, установление существования алгоритмически неразрешимых проблем и значение этого фундаментального факта теории алгоритмов для алгоритмической практики, компьютерных наук и защиты информации, ознакомление с базовыми подходами к оценке сложности алгоритмов и задач и некоторыми приемами построения эффективных алгоритмов.

2. Место дисциплины в структуре ОП магистратуры

Дисциплина "Сложность вычислений" относится к вариативной части блока Б.1. Она играет исключительно важную роль для общематематической и общепрофессиональной подготовки специалиста. При ее изучении существенно используются знания, полученные при изучении математических дисциплин “Алгебра”, "Теория чисел", "Дискретная математика", "Информатика", "Математическая логика и теория алгоритмов" и "Теория алгоритмов". Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины "Сложность вычислений", используются обучаемыми при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Универсальные компетенции		
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	И-УК-1.7: - знает методы и современные средства и технологии поиска информации; - знает методы и способы фильтрации, критического анализа И-УК-1.8: - умеет анализировать задачу; - умеет применять методы и современные средства поиска информации; И-УК-1.6: - владеет навыками поиска информации с использованием современных средств и технологий;	**Знать:** методы и современные средства и технологии поиска информации; методы и способы фильтрации, критического анализа **Уметь:** анализировать задачу; применять методы и современные средства поиска информации; **Владеть:** навыками поиска информации с использованием современных
Профессиональные компетенции		

ПК-1. Способен разрабатывать математические модели систем обеспечения информационной безопасности, математически доказывать их соответствие выбранным политикам безопасности	И-ПК-1.10 знает различные подходы к определению понятия алгоритма, методы доказательства алгоритмической неразрешимости и методы построения эффективных алгоритмов И-ПК-1.11 умеет оценивать сложность алгоритмов и вычислений	**Знать:** определение детерминированной и недетерминированной k-ленточной машины Тьюринга: внешний и внутренний алфавиты, команды и программа, конфигурация, описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций, языки, принимаемые (допускаемые, распознаваемые) k-ленточными детерминированными и недетерминированными машинами Тьюринга, подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений, временная и емкостная меры сложности (детерминированный и недетерминированный случаи), полиномиально ограниченные машины Тьюринга, классы языков **P**-TIME и **P**-SPACE, **NP**-TIME, пример языка, не входящего в класс **P**-TIME, проблема **NP = P**? Полиномиальная сводимость, **NP-полнота** проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT), сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций, проблемы распознавания и проблемы вхождения в языки, **NP-трудные** и **NP-полные** языки (задачи, проблемы), **NP-полные проблемы** из различных разделов математики, сложностная классификация языков: классы TIME(f(n)) и SPACE(f(n)), классы TIME(n^k), P-TIME и TIME(2^n), сложностные иерархии, элементарные и неэлементарные задачи (языки), сложность разрешимости элементарной теории поля действительных чисел и арифметики Пресбургера, теорема Рабина-Фишера, алгоритмически неразрешимые проблемы в области защиты информации, дискреционная политика управления доступом, модель HRU - неразрешимый и разрешимые варианты, нормальные алгорифмы А.А.Маркова, сложность его описания как мера сложности алгоритма, RAM-машины (МПД). **Уметь**: разрабатывать алгоритмы и оценивать сложность его реализации и сложной решаемой задачи.

ПК-2. Способен анализировать математические модели систем обеспечения информационной безопасности, а также проводить тестирование средств защиты информации на соответствие этим моделям	И-ПК-2.12 владеет навыками применения методов и фактов теории алгоритмов для разработки алгоритмов И-ПК-2.13 умеет оценивать сложность алгоритмов и вычислений	**Владеть навыками:** оценки временной и емкостной сложности алгоритмов, получения верхних оценок **Уметь**: разрабатывать алгоритмы и оценивать сложность его реализации и сложной решаемой задачи.

4. Структура и содержание дисциплины "Сложность вычислений"

Общая трудоемкость дисциплины составляет _3_ зачетных единицы, _108_ акад.часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)*
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационн	самостоятель ная работа	
1	**Введение.** История развития теории алгоритмов. Теория алгоритмов и принципиальные возможности вычислительных машин (компьютеров). Оценка сложности алгоритмов и ее значение для компьютерной практики.	8	1						Устный опрос

2	**Детерминированные многоленточные машины Тьюринга.** Внешний и внутренний алфавиты k-ленточной детерминированной машины Тьюринга. Программа и команды. Конфигурации. Описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций. Языки, принимаемые (допускаемые, распознаваемые) k-ленточными детерминированными машинами Тьюринга.		2	1		1		1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
3	**Сложность алгоритмов и вычислений.** Некоторые подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений. Модели вычислений. Сложность вычисления на детерминированной машине Тьюринга. Временная и емкостная меры сложности (детерминированный случай). Полиномиально ограниченные детерминированные машины Тьюринга. Классы языков **P**-TIME и **P**-SPACE. Пример языка, не входящего в класс **P**-TIME.		2	2		1		1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
4	**Недетерминированные многоленточные машины Тьюринга.** Внешний и внутренний алфавиты k-ленточной недетерминированной машины Тьюринга. Программа и команды недетерминированной машины Тьюринга. Их особенность.		2	2				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

	Конфигурации. Описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций. Языки, принимаемые (допускаемые) недетерминированными k-ленточными машинами Тьюринга.								
5	**Временная и емкостная меры сложности** (недетерминированный случай). Класс языков **NP**-TIME. Проблема **NP = P**? Полиномиальная сводимость. Сложность **(NP-полнота)** проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT). Сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций. Проблемы распознавания и проблемы вхождения в языки. **NP-трудные** и **NP-полные** языки (задачи, проблемы).		2	2				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
6	**Свойства функций сложности.** Нижние оценки. Сложность разрешимости арифметики Пресбургера и элементарной теории поля действительных		2	2				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

	чисел. Теорема Рабина - Фишера. Существование сколь угодно сложно вычислимых функций.								
7	**Сложность проблемы разрешимости систем линейных уравнений.** Решение систем целочисленных линейных уравнений в целых, натуральных и 0-1 числах.		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
8	**NP-полные** проблемы для уравнений в свободных полугруппах и для регулярных языков.		3						
9	**NP-полные** проблемы в теории графов.		3	1				1	Устный опрос
10	**NP-полные проблемы** из различных разделов математики.		3	1		1		1	Контрольная работа
11	**Алгоритмически неразрешимые проблемы в области защиты информации.** Дискреционная политика управления доступом - неразрешимый и разрешимые варианты.		3	1				1	Устный опрос
12	**Сложностная классификация языков.** Классы TIME(f(n)) и SPACE(f(n)). Классы TIME(n^k), P-TIME и TIME(2^n). Сложностные иерархии. Элементарные и неэлементарные задачи (языки). Сложность разрешимости элементарной теории поля действительных чисел и арифметики Пресбургера.		2	2		1		1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
12	**Сложность описания нормального алгорифма**		3	1				1	Устный опрос

	А.А.Маркова.								
13	**Теория алгоритмов и задачи использования компьютеров.** Вычислительные возможности современных компьютеров. Математическая модель компьютера– машина с произвольным доступом к памяти (МПД). RAM-A machine with random access to memory. МПД - вычислимые функции и их связь с частично рекурсивными функциями		3	1		1		1	Устный опрос
14	**Сложность конечных объектов по А.Н.Колмогорову.**		3	1				1	Устный опрос
			32	16		5		54,7	
							0.3		зачет
	Всего		**32**	**16**		**5**	**0,3**	**54,7**	

Содержание разделов программы дисциплины "Сложность вычислений":

1. Введение.
История развития теории алгоритмов. Теория алгоритмов и принципиальные возможности вычислительных машин. Оценка сложности алгоритмов и ее значение для практики.

2. Детерминированные многоленточные машины Тьюринга.
Внешний и внутренний алфавиты k-ленточной детерминированной машины Тьюринга. Программа и команды. Конфигурации. Описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций. Языки, принимаемые (допускаемые, распознаваемые) k-ленточными детерминированными машинами Тьюринга.

3. Сложность алгоритмов и вычислений. Некоторые подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений. Модели вычислений. Сложность вычисления на детерминированной машине Тьюринга. Временная и емкостная меры сложности (детерминированный случай). Полиномиально ограниченные детерминированные машины Тьюринга. Классы языков **P**-TIME и **P**-SPACE. Пример языка, не входящего в класс **P**-TIME.

4. Недетерминированные многоленточные машины Тьюринга.
Внешний и внутренний алфавиты k-ленточной недетерминированной машины Тьюринга. Программа и команды недетерминированной машины Тьюринга. Их особенность. Конфигурации. Описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций.

Языки, принимаемые (допускаемые) недетерминированными k-ленточными машинами Тьюринга.

5. Временная и емкостная меры сложности (недетерминированный случай).
Класс языков **NP**-TIME. Проблема **NP = P**?
Полиномиальная сводимость.
Сложность **(NP-полнота)** проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT). Сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций. Проблемы распознавания и проблемы вхождения в языки.
NP-трудные и **NP-полные** языки (задачи, проблемы).

6. Свойства функций сложности.
Нижние оценки. Сложность разрешимости арифметики Пресбургера и элементарной теории поля действительных чисел. Теорема Рабина - Фишера.
Существование сколь угодно сложно вычислимых функций.

7. Сложность проблемы разрешимости систем линейных уравнений.
Решение систем целочисленных линейных уравнений в целых, натуральных и 0-1 числах.

8. NP-полные проблемы для уравнений в свободных полугруппах и для регулярных языков.

9. NP-полные проблемы в теории графов.

10. NP-полные проблемы из различных разделов математики.

11. Алгоритмически неразрешимые проблемы в области защиты информации.
Дискреционная политика управления доступом - неразрешимый и разрешимые варианты. Модель HRU.

12. Сложность описания нормального алгорифма А.А.Маркова.

13. Теория алгоритмов и задачи использования компьютеров. Вычислительные возможности современных компьютеров. Математическая модель компьютера – машина произвольного доступа (МПД). RAM-A machine with random access to memory. МПД - вычислимые функции и их связь с частично рекурсивными функциями.

14. Сложность конечных объектов по А.Н.Колмогорову.

5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные

направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса используются:
-программное обеспечение для создания и демонстрации презентаций, иллюстраций и других учебных материалов:
- Microsoft Windows (в составе Microsoft Imagine Premium Electronic Software Delivery);
- Microsoft OfficeSTD 2013;
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).

– для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Глухов, М. М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, А. Б. Шишков. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-1344-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/168441 (дата обращения: 28.01.2022).
2. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 112 с. — ISBN 978-5-8114-0853-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/167678
3. Дурнев, В. Г., Элементы теории алгоритмов : учеб. пособие для вузов / В. Г. Дурнев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 247с
4. Судоплатов, С. В. Математическая логика и теория алгоритмов : учебник и практикум для вузов / С. В. Судоплатов, Е. В. Овчинникова. — 5-е изд., стер. — Москва : Издательство Юрайт, 2022. — 207 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-534-12274-9. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: https://urait.ru/bcode/447321 (дата обращения: 29.01.2022).

б) дополнительная литература

1. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. / А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. М. Ульман - М.: Мир, 1979.

Асанов, М.О. Дискретная математика: графы, матроиды, алгоритмы [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.О. Асанов, В.А. Баранский, В.В. Расин. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2010. — 368 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/536
2. Дурнев В. Г., Материалы по дисциплине "Теория алгоритмов и сложность вычислений": метод. указания / В. Г. Дурнев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 40с.
4. Дурнев, В. Г., Элементы теории множеств и математической логики : учеб. пособие для вузов / В. Г. Дурнев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2009, 411с.
5. Гэри М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. / М. Гэри, Д. Джонсон - М.: Мир, 1979
6. Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова - 5-е изд., испр. - М.: Физматлит. 2006. - 255 с.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).
2. Электронно-библиотечная система «Юрайт https://www.biblio-online.ru/
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru)
4. Электронно-библиотечная система «Лань» http://e.lanbook.com/

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

-учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);

- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,

- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;

-помещения для самостоятельной работы;

-помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор(ы):

Профессор, доктор физ.-матем. наук Дурнев В.Г.

Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Сложность вычислений»

Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1.1 Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации

Домашние задания по теме № 2 **"Детерминированные многоленточные машины Тьюринга."**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 8 из параграфа 2 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 3 "**Сложность алгоритмов и вычислений"**

Задания для самостоятельного решения № 16.1 - 16.12 из параграфа 16 главы 3 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

Домашние задания по теме № 4 **"Нетерминированные многоленточные машины Тьюринга."**

Задания для самостоятельного решения № 9 - 25 из параграфа 2 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 5 **"Временная и емкостная меры сложности"**

Задания для самостоятельного решения № 16.13 - 16.25 из параграфа 16 главы 3 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

Домашние задания по теме № 8 **"Алгоритмические модели. Элементы теории алгоритмов"**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 44 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 1 - 25 из параграфа 2 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 15.1 - 15.19 из параграфа 15 главы 3 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике,

дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

Домашние задания по теме № 11 " **Алгоритмически неразрешимые проблемы в области защиты информации.** "

Задания для самостоятельного решения № 1 - 48 из параграфа 3 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 1 - 43 из параграфа 4 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 12 " **Сложность алгоритмов и вычислений**"

Задания для самостоятельного решения № 16.1 - 16.26 из параграфа 16 главы 3 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

Домашние задания по теме № 12 "**Сложностная классификация переборных задач** "

Задания для самостоятельного решения № 16.1 - 16.26 из параграфа 16 главы 3 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

Контрольная работа

Задания для контрольной работы по теме № 10 "**NP-полные проблемы**"

1) Основные идеи доказательства **NP-полноты** проблемы функциональной полноты для конечных систем булевых функций.

2) Доказать **NP-полноту** проблемы вхождения в класс монотонных (самодвойственных, линейных) булевых функций.

3) Построить цепочку полиномиальных сводимостей различных проблем.

Примечание. Каждый вариант задания определяется выбором конкретной системы булевых функций и конкретного класса булевых функций.

1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету
по дисциплине "Сложность вычислений"

1. Детерминированные многоленточные машины Тьюринга.
Внешний и внутренний алфавиты k-ленточной детерминированной машины Тьюринга. Программа и команды. Конфигурации. Описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций. Языки, принимаемые (допускаемые, распознаваемые) k-ленточными детерминированными машинами Тьюринга.

2. Сложность алгоритмов и вычислений. Некоторые подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений. Модели вычислений. Сложность вычисления на

детерминированной машине Тьюринга. Временная и емкостная меры сложности (детерминированный случай). Полиномиально ограниченные детерминированные машины Тьюринга. Классы языков **P**-TIME и **P**-SPACE. Пример языка, не входящего в класс **P**-TIME.

3. Недетерминированные многоленточные машины Тьюринга.
Внешний и внутренний алфавиты k-ленточной недетерминированной машины Тьюринга. Программа и команды недетерминированной машины Тьюринга. Их особенность. Конфигурации. Описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций. Языки, принимаемые (допускаемые) недетерминированными k-ленточными машинами Тьюринга.

4. Временная и емкостная меры сложности (недетерминированный случай).
Класс языков **NP**-TIME. Проблема **NP = P**?
Полиномиальная сводимость.
Сложность (**NP-полнота)** проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT). Сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций. Проблемы распознавания и проблемы вхождения в языки.
NP-трудные и **NP-полные** языки (задачи, проблемы).

5. Свойства функций сложности**.**
Нижние оценки. Сложность разрешимости арифметики Пресбургера и элементарной теории поля действительных чисел. Теорема Рабина - Фишера.
Существование сколь угодно сложно вычислимых функций.

6. Сложность проблемы разрешимости систем линейных уравнений.
Решение систем целочисленных линейных уравнений в целых, натуральных и 0-1 числах.

7. **NP-полные** проблемы для уравнений в свободных полугруппах и для регулярных языков.

8. **NP-полные** проблемы в теории графов.

9. **NP-полные** проблемы из различных разделов математики.

10. Алгоритмически неразрешимые проблемы в области защиты информации.
Дискреционная политика управления доступом - неразрешимый и разрешимые варианты. Модель HRU.

11. Сложность описания нормального алгорифма А.А.Маркова.

12. Теория алгоритмов и задачи использования компьютеров. Вычислительные возможности современных компьютеров. Математическая модель компьютера – машина произвольного доступа (МПД). RAM-A machine with random access to memory. МПД - вычислимые функции и их связь с частично рекурсивными функциями.

13. Сложность конечных объектов по А.Н.Колмогорову.

Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов

по дисциплине "Сложность вычислений"

1. Детерминированные многоленточные машины Тьюринга.
Внешний и внутренний алфавиты k-ленточной детерминированной машины Тьюринга. Программа и команды. Конфигурации. Описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций. Языки, принимаемые (допускаемые, распознаваемые) k-ленточными детерминированными машинами Тьюринга.

2. Сложность алгоритмов и вычислений. Некоторые подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений. Модели вычислений. Сложность вычисления на детерминированной машине Тьюринга. Временная и емкостная меры сложности (детерминированный случай). Полиномиально ограниченные детерминированные машины Тьюринга. Классы языков **P**-TIME и **P**-SPACE. Пример языка, не входящего в класс **P**-TIME.

3. Недетерминированные многоленточные машины Тьюринга.
Внешний и внутренний алфавиты k-ленточной недетерминированной машины Тьюринга. Программа и команды недетерминированной машины Тьюринга. Их особенность. Конфигурации. Описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций. Языки, принимаемые (допускаемые) недетерминированными k-ленточными машинами Тьюринга.

4. Временная и емкостная меры сложности (недетерминированный случай).
Класс языков **NP**-TIME. Проблема **NP = P**?
Полиномиальная сводимость.
Сложность (**NP-полнота)** проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT). Сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций. Проблемы распознавания и проблемы вхождения в языки.
NP-трудные и **NP-полные** языки (задачи, проблемы).

5. Свойства функций сложности**.**
Нижние оценки. Сложность разрешимости арифметики Пресбургера и элементарной теории поля действительных чисел. Теорема Рабина - Фишера.
Существование сколь угодно сложно вычислимых функций.

6. Сложность проблемы разрешимости систем линейных уравнений.
Решение систем целочисленных линейных уравнений в целых, натуральных и 0-1 числах.

7. **NP-полные** проблемы для уравнений в свободных полугруппах и для регулярных языков.

8. **NP-полные** проблемы в теории графов.

9. **NP-полные** проблемы из различных разделов математики.

10. Алгоритмически неразрешимые проблемы в области защиты информации.
Дискреционная политика управления доступом - неразрешимый и разрешимые варианты. Модель HRU.

11. Сложность описания нормального алгорифма А.А.Маркова.

12. Теория алгоритмов и задачи использования компьютеров. Вычислительные возможности современных компьютеров. Математическая модель компьютера – машина произвольного доступа (МПД). RAM-A machine with random access to memory. МПД - вычислимые функции и их связь с частично рекурсивными функциями.

13. Сложность конечных объектов по А.Н.Колмогорову.

2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

Пороговый уровень - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

Продвинутый уровень - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

Высокий уровень - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2 Перечень компетенций, этапы их формирования,
описание показателей и критериев оценивания компетенций
на различных этапах их формирования**

Код компе-тенции	Форма контроля	Этапы форми-рования (№ темы (раздела)	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	**Продвинутый уровень**	**Высокий уровень**
Универсальные компетенции						
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода,	Зачет	1-4	И-УК-1.7: - знает методы и современные средства и технологии поиска информации; - знает методы и способы фильтрации, критического анализа И-УК-1.8: - умеет анализировать задачу;	**Знать:** методы и современные средства и технологии поиска информации; методы и способы фильтрации, критического анализа	**Знать:** методы и современные средства и технологии поиска информации; методы и способы фильтрации, критического анализа **Уметь:** анализировать задачу; применять методы и современные средства поиска информации;	**Знать:** методы и современные средства и технологии поиска информации; методы и способы фильтрации, критического анализа **Уметь:** анализировать задачу; применять методы и современные средства поиска информации; **Владеть:** навыками поиска информации с использованием современных средств и технологий;

выраба тывать страте гию действ ий			- умеет применять методы и современные средства поиска информации; И-УК-1.6: - владеет навыками поиска информации с использованием современных средств и технологий;			
Профессиональные компетенции						
ПК-1 Способен разрабатывать математические модели	Зачет	2 – 8	И-ПК-1.10 знает различные подходы к определению понятия алгоритма, методы доказательства алгоритмической неразрешимости и методы построения эффективных алгоритмов И-ПК-1.11 умеет	**Знать:** определение детерминированной и недетерминированной k-ленточной машины Тьюринга: внешний и внутренний	**Знать:** определение детерминированной и недетерминированной k-ленточной машины Тьюринга: внешний и внутренний алфавиты, команды и программа, конфигурация, описание выполнения команд в терминах преобразования	**Знать:** определение детерминированной и недетерминированной k-ленточной машины Тьюринга: внешний и внутренний алфавиты, команды и программа, конфигурация, описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций, языки, принимаемые (допускаемые, распознаваемые) k-ленточными детерминированными и недетерминированными машинами Тьюринга, подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений, временная и емкостная меры сложности (детерминированный и

систем обеспечения информационной безопасности, математически доказывать их соответствие выбранным политикам безопасности			оценивать сложность алгоритмов и вычислений	алфавиты, команды и программа, конфигурация, описание выполнения команд в терминах преобразования конфигураций, языки, принимаемые (допускаемые, распознаваемые) k-ленточными детерминированными и недетерминированными машинами Тьюринга, подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений, временная и емкостная меры сложности (детерминиров	конфигураций, языки, принимаемые (допускаемые, распознаваемые) k-ленточными детерминированными и недетерминированными машинами Тьюринга, подходы к оценкам сложности алгоритмов и вычислений, временная и емкостная меры сложности (детерминированный и недетерминированный случаи), полиномиально ограниченные машины Тьюринга, классы языков **P**-TIME и **P**-SPACE, **NP**-TIME, пример языка, не входящего в класс **P**-TIME, проблема **NP = P**? Полиномиальная сводимость, **NP-полнота** проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT),	недетерминированный случаи), полиномиально ограниченные машины Тьюринга, классы языков **P**-TIME и **P**-SPACE, **NP**-TIME, пример языка, не входящего в класс **P**-TIME, проблема **NP = P**? Полиномиальная сводимость, **NP-полнота** проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT), сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций, проблемы распознавания и проблемы вхождения в языки, **NP-трудные** и **NP-полные** языки (задачи, проблемы), **NP-полные проблемы** из различных разделов математики, сложностная классификация языков: классы TIME(f(n)) и SPACE(f(n)), классы TIME(n^k), P-TIME и TIME(2^n), сложностные иерархии, элементарные и неэлементарные задачи (языки), сложность разрешимости элементарной теории поля действительных чисел и арифметики Пресбургера, теорема Рабина-Фишера, алгоритмически неразрешимые проблемы в области защиты информации, дискреционная политика управления доступом, модель HRU - неразрешимый и разрешимые варианты, нормальные алгорифмы А.А.Маркова, сложность его описания как мера сложности алгоритма, RAM-машины (МПД). **Уметь**: разрабатывать алгоритмы и оценивать сложность его реализации и сложной решаемой задачи, решать стандартные задачи по оценке сложности алгоритмов.

				анный и недетерминированный случаи), полиномиально ограниченные машины Тьюринга, классы языков **P**-TIME и **P**-SPACE, **NP**-TIME, пример языка, не входящего в класс **P**-TIME, проблема **NP** = **P**? Полиномиальная сводимость, **NP-полнота** проблемы распознавания выполнимости для булевых функций (The satisfiability problem for boolean functions, SAT-problem, SAT),	сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций, проблемы распознавания и проблемы вхождения в языки, **NP-трудные** и **NP-полные** языки (задачи, проблемы), **NP-полные проблемы** из различных разделов математики, сложностная классификация языков: классы TIME(f(n)) и SPACE(f(n)), классы TIME(n^k), P-TIME и TIME(2^n), сложностные иерархии, элементарные и неэлементарные задачи (языки), сложность разрешимости элементарной теории поля действительных чисел и арифметики	

				сложность проблемы распознавания функциональной полноты системы булевых функций, сложность проблем вхождения в классы самодвойственных, монотонных и линейных функций, проблемы распознавания и проблемы вхождения в языки, **NP-трудные** и **NP-полные** языки (задачи, проблемы), **NP-полные проблемы** из различных разделов математики, сложностная классификаци	Пресбургера, теорема Рабина-Фишера, алгоритмически неразрешимые проблемы в области защиты информации, дискреционная политика управления доступом, модель HRU - неразрешимый и разрешимые варианты, нормальные алгорифмы А.А.Маркова, сложность его описания как мера сложности алгоритма, RAM-машины (МПД). **Уметь**: разрабатывать алгоритмы и оценивать сложность его реализации и сложной решаемой задачи, решать стандартные задачи по оценке сложности алгоритмов.	

				я языков: классы TIME(f(n)) и SPACE(f(n)), классы TIME(n^k), P-TIME и TIME(2^n), сложностные иерархии, элементарные и неэлементарные задачи (языки), сложность разрешимости элементарной теории поля действительных чисел и арифметики Пресбургера, теорема Рабина-Фишера, алгоритмически неразрешимые проблемы в области защиты информации,		

				дискреционная политика управления доступом, модель HRU - неразрешимый и разрешимые варианты, нормальные алгорифмы А.А.Маркова, сложность его описания как мера сложности алгоритма, RAM-машины (МПД).		
ПК-2. Способен анализировать математические модели и систем	Зачет	7-12	И_ПК-2.12 владеет навыками применения методов и фактов теории алгоритмов для разработки алгоритмов И-ПК-2.13 умеет оценивать сложность алгоритмов и вычислений	**Уметь**: разрабатывать алгоритмы и оценивать сложность его реализации и сложной решаемой задачи.	**Уметь**: разрабатывать алгоритмы и оценивать сложность его реализации и сложной решаемой задачи. **Владеть навыками:** оценки временной и емкостной сложности алгоритмов, получения верхних оценок	**Уметь**: разрабатывать алгоритмы и оценивать сложность его реализации и сложной решаемой задачи. **Владеть навыками:** оценки временной и емкостной сложности алгоритмов, получения верхних оценок

обеспечения информационной безопасности, а также проводить тестирование средств защиты информации на соответствие этим моделям						

3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;

- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

3.2 Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка ответа на экзамене

Экзаменационный ответ оценивается по 4-х бальной системе, в соответствие с которой выставляются оценки ***«отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»***.

Правила выставления оценки:

оценка ***«отлично»*** выставляется студенту, если он владеет материалом дисциплины; четко и определенно отвечает на вопросы, легко сравнивает различные части, сближает самые отдаленные точки учения, разбирает новые и сложные предлагаемые ему случаи, знает слабые стороны учения, места, где сомневается, и что можно возразить против теории.

оценка ***«хорошо»*** выставляется студенту, если он твердо знает и понимает материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на поставленные вопросы, правильно применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

оценка ***«удовлетворительно»*** выставляется студенту, если он имеет знания основного материала, но не усвоил его деталей, знает дисциплину только в том виде, как она была ему преподана, но приходит в замешательство от соприкосновенных вопросов, предлагаемых на тот конец, чтобы он сблизил между собой отдаленнейшие точки; испытывает затруднения при выполнении практических работ.

оценка ***«неудовлетворительно»*** выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями и ошибками выполняет практические задания.

<u>Оценка устного ответа на зачете</u>

Устный ответ на зачете оценивается по 2 балльной системе: ***«зачтено», «незачтено».***

Оценка ***«зачтено»*** ставится, если:

- демонстрируемые студентом знания отличаются достаточной глубиной и содержательностью,
- дается достаточно полный ответ, как на основные вопросы, так и на дополнительные;
- студент достаточно свободно владеет терминологией;
- ответ студента не содержит принципиальных ошибок.

Оценка ***«незачтено»*** ставится, если:

- обнаружено незнание или непонимание студентом основных разделов дисциплины;
- студент допускает существенные фактические ошибки, которые он не может исправить самостоятельно;
- на значительную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать правильный ответ.

<u>Оценивание контрольных работ:</u>

Каждая из четырёх задач оценивается следующими баллами:
0 (задача не сделана), 1 (сделано кое-что), 2 (сделана приблизительно наполовину), 3 (сделана с некоторыми недочетами), 4 (сделана полностью). Общее число баллов за все 4 задания составляет 16. Оценка за работу студента ставится в зависимости от набранного им числа баллов:
0 – 4 балла – неудовлетворительно,
5 – 8 баллов – удовлетворительно,
9 – 12 баллов – хорошо
13 – 16 баллов – отлично.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины
«Сложность вычислений»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине "Сложность вычислений" являются лекции, что связано, прежде всего, с достаточно высоким уровнем абстрактности изучаемых в теории алгоритмов и сложности вычислений, ее глубокими и прочными связями с основаниями математики и информатики. По большинству тем предусмотрены практические занятия, целью которых является закрепление лекционного материала путем решения специальным образом подобранных задач и упражнений.

Для успешного освоения дисциплины важно самостоятельное решение достаточно большого набора хорошо подобранных задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математической логики. Для решения задач необходимо не только знать, но и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярная работа с конспектами лекций и рекомендованной литературой.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с основными понятиями математической логики в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде устного опроса на практических занятиях и контрольной работы в 5-ом семестре. Также проводятся консультации (при необходимости) по лекционному материалу и разбору некоторых заданий для самостоятельной работы.

В конце изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса. Билеты формируются на основании списка вопросов к экзамену, который охватывает полностью всю программу дисциплины. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать учебную литературу, приведенную в разделе 7.

Для углубленного изучения отдельных тем рекомендуется обращаться к следующей литературе:

1. Адян С.И. Алгоритмическая неразрешимость проблем распознавания некоторых свойств групп // Докл. АН СССР. 1955. Т. 103. С.533-535.
2. Адян С.И. Алгоритмические проблемы для групп и полугрупп / С.И. Адян, В.Г. Дурнев //Успехи матем. наук. 2000. Том 55.С.3-94.
3. Ахо А., Хопкрофт Дж., Ульман Дж. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. / А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. М. Ульман - М.: Мир, 1983.

4. Булос Дж. Вычислимость и логика. / Дж. Булос, Р. Джеффри - М.: Мир, 1994.
5. Дурнев В. Г., Материалы по дисциплине "Теория алгоритмов и сложность вычислений": метод. указания / В. Г. Дурнев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 40с
6. Дурнев В. Г., Элементы теории алгоритмов : учеб. пособие для вузов / В. Г. Дурнев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 247с
7. Дурнев В. Г., Элементы теории множеств и математической логики : учеб. пособие для вузов / В. Г. Дурнев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2009, 411с
8. Дурнев В.Г. О позитивных формулах на свободных полугруппах //Сиб. матем. журн. 1974. Т. 25. С.1131-1137.
9. Дурнев В.Г. Неразрешимость позитивной $\forall\exists^3$-теории свободной полугруппы //Сиб. матем. журн. 1995. Т. 36. С.1067-1080.
10. Дурнев В.Г. Об уравнениях на свободных полугруппах и группах //Матем. заметки. 1974. Т. 16. С.717-724.
11. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. М.: Мир, 1983.
12. Кормен Т., Алгоритмы : построение и анализ : учеб. пособие / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, М., МЦНМО, 2001, 955с.
12. Маканин Г.С. К проблеме тождества в конечно-определенных полугруппах //Докл. АН СССР. 1966. Т. 171. С.285-287.
13. Маканин Г.С. Проблема разрешимости уравнений в свободной полугруппе //Мат. сб. 1977. Т. 103(145). С.147-236.
14. Мальцев А.И. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: Наука, 1986.
15. Манин Ю.И. Вычислимое и невычислимое. М.: Советское радио, 1979.
16. Марков А.А. Невозможность некоторых алгоритмов в теории ассоциативных систем // ДАН СССР. 1947. Том55. С.587-590.
17. Марков А.А. Теория алгорифмов. / А.А. Марков, Н.М. Нагорный Н.М. - М: Наука, 1984.
18. Марков А.А. Неразрешимость проблемы гомеоморфии //Докл. АН СССР. 1958. Т. 121. С.218-220.
19. Марков А.А. К проблеме представимости матриц //Z. Math. Log. und Grundl. Math. 1958. Т. 4. С.157-168.
20. Марченков С.С. Неразрешимость позитивной $\forall\exists$ - теории свободной полугруппы //Сиб. мат. журн. 1982. Т. 32. С.196-198.
21. Матиясевич Ю.В. Простые примеры неразрешимых ассоциативных исчислений //Докл. АН СССР. 1967. Т. 173. С.1264-1266.
22. Матиясевич Ю.В. Диофантовость перечислимых множеств //Докл. АН СССР. 1970. Т. 130. С.495-498.
23. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1976.
24. Новиков П.С. Об алгоритмической неразрешимости проблемы тождества теории групп //Докл. АН СССР. 1952. Т. 85. С.709-712.
25. Семенов А.Л. Интерпретация свободных алгебр в свободных группах //ДАН СССР. 1980. Том252. С.1326-1332.
26. Трахтенброт Б.А. Алгоритмы и вычислительные автоматы. М.: Советское радио, 1974.
27. Цейтин Г.С. Ассоциативное исчисление с неразрешимой проблемой эквивалентности //Труды матем. ин-та. АН СССР. 1958. Т. 52. С.172-189.
28. Эббинхауз Г.Д. Машины Тьюринга и рекурсивные функции. / Г.Д. Эббинхауз, К. Якобс, Ф.К. Ман, Г.М. Хермес - М.: Мир, 1972.
29. Churh A. An unsolvable problem of elementary number theory //Amer. J. Math. 1936. Vol.58. P.345-363.
30. Churh A. A note on the Entscheidungsproblem // J. SymbolicLogic. 1936. Vol.1. P.40-41.
31. Dehn M. Uber unendliche diskontinuerliche Gruppen //Math.Ann. 1911. Bd. 71. S.116-144.

32. Post, E. Intoduction to a general theory of elementary propositions //Amer. J. Math. 1921. Vol.43.P.163-185.
33. Post E.L. Finite combinatory processes - formulation 1 //Journal of Symbolic Logic. 1936. Vol.1. P.103-105.
34. Post E.L. A variant of a recursively unsolvable problem //Bull. Amer. Math. Soc. 1946. Vol.52. P.264-268.
35. Post E.L. Recursive unsolvability of a problem of Thue //J. Symbol Log. 1947. Vol.12. P.1-11.
36. Rado T. On non-computable functions //Bell System Technical Journal. 1962. P.877-884.
37. Quine W. Concatenation as a basis for arithmetic //J. Symbol Log. 1946. Vol.11. P.105-114.
38. Hall M.Jr. The word problem for semi-groups with two generators //J. Symbolic Logic, 1949. V. 14. P.115-118.
39. Thue A.. Problem uder Veranderungen von Zeichenreihen nach gegebehen Regeln //Vid. Skr. Math.-natur. KI. 1914.
40. Tietze H. \"Uber topologischen Invarianten mehrdimensionaler Mannigfaltigkeiten //Monatsh. Math. Phys. 1908. Vol.19. P.1-118.
41. Turing A.M. On computable numbers, with an application to the Entscheidugsproblem //Proceedings of London Mathematical Society. Ser. 2. 1936. Vol.42. P.230-265.
42. Scott D. A short recursively unsolvable problem (abstract) //J. Symbol. Log. 1956. Vol. 21. P.11-112.

Для подбора дополнительного материала рекомендуется использовать интернет-ресурсы, указанные в разделе 7.