

МИНОБРНАУКИ РОССИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЧЕРЕПОВЕЦКИЙ  
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт информационных технологий

Кафедра математики и информатики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ  
«ТЕОРИЯ ИГР И ИССЛЕДОВАНИЕ ОПЕРАЦИЙ»

Направление подготовки (специальность):  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Образовательная программа:  
ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

Очная форма обучения

Составители:

Плотникова Н.В., доцент кафедры МиИ,  
канд.ф.-м.наук, доцент

г. Череповец - 2022

## **Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)**

### **Основная литература:**

1. Мазалов, В. В. Математическая теория игр и приложения: учебное пособие для вузов / В. В. Мазалов. — 4-е изд., перераб. и доп. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 500 с. — ISBN 978-5-8114-5627-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/153917>
2. Горлач, Б. А. Исследование операций: учебное пособие / Б. А. Горлач. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-1430-7. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/211085>

### **Дополнительная литература:**

1. Ржевский, С. В. Исследование операций: учебное пособие / С. В. Ржевский. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 480 с. — ISBN 978-5-8114-1480-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/213248>

## **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)**

- 1 Плащенков, В.В. Исследование операций. В двух частях: учебное пособие для вузов. Ч.1. Теория игр / Плащенков В.В., Зуев А.Н. - Череповец: ГОУ ВПО ЧГУ, 2010. - 166 с.  
<https://edu.chsu.ru/>

## **Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень информационных справочных систем (при необходимости)**

1. Электронная библиотека «Университетская библиотека online». URL: <http://biblioclub.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL: <http://window.edu.ru/>
3. Образовательный портал Череповецкого государственного университета. URL: <https://edu.chsu.ru/>
4. Образовательная платформа Открытое образование, онлайн курсы: Теория игр: <https://openedu.ru/course/mipt/GAMETH/>

**Учебно-методические указания и рекомендации к изучению тем лекционных и практических занятий, самостоятельной работе студентов**

**Лекции**

№ п/п	Тема лекции	Количе ство часов
1	Определение, цели, методы исследования операций. Виды задач исследования операций. Основные этапы операционного исследования. Принципы принятия решений в ИО. Принятие решений в условиях определенности. Методика определения полезности. Принятие решений в условиях риска. Принятие решений в условиях неопределенности. Принятие решений в условиях конфликта.	2
2	Игра как математическая модель ситуации. Классификация игр. Доминирующие стратегии. Упрощение игр.	2
3	Чистые стратегии. Принципы минимакса и максимины. Смешанные стратегии. Графический способ нахождения оптимальных стратегий. Итерационный метод решения матричных игр.	2
4	Структура позиционной игры. Нормализация позиционной игры. Позиционные игры с полной информацией.	2
5	Биматричные игры. Примеры биматричных игр. Равновесие по Нэшу. Алгоритм определения равновесий по Нэшу. Оптимальность по Парето. Смешанные стратегии для игр с ненулевой суммой.	2
6	Модели дифференциальных игр. Необходимые и достаточные условия оптимальности. Допустимые стратегии и управления. Гарантирующие стратегии. Равновесные стратегии. Игра преследования. Линейная игра с квадратичной функцией выигрыша. Свойства равновесных стратегий и управлений. Коалиционные дифференциальные игры. Метод доминирования риска. Необходимые и достаточные условия угроз и контргроз. Локальные угрозы и контргрозы.	2
7	Задачи дискретного программирования. Метод отсечения. Метод последовательного уточнения оценок. Первый алгоритм Гомори. Доказательство конечности. Второй алгоритм Гомори. Третий алгоритм Гомори. Построение целочисленного правильного отсечения для третьего алгоритма Гомори. Доказательство конечности третьего алгоритма Гомори.	4
8	Задачи динамического программирования. Прямой и обратный ход алгоритма динамического программирования. Характеристики алгоритмов. Полиномиальные алгоритмы.	4
	Итого	20

**Лабораторные работы**

№ п/п	Тема лабораторной работы	Количе ство часов
6	Модели дифференциальных игр. Гарантирующие стратегии. Равновесные стратегии. Игра преследования. Линейная игра с квадратичной функцией выигрыша. Свойства равновесных стратегий и управлений. Коалиционные дифференциальные игры. Метод	4

	доминирования риска.	
7	Задачи дискретного программирования. Метод отсечения. Метод последовательного уточнения оценок. Первый алгоритм Гомори. Второй алгоритм Гомори. Третий алгоритм Гомори. Построение целочисленного правильного отсечения для третьего алгоритма Гомори.	4
8	Задачи динамического программирования. Прямой и обратный ход алгоритма динамического программирования. Характеристики алгоритмов. Полиномиальные алгоритмы.	4
	Итого	12

### Практические занятия

№ п/п	Тема практического занятия	Количество часов
1	Виды задач исследования операций. Основные этапы операционного исследования. Принципы принятия решений в ИО. Принятие решений в условиях определенности. Методика определения полезности. Принятие решений в условиях риска. Принятие решений в условиях неопределенности. Принятие решений в условиях конфликта.	2
2	Игра как математическая модель ситуации. Классификация игр. Доминирующие стратегии. Упрощение игр.	2
3	Антагонистические игры. Чистые стратегии. Смешанные стратегии. Графический способ нахождения оптимальных стратегий. Итерационный метод решения матричных игр.	2
4	Структура позиционной игры. Нормализация позиционной игры. Позиционные игры с полной информацией.	2
5	Неантагонистические игры. Биматричные игры. Алгоритм определения равновесий по Нэшу. Оптимальность по Парето. Смешанные стратегии для игр с ненулевой суммой.	2
	Контрольная работа	2
6	Модели дифференциальных игр. Необходимые и достаточные условия оптимальности. Допустимые стратегии и управления. Гарантирующие стратегии. Равновесные стратегии. Игра преследования. Линейная игра с квадратичной функцией выигрыша. Свойства равновесных стратегий и управлений. Коалиционные дифференциальные игры. Метод доминирования риска. Необходимые и достаточные условия угроз и контргроз. Локальные угрозы и контргрозы.	2
7	Задачи дискретного программирования. Метод отсечения. Метод последовательного уточнения оценок. Алгоритмы Гомори.	2
8	Задачи динамического программирования. Прямой и обратный ход алгоритма динамического программирования.	2
	Итого	18

## Средства контроля качества обучения

### Образцы заданий для выполнения проверочных и контрольных работ

1. Найдите решения игр с заданными платежными матрицами:

$$a) \begin{pmatrix} 5 & 3 & 0 \\ 2 & 3 & 7 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 3 & 4 & 2 & 6 \\ 5 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

2. Найдите решения матричных игр, исключив доминируемые стратегии:

$$a) \begin{pmatrix} 5 & 2 & 5 & 0 & 4 \\ 2 & 5 & 2 & 4 & 0 \\ 3 & -1 & 3 & -2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 1 & 7 & 10 \\ 6 & 2 & 3 \\ 8 & 3 & 5 \\ 9 & 4 & 6 \end{pmatrix}$$

3. Найдите множество всех решений игр с заданными платежными матрицами:

$$a) \begin{pmatrix} 0 & 9 & 8 & 7 \\ 10 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

$$b) \begin{pmatrix} 2 & 6 \\ 6 & 7 \\ 8 & 2 \end{pmatrix}$$

4. Найдите решение матричной игры, сведя ее к двойственной задаче линейного программирования:

$$\begin{pmatrix} -7 & 4 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \\ 6 & -5 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A = \begin{pmatrix} 3 & 6 & 0 \\ 5 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 6 \end{pmatrix}$$

5. Найдите приближенное решение игры, заданной матрицей:

### Образцы тестовых заданий

#### Свойства цены матричной игры

1. Если  $\alpha$  – нижняя чистая цена игры,  $\beta$  – верхняя чистая цена игры, то для любой матричной игры верно неравенство:

- a.  $\alpha < \beta$
- b.  $\alpha \leq \beta$
- c.  $\alpha > \beta$
- d.  $\alpha \geq \beta$

2. Установите соответствие между значениями нижней и верхней чистыми ценами игры и допустимой ценой игры для некоторой платежной матрицы

- |                              |                |
|------------------------------|----------------|
| a. $\alpha = -2; \beta = 0$  | 1) $v = -2,4$  |
| b. $\alpha = -5; \beta = -1$ | 2) $v = 1,35$  |
| c. $\alpha = 3; \beta = 7$   | 3) $v = -1,25$ |
|                              | 4) $v = 3$     |

3. Упорядочить платежные матрицы по величине цены игры

$$1) P = \begin{pmatrix} 12 & 17 & 13 \\ 15 & 14 & 19 \\ 14 & 18 & 13 \end{pmatrix}$$

$$3) P = \begin{pmatrix} -7 & -2 & -4 \\ -4 & -9 & -2 \\ -3 & -1 & -5 \end{pmatrix}$$

$$2) P = \begin{pmatrix} 52 & 61 & 57 \\ 60 & 58 & 64 \\ 54 & 69 & 53 \end{pmatrix}$$

$$4) P = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 7 \\ 5 & 2 & 4 \\ 6 & 9 & 3 \end{pmatrix}$$

## **Образец задания для лабораторных работ**

1. У инвестора имеется возможность вложить деньги в три инвестиционных фонда: простой, специальный и глобальный. Прибыль от инвестиции может изменяться в зависимости от условий рынка. Следующая таблица содержит значения процентов прибыли от суммы инвестиций при трех возможностях развития рынка.

Фонды	Процент прибыли от инвестиции (%)		
	Ухудшающийся рынок	Умеренный рынок	Растущий рынок
Простой	5	7	8
Специальный	-10	5	30
Глобальный	2	7	20

Выбрать, в какой фонд должен вложить денежные средства инвестор.

### **Вопросы к зачету.**

1. Определение, цели, методы исследования операций. Виды задач исследования операций.
2. Основные этапы операционного исследования. Принципы принятия решений в ИО.
3. Принятие решений в условиях определенности. Методика определения полезности.
4. Принятие решений в условиях риска.
5. Принятие решений в условиях неопределенности.
6. Принятие решений в условиях конфликта.
7. Игра как математическая модель ситуации Классификация игр.
8. Доминирующие стратегии. Упрощение игр.
9. Чистые стратегии. Принципы минимакса и максимина.
10. Смешанные стратегии. Графический способ нахождения оптимальных стратегий.
11. Итерационный метод решения матричных игр.
12. Структура позиционной игры. Нормализация позиционной игры.
13. Позиционные игры с полной информацией.
14. Биматричные игры. Примеры биматричных игр.
15. Равновесие по Нэшу. Алгоритм определения равновесий по Нэшу.
16. Оптимальность по Паретто.
17. Смешанные стратегии для игр с ненулевой суммой.
18. Модели дифференциальных игр. Необходимые и достаточные условия оптимальности.
19. Допустимые стратегии и управления. Гарантирующие стратегии.
20. Равновесные стратегии.
21. Игра преследования.
22. Линейная игра с квадратичной функцией выигрыша.
23. Свойства равновесных стратегий и управлений.
24. Коалиционные дифференциальные игры.
25. Метод доминирования риска.
26. Необходимые и достаточные условия угроз и контругроз.
27. Локальные угрозы и контругрозы.
28. Задачи дискретного программирования. Метод отсечения.
29. Метод последовательного уточнения оценок.

30. Первый алгоритм Гомори. Доказательство конечности.
31. Второй алгоритм Гомори.
32. Третий алгоритм Гомори. Построение целочисленного правильного отсечения для третьего алгоритма Гомори.
33. Доказательство конечности третьего алгоритма Гомори.
34. Задачи динамического программирования. Прямой и обратный ход алгоритма динамического программирования.
35. Характеристики алгоритмов.
36. Полиномиальные алгоритмы.