

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «ЧЕРЕПОВЕЦКИЙ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Институт информационных технологий

Кафедра математики и информатики

УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ»

Направление подготовки (специальность):

01.03.02 Прикладная математика и информатика

Образовательная программа:

ИСКУССТВЕННЫЙ ИНТЕЛЛЕКТ

Очная форма обучения

Составители:

Кашинцева О.А., доцент кафедры МиИ,
канд.техн.наук, доцент

г. Череповец - 2022

Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимой для освоения дисциплины (модуля)

Основная литература:

1. Волков, Е. А. Численные методы: учебное пособие для вузов / Е. А. Волков. — 6-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2021. — 252 с. — ISBN 978-5-8114-7899-6. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167179>
2. Слабнов, В. Д. Численные методы: учебник для вузов / В. Д. Слабнов. — 2-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 392 с. — ISBN 978-5-507-44169-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/215762>

Дополнительная литература:

1. Волков, Е.А. Численные методы : учебное пособие для вузов / Волков Е.А. - 4-е изд. - СПб.; Москва; Краснодар: Лань, 2007. - 248 с.
2. Гайсина, Э.Х. Численные методы: учебное пособие для вузов. - Череповец: ГОУ ВПО ЧГУ, 2007. - 195 с. 2.
3. Бахвалов, Н.С. Численные методы в задачах и упражнениях: учебное пособие для вузов / Н.С. Бахвалов, А.В. Лапин, Е.В. Чижонков; под ред. В.А. Садовниченко. - Москва: Высшая школа, 2000. - 190 с.
4. Срочко, В. А. Численные методы. Курс лекций: учебное пособие / В. А. Срочко. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 208 с. — ISBN 978-5-8114-1014-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210359>

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы обучающихся по дисциплине (модулю)

1. Волкова С.Б. «Численные методы». Учебное пособие. ЧГУ, Череповец, 2005.
2. Гайсина, Э.Х. Численные методы: учебное пособие для вузов. - Череповец: ГОУ ВПО ЧГУ, 2007. - 195 с. - Библиогр.: С.193. - ISBN 978-5-85341-303-0.
3. Кашинцева О.А. Высшая математика. Аппроксимация функций многочленами. Учебно-методическое пособие. / О.А. Кашинцева, Е.В. Соколова — г. Череповец: ЧГИИ. — 1995 г.— 18 с.

Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины (модуля), включая перечень информационных справочных систем (при необходимости)

1. Электронная библиотека «Университетская библиотека online». URL: <http://biblioclub.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL: <http://window.edu.ru/>
3. Образовательный портал Череповецкого государственного университета. URL: <https://edu.chsu.ru/>
4. Образовательная платформа Открытое образование, онлайн курсы: Методы вычислительной математики: URL: <https://openedu.ru/course/spbstu/NUMMETH/>

Учебно-методические указания и рекомендации к изучению тем лекционных и практических занятий, самостоятельной работе студентов

Лекции

№ п/п	Тема лекции	Количе ство часов
1	Понятие математической модели. Погрешности. Классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешность. Правило записи приближенных чисел. Значащие и верные цифры. Округление чисел. Приближенные числа и действия с ними. Учет погрешностей в арифметических действиях. Представление чисел в машине.	2
2	Численные методы решения систем линейных уравнений: Гаусса, прогонки, простых итераций, Зейделя. Оценка погрешностей. Нормы матриц. Необходимые и достаточные условия сходимости итерационных методов.	4
3	Отделение корней. Численные методы решения нелинейных уравнений: метод проб, метод половинного деления, метод хорд, Ньютона, итераций. Метод градиентного спуска. Оценка погрешностей.	4
4	Приближение функций. Аппроксимация. Интерполирование и среднеквадратичное приближение. Погрешности. Среднеквадратичное приближение: метод наименьших квадратов. Интерполирование: линейная и квадратичная интерполяция, сплайны, интерполяционные многочлены Лагранжа и Ньютона.	6
5	Понятие конечных разностей. Интерполяционные многочлены Ньютона (первая и вторая формулы). Интерполяционные формулы с центральными разностями – формулы Гаусса, Стирлинга и Бесселя. Оценка погрешности.	2
6	Понятие конечных разностей. Интерполяционные многочлены Ньютона (первая и вторая формулы). Интерполяционные формулы с центральными разностями – формулы Гаусса, Стирлинга и Бесселя. Оценка погрешности.	4
7	Квадратурные формулы. Метод прямоугольников (левых, правых), метод трапеций, метод Симпсона. Оценка погрешности.	2
Итого		24

Лабораторные работы

№ п/п	Тема лабораторной работы	Количе ство часов
1	Численные методы линейной алгебры: Гаусса, прогонки, простых итераций, Зейделя	4
2	Численные методы решения нелинейных уравнений: метод проб, метод половинного деления, метод хорд, Ньютона, итераций, метод градиентного спуска.	4
3	Аппроксимация функций. Интерполирование (линейная и квадратичная интерполяция, сплайны, интерполяционные многочлены Лагранжа и сплайны) и среднеквадратичное приближение.	6
4	Построение интерполяционных многочленов	2
5	Численное дифференцирование	2
6	Численное интегрирование	2
Итого		20

Практические занятия

№ п/п	Тема практического занятия	Количе ство часов
1	Теория погрешностей. Приближенные числа и действия с ними.	2
1	Численные методы линейной алгебры: Гаусса, прогонки, простых итераций, Зейделя. Оценка погрешностей. Нормы матриц. Необходимые и достаточные условия сходимости итерационных методов.	4
2	Отделение корней нелинейных уравнений: аналитический и графический. Численные методы решения нелинейных уравнений: метод половинного деления, Ньютона, итераций.	2
3	1. Численные методы в теории приближений Интерполирование и среднеквадратичное приближение. Погрешности.	2
4	Построение интерполяционных многочленов	2
5	Численное дифференцирование. Оценка погрешности.	2
6	Численное интегрирование. Оценка погрешности.	2
Итого		16

Средства контроля качества обучения

Образцы индивидуальных заданий на практические занятия:

<p><i>1. Индивидуальное задание по теме «Теория погрешностей».</i></p> <p>1. 1) Сколько значащих цифр в числе $a = 0.010$? Варианты ответа: а) 1 б) 2 в) 3 г) 4</p> <p>2) Точное значение числа A равно 4,59, а найденное его приближенное значение $B = 4,5$. Тогда относительная погрешность приближенного значения B равна... Варианты ответа: а) -0,02 б) 0,02 в) 0,09 г) -0,09</p> <p>3) Округляя следующие число до трех значащих цифр, определить абсолютную Δ и относительную δ погрешности полученного приближенного числа: 2,1514.</p> <p>4) Определить количество верных цифр в числе x, если известна его абсолютная погрешность: $x = 0,3941$, $\Delta(x) = 0,25 \cdot 10^{-2}$.</p> <p>5) Определить количество верных цифр в числе a, если известна его относительная погрешность: $a = 1,8921$, $\delta a = 0,1 \cdot 10^{-2}$.</p> <p>6) Найти частное приближенных чисел и указать его погрешность (считать в исходных данных все знаки верными): $5,684 : 5,032$.</p>
<p><i>2. Индивидуальное задание по теме «Решение систем линейных уравнений».</i></p> <p>Подсчитать, сколько итераций по методу простых итераций необходимо выполнить, чтобы с точностью до 10^{-4} найти решение системы: $\begin{cases} 12x + y = 13 \\ -x + 6z = 5 \end{cases}$</p>
<p><i>3. Индивидуальное задание по теме «Интерполирование функций».</i></p> <p>Оценить погрешность при вычислении значения функции $y = \operatorname{tg} x$ в точке $x = \pi/5$ с помощью многочлена Лагранжа.</p>

Образцы индивидуальных заданий для лабораторных работ:

Целью лабораторных работ является изучение приемов и методов задач по темам «Системы линейных уравнений», «Решение нелинейных уравнений», «Аппроксимация функций», «Интерполяционные многочлены», «Численное дифференцирование», «Численное интегрирование», приобретения навыков использования специальных средств MS Excel для решения и анализа задач.

Примерные варианты лабораторных работ

1. Лабораторная работа по теме «Системы линейных уравнений».

Решить систему
$$\begin{cases} x + 2y - 4z = 1 \\ 2x + y - 5z = -1 \\ x - y - z = -2 \end{cases}$$
 методами Гаусса, итераций (2 способа), Зейделя, прогонки. Оценить погрешность.

2. Лабораторная работа по теме «Решение нелинейных уравнений».

Отделить корни уравнения $x^3 - 3x^2 + 4x + 2 = 0$ аналитическим и графическим методами. Уточнить корни методами проб, половинного деления, хорд, Ньютона. Оценить погрешность. Точность 0,01.

3. Лабораторная работа по теме «Аппроксимация функций».

Функция $y = f(x)$ задана таблично.

x	1,529	1,530	1,531	1,532
y	23,911	24,498	25,115	26,000

Определить ее значение в точке $x = 1,5303$ с помощью а) среднеквадратического приближения (метод наименьших квадратов) б) линейной, в) квадратичной интерполяции. Построить интерполяционный многочлен Лагранжа, определить значение функции в точке $x = 1,5303$ с помощью многочлена Лагранжа.

4. Лабораторная работа по теме «Интерполяционные многочлены».

Приняв шаг $h = 0,05$, построить интерполяционный полином Ньютона для функции $y = x^3 - 3x^2 - x + 2$, заданной таблицей:

x	0,5	0,55	0,6	0,65	0,7	0,75	0,8
y	0,875	0,7088	0,5361	0,3572	0,173	-0,0156	-0,2081

5. Лабораторная работа по теме «Численное дифференцирование».

Найти значение первой и второй производных функции, заданной таблицей в точках $x = 0, x = 0,1$

x	0,00	0,05	0,10	0,15	0,20	0,25
y	0,00	0,10017	0,20134	0,30452	0,41075	0,52110

6. Лабораторная работа по теме «Численное интегрирование».

Применяя метод прямоугольников, правых и левых прямоугольников, трапеций, Симпсона

вычислить приближенно интеграл $\int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \frac{dx}{\sin x}$ с точностью 0,01.

	Вопросы к зачету
1	Понятие математической модели. Погрешности. Источники и классификация погрешностей. Абсолютная и относительная погрешность.
2	Правило записи приближенных чисел. Значащие и верные цифры. Связь между числом верных значащих цифр и погрешностью числа. Округление чисел.
3	Действия с приближенными числами.
4	Решение систем алгебраических уравнений методом Гаусса. Сходимость, оценка погрешности.
5	Решение систем алгебраических уравнений методом простых итераций. Сходимость, оценка погрешности.
6	Решение систем алгебраических уравнений методом Зейделя. Сходимость, оценка погрешности.
7	Решение систем алгебраических уравнений методом прогонки. Сходимость, оценка погрешности.
8	Отделение корней нелинейных уравнений. Решение нелинейных уравнений методом проб и половинного деления. Погрешность.
9	Решение нелинейных уравнений методом хорд. Погрешность.
10	Решение нелинейных уравнений методом Ньютона. Сходимость и оценка погрешности.
11	Решение нелинейных уравнений методом итераций. Оценка погрешностей.
12	Метод градиентного спуска.
13	Аппроксимация функций. Основные понятия. Табличный способ задания. Преимущества и недостатки. Конечные разности.
14	Интерполирование функций. Основные понятия. Экстраполирование. Среднеквадратичное приближение.
15	Метод наименьших квадратов. Оценка погрешности.
16	Линейная и квадратичная интерполяции. Оценка погрешности.
17	Интерполяционный многочлен Лагранжа. Оценка погрешности.
18	Сплайны.
19	Конечные разности.
20	Интерполяционные многочлены Ньютона.
21	Интерполяционные многочлены Стилинга, Бесселя.
22	Численное дифференцирование. Применение интерполяционных многочленов. Связь конечных разностей и производных. Нахождение значения первой и второй производных функции, заданной таблицей.
23	Метод Эйлера. Оценка погрешности.
24	Численное интегрирование. Метод прямоугольников. Метод левых и правых прямоугольников. Оценка погрешности.
25	Численное интегрирование. Метод трапеций. Оценка погрешности.
26	Численное интегрирование. Метод Симпсона. Оценка погрешности.

Примерный вариант теста на зачете

<p>Задание 1. (4 балла)</p> <p>Решить систему методом Гаусса.</p> $\begin{cases} 4x + 2y = 5 \\ x - 8y = -3 \end{cases}$	<p>Задание 2. (5 баллов)</p> <p>Решить систему методом простых итераций. (сделать 0,1,2 итерации)</p> $\begin{cases} 4x + 2y = 5 \\ x - 8y = -3 \end{cases}$																				
<p>Задание 3. (3 балла)</p> <p>Действительный корень уравнения $x^3 + 3x - 2 = 0$ принадлежит интервалу:</p> <p>Варианты: 1) $\left(\frac{1}{2}, 1\right)$, 2) $\left(1, \frac{3}{2}\right)$, 3) $\left(0, \frac{1}{2}\right)$, 4) $\left(\frac{3}{2}, 2\right)$</p>	<p>Задание 4. (5 баллов)</p> <p>Отделить корни уравнения $x^3 - 15,3 = 0$ и сделать три итерации метода половинного деления для решения данного уравнения.</p>																				
<p>Задание 5. (3 балла)</p> <p>Найти значение функции $y = f(x)$, заданной таблично, в точке $x=3$ при помощи линейной интерполяции.</p> <table><tr><td>x</td><td>0</td><td>2</td><td>4</td><td>6</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>2</td><td>1</td><td>3</td></tr></table>	x	0	2	4	6	y	-1	2	1	3	<p>Задание 6. (3 балла)</p> <p>Найти первую и вторую производные функции $y = f(x)$, заданной таблично, в точке $x = 3$:</p> <table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>1</td><td>4</td><td>9</td><td>16</td></tr></table>	x	1	2	3	4	y	1	4	9	16
x	0	2	4	6																	
y	-1	2	1	3																	
x	1	2	3	4																	
y	1	4	9	16																	
<p>Задание 7. (4 балла)</p> <p>Методом левых прямоугольников вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (x^2 + 1)dx$, взять $h = 2$.</p>	<p>Задание 8. (4 балла)</p> <p>Методом трапеций вычислить определенный интеграл $\int_{-2}^4 (x^2 + 1)dx$, взять $h = 2$.</p>																				
<p>Задание 9. (5 баллов)</p> <p>График функции $y = f(x)$ проходит через все точки, заданные в таблице</p> <table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>4</td></tr><tr><td>y</td><td>-1</td><td>2</td><td>1</td></tr></table> <p>Найти $f(1)$ при помощи интерполяционного многочлена Лагранжа.</p>	x	1	2	4	y	-1	2	1	<p>Задание 10. (4 балла) График функции $y = f(x)$ проходит через точки, заданные в таблице</p> <table><tr><td>x</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr><tr><td>y</td><td>4</td><td>5</td><td>8</td></tr></table> <p>Тогда ее интерполяционный многочлен второго порядка равен: <i>Варианты ответа:</i></p> <p>1) $P(x) = x^2 - 2x + 5$ 2) $P(x) = x^2 - x + 4$</p> <p>3) $P(x) = x^2 - 4x + 7$ 4) $P(x) = x^2 - 3x + 6$</p>	x	1	2	3	y	4	5	8				
x	1	2	4																		
y	-1	2	1																		
x	1	2	3																		
y	4	5	8																		

