

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
Уравнения математической физики

Направление подготовки (специальности)
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 19 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Уравнения математической физики» обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию научного мышления и способности к восприятию науки как единого целого, частью которого является математика. Целью преподавания дисциплины — изучение основ дифференциальных уравнений в частных производных, включающих теорию и практические методы решения дифференциальных уравнений в частных производных.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата

Дисциплина «Уравнения математической физики» входит в цикл дисциплин, которые обеспечивают овладение общенаучными знаниями в области современного естествознания и связь их с математическими дисциплинами, необходимыми для подготовки специалиста математика. Она основывается на знаниях, полученных слушателями при изучении дисциплин «Математический анализ», «Алгебра», «Дифференциальные уравнения». Основу курса составляют методы качественного исследования дифференциальных уравнений в частных производных.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

| Формируемая компетенция (код и формулировка) | Индикатор достижения компетенции (код и формулировка) | Перечень планируемых результатов обучения |
|--|--|---|
| Универсальные компетенции | | |
| УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач. | ИД-УК-1.1 Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности | Знать: <ul style="list-style-type: none">— общие принципы получения базисных уравнений математической физики. Классификация уравнений с частными производными. Основные методы при их решении. Связь с иными предметами (модулями). Уметь: <ul style="list-style-type: none">— решать базисные, типовые задачи методом Фурье, методом характеристик. Владеть навыками: <ul style="list-style-type: none">— вывода базисных уравнений, интерпретаций полученных результатов, пользоваться учебной, справочной литературой по данному модулю |
| Общепрофессиональные компетенции | | |

| | | |
|---|--|--|
| ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности. | ИД-ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук | Знать: <ul style="list-style-type: none"> – общие принципы получения базисных уравнений математической физики. Классификация уравнений с частными производными. Основные методы при их решении. Связь с иными предметами (модулями). Уметь: <ul style="list-style-type: none"> – решать базисные, типовые задачи методом Фурье, методом характеристик. |
| | ИД-ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности | Уметь: <ul style="list-style-type: none"> – решать базисные, типовые задачи методом Фурье, методом характеристик. Владеть навыками: <ul style="list-style-type: none"> – вывода базисных уравнений, интерпретаций полученных результатов, пользоваться учебной, справочной литературой по данному модулю. |

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 акад. часов.

| № п/п | Темы (разделы) дисциплины, их содержание | Семестр | Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах) | | | | | | Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам) Формы ЭО и ДОТ |
|----------|---|---------|---|--------------|--------------|--------------|-----------------------------|---------------------------|--|
| | | | Контактная работа | | | | | | |
| | | | лекции | практические | лабораторные | консультации | аттестационные испытания | самостоятельная работа | |
| 1. | Введение. Почти линейные уравнения первого порядка. | 5 | 1 | | 1 | | | 1 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 2. | Классификация уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными. | 5 | 1 | | 1 | | | 1 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |

| | | | | | | | | |
|-----|---|---|---|--|---|---|---|--|
| 3. | Вывод уравнений колебаний струны. | 5 | 1 | | 1 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| | <i>в том числе с ЭО и ДОТ</i> | | | | | | 2 | <i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i> |
| 4. | Бесконечная струна. Формула Даламбера. | 5 | 1 | | 1 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 5. | Решение неоднородного уравнения колебаний струны. | 5 | 1 | | 1 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 6. | Корректность задачи о колебаниях бесконечной струны. | 5 | 1 | | 1 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 7. | Полубесконечная струна и метод продолжения. | 5 | 1 | | 1 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 8. | Уравнение колебаний в электрических проводах. | 5 | 1 | | 1 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 9. | Формальное решение уравнения колебаний струны с закрепленными концами. | 5 | 1 | | 1 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 10. | Обоснование метода разделения переменных для уравнения колебаний струны. Энергия колебаний струны. | 5 | 1 | | 1 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| | <i>в том числе с ЭО и ДОТ</i> | | | | | | 2 | <i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i> |
| 11. | Решение неоднородного уравнения колебаний струны методом разделения. Функция влияния сосредоточенной точечной силы. | | 1 | | 1 | 2 | 2 | Подготовка к контрольной работе |
| 12. | Повторение тем. | | 1 | | 1 | | 2 | Контрольная работа № 1 |
| 13. | Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности. | | 1 | | 1 | | 2 | Работа над ошибками контрольной работы № 1 |
| 14. | Принцип максимума для уравнения теплопроводности. | | 1 | | 1 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |

| | | | | | | | | | |
|-----|--|---|-----------|--|-----------|----------|------------|-------------|---|
| 15. | Теорема единственности решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Непрерывная зависимость решения от начальных и граничных функций. | | 0,5 | | 0,5 | 2 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| | <i>в том числе с ЭО и ДОТ</i> | | | | | | | 2 | <i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i> |
| 16. | Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом разделения. Обоснование метода разделения для уравнения теплопроводности. | | 0,5 | | 0,5 | | | 2 | Контрольная работа № 2 |
| 17. | Функция источника и неоднородное уравнение теплопроводности. | | 0,5 | | 0,5 | | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 18. | Распространение тепла по бесконечному стержню. | | 0,5 | | 0,5 | | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| | | | | | | | 0,3 | 1,7 | Зачёт |
| | Итого за 5 семестр | | 16 | | 16 | 4 | 0,3 | 35,7 | |
| | <i>в том числе с ЭО и ДОТ</i> | | | | | | | 6 | <i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i> |
| 19. | Основная формула Грина. | 6 | 1 | | 2 | | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 20. | Теоремы о среднем и принцип максимума для гармонических функций. | 6 | 1 | | 2 | | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 21. | Единственность и устойчивость решений первой краевой задачи для уравнений Лапласа. | 6 | 1 | | 2 | 2 | | | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 22. | Единственность решения внешней краевой задачи. Единственность решения второй краевой задачи. | 6 | 1 | | 2 | | | | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| | <i>в том числе с ЭО и ДОТ</i> | | | | | | | 2 | <i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i> |
| 23. | Решение задачи Дирихле методом разделения. | 6 | 1 | | 2 | | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |

| | | | | | | | | | |
|-----|--|---|-----|--|----|----|-----|------|--|
| 24. | Обоснование метода разделения для решения задачи Дирихле в круге. | 6 | 1 | | 2 | | | | Контрольная работа № 3 |
| 25. | Интеграл Пуассона. Задача Неймана в круге. | 6 | 1 | | 2 | | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 26. | Функция источника для сферы. | 6 | 1 | | 2 | | | | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 27. | Задачи на собственные значения для оператора Лапласа. | 6 | 1 | | 2 | | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 28. | Схема разделения переменных для задач колебаний ограниченных объемов. | 6 | 1 | | 2 | 2 | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 29. | Распространение волн в пространстве. | 6 | 1 | | 2 | | | 1 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 30. | Формула Пуассона для волн в пространстве. | 6 | 1 | | 2 | | | 1 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| | <i>в том числе с ЭО и ДОТ</i> | | | | | | | 2 | <i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i> |
| 31. | Волны на плоскости. | 6 | 0,5 | | 2 | | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 32. | Сравнение процессов распространения волн на прямой, на плоскости и в пространстве. | 6 | 1 | | 1 | | | | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| 33. | Формула Кирхгоффа. | 6 | 1 | | 1 | | | 2 | Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы |
| | <i>в том числе с ЭО и ДОТ</i> | | | | | | | 2 | <i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i> |
| 34. | Следствия формулы Кирхгоффа. | 6 | 1 | | 2 | | | | Подготовка к контрольной работе №4 |
| 35. | Повторение темы. | 6 | 0,5 | | 2 | 2 | | | Контрольная работа №4 |
| | | | | | | 2 | 0,5 | 33,5 | Экзамен |
| | Итого за 6 семестр | | 16 | | 32 | 8 | 0,5 | 51,5 | |
| | ИТОГО | | 32 | | 48 | 12 | 0,8 | 87,2 | |

| | | | | | | | | | |
|--|-------------------------------|--|--|--|--|--|--|----------|--|
| | <i>в том числе с ЭО и ДОТ</i> | | | | | | | 6 | Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle |
|--|-------------------------------|--|--|--|--|--|--|----------|--|

Примечание: объем (в часах) самостоятельной работы в рамках установленного данной РПД количества часов, выполняемой студентом с применением ЭО и ДОТ (в ЭУК «Уравнения математической физики» в LMS Moodle), определяется каждым студентом в зависимости от уровня его подготовки и способов выполнения данного вида работ.

Содержание разделов дисциплины

1. Введение. Почти линейные уравнения первого порядка.
2. Классификация уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
3. Вывод уравнений колебаний струны.
4. Бесконечная струна. Формула Даламбера.
5. Решение неоднородного уравнения колебаний струны.
6. Корректность задачи о колебаниях бесконечной струны.
7. Полубесконечная струна и метод продолжения.
8. Уравнение колебаний в электрических проводах.
9. Формальное решение уравнения колебаний струны с закрепленными концами.
10. Обоснование метода разделения переменных для уравнения колебаний струны.
Энергия колебаний струны.
11. Решение неоднородного уравнения колебаний струны методом разделения. Функция влияния сосредоточенной точечной силы.
12. Повторение тем.
13. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности.
14. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
15. Теорема единственности решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Непрерывная зависимость решения от начальных и граничных функций.
16. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом разделения. Обоснование метода разделения для уравнения теплопроводности.
17. Функция источника и неоднородное уравнение теплопроводности.
18. Распространение тепла по бесконечному стержню.
19. Основная формула Грина.
20. Теоремы о среднем и принцип максимума для гармонических функций.
21. Единственность и устойчивость решений первой краевой задачи для уравнений Лапласа.
22. Единственность решения внешней краевой задачи. Единственность решения второй краевой задачи.
23. Решение задачи Дирихле методом разделения.

24. Обоснование метода разделения для решения задачи Дирихле в круге.
25. Интеграл Пуассона. Задача Неймана в круге.
26. Функция источника для сферы.
27. Задачи на собственные значения для оператора Лапласа.
28. Схема разделения переменных для задач колебаний ограниченных объемов.
29. Распространение волн в пространстве.
30. Формула Пуассона для волн в пространстве.
31. Волны на плоскости.
32. Сравнение процессов распространения волн на прямой, на плоскости и в пространстве.
33. Формула Кирхгоффа.
34. Следствия формулы Кирхгоффа.
35. Повторение темы.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Академическая лекция с элементами лекции-беседы — последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие — занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации — вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

- **Электронный учебный курс «Концепции современного естествознания» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ**, в котором:
 - представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
 - осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
 - представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
 - представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
 - представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
 - представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;

- посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимся и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:
 - программы Microsoft Office;
 - издательская система LaTeX;
 - Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: учебник для вузов – 7-е изд. – М.: МГУ, Наука, 2004. 798 с.
2. Годунов С.К. Уравнения математической физики. Учебное пособие для университетов. М.: Наука, 2004. 391 с.
3. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. 4-е изд., испр.: учебное пособие. М.: Физматлит, 2004. 688 с.

б) дополнительная литература

1. Кубышкин Е.П. Методы решения уравнений математической физики: учебное пособие для вузов. Ярославль: ЯрГУ, 2004. 80 с.
2. Куликов А.Н. Вопросы и задачи по курсу «Уравнения математической физики»: методические указания. Ярославль, 2002. 94с.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;

- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) — списочному составу группы обучающихся.

Автор:

профессор кафедры дифференциальных уравнений, д.ф.-м.н. А.Н. Куликов

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Уравнения математической физики»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущей аттестации**
(проверка сформированности ОПК-1, индикатор ИД-ОПК-1_1
(в части умения нахождения экстремали, умения исследования функционала)

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Привести уравнение к каноническому виду:

$$(1+x^2)u_{xx} + (1+y^2)u_{yy} + xu_x + yu_y = 0.$$

2. Выписать: а) формулы, представляющие профиль струны при $t > 0$, б) формулы, представляющие закон движения различных точек струны.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, 0 \leq x < +\infty$$
$$u(x,0) = \begin{cases} \sin x, & 0 \leq x \leq \pi, \\ 0, & x > \pi, \end{cases} \quad u_t(x,0) = 0, u_x(0,t) = 0.$$

3. Выписать: а) формулы, представляющие профиль струны при $t > 0$, б) формулы, представляющие закон движения различных точек струны.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, 0 \leq x < +\infty$$
$$u(x,0) = \begin{cases} x - x^2, & 0 \leq x \leq 1, \\ 0, & x > 1, \end{cases} \quad u_t(x,0) = 0, u_x(0,t) = 0.$$

Вариант 2

1. Привести уравнение к каноническому виду:

$$y^2 u_{xx} - \exp(2x) u_{yy} + u_x = 0.$$

2. Выписать: а) формулы, представляющие профиль струны при $t > 0$, б) формулы, представляющие закон движения различных точек струны.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, 0 \leq x < +\infty$$

$$u(x,0) = \begin{cases} 1 - \cos x, 0 \leq x \leq 2\pi, \\ 0, x > 2\pi, \end{cases} \quad u_t(x,0) = 0, u_x(0,t) = 0.$$

3. Выписать: а) формулы, представляющие профиль струны при $t > 0$, б) формулы, представляющие закон движения различных точек струны.

$$u_{tt} = a^2 u_{xx}, 0 \leq x < +\infty$$

$$u(x,0) = \begin{cases} \frac{2}{1+x} - 1, 0 \leq x \leq 1, \\ 0, x > 1, \end{cases} \quad u_t(x,0) = 0, u_x(0,t) = 0.$$

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы

Оценка по результатам самостоятельной работы считается в баллах по следующему принципу:

- за каждое полностью правильно выполненное задание — 3 балла;
- при решении допущены незначительные ошибки — 2 балла;
- правильно выбран способ решения задания, но при его реализации допущены грубые ошибки — 1 балл.

Контрольная работа № 2

Вариант 1

1. Решить задачу:

$$u_t = 4u_{xx}, 0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}, u(x,0) = -3\sin 5x + 7\sin 9x, u_x(0,t) = u(\frac{\pi}{2},t) = 0.$$

2. Решить задачу:

$$u_t = u_{xx}, 0 \leq x \leq \pi, u(x,0) = x^2, u_t(x,0) = 0, u_x(0,t) = u_x(\pi,t) = 0.$$

3. Решить задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + \sin t \cos \frac{x}{2}, 0 \leq x \leq \pi, u(x,0) = 0, u_t(x,0) = -\cos x, u_x(0,t) = 0, u(\pi,t) = \sin t.$$

Вариант 2

1. Решить задачу:

$$u_t = 16u_{xx}, 0 \leq x \leq \pi, u(x,0) = -3\cos \frac{3x}{2} + 12\cos \frac{7x}{2}, u(0,t) = u_x(\pi,t) = 0.$$

2. Решить задачу:

$$u_t = 4u_{xx}, 0 \leq x \leq 1, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 1 - x, u_x(0, t) = u(1, t) = 0.$$

3. Решить задачу:

$$u_{tt} = u_{xx} + \cos^2 x \sin \frac{t}{2}, 0 \leq x \leq \pi, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, u_x(0, t) = 0, u_x(\pi, t) = t.$$

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы

Оценка по результатам самостоятельной работы считается в баллах по следующему принципу:

- за каждое полностью правильно выполненное задание — 3 балла;
- при решении допущены незначительные ошибки — 2 балла;
- правильно выбран способ решения задания, но при его реализации допущены грубые ошибки — 1 балл.

Контрольная работа № 3

Вариант 1

1. Решить задачу:

$$u_t = u_{xx} - 3u + \exp(-4t) \cos^2 x, 0 \leq x \leq \pi, u(x, 0) = 0, u_t(x, 0) = 0, u_x(0, t) = 0, u_x(\pi, t) = t.$$

2. Решить задачу:

$$\Delta u = \frac{1}{\rho^3}, \rho \geq 2, u|_{\rho=2} = 4 \cos 7\varphi.$$

3. Решить задачу:

$$\Delta u = 0, 1 \leq \rho \leq 2, \frac{\partial u}{\partial \rho}|_{\rho=1} = 9 \sin \varphi, u|_{\rho=2} = 5 \cos 2\varphi.$$

Вариант 2

1. Решить задачу:

$$u_t = u_{xx}, 0 \leq x \leq \pi, u(x, 0) = \sin x, u_x(0, t) = 0, u_x(\pi, t) = 1 - \exp(-t).$$

2. Решить задачу:

$$\Delta u = \rho^2, \rho \leq 1, u|_{\rho=1} = 5 \cos 2\kappa + 6 \sin 3\varphi.$$

3. Решить задачу:

$$\Delta u = 0, 1 \leq \rho \leq 2, u|_{\rho=1} = 7 \sin 2\varphi, u|_{\rho=2} = 2 \cos 5\varphi.$$

Контрольная работа № 4

Вариант 1

1. Решить задачу:

$$u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy}), 0 \leq x \leq l_1, t > 0, u(x, y, 0) = xy(l_1 - x)(l_2 - y), u_t(x, y, 0) = 0, \\ u(0, y, t) = u(l_1, y, t) = u(x, 0, t) = u(x, l_2, t) = 0.$$

Вариант 2

1. Решить задачу:

$$u_{tt} = a^2(u_{xx} + u_{yy}), 0 \leq x \leq l_1, 0 \leq y \leq l_2, t > 0, u(x, y, 0) = 0, u_t(x, y, 0) = xy(l_1 - x)(l_2 - y), \\ u(0, y, t) = u(l_1, y, t) = u(x, 0, t) = u(x, l_2, t) = 0.$$

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы:

Оценка по результатам самостоятельной работы считается в баллах по следующему принципу:

- за каждое полностью правильно выполненное задание – 3 балла;
- при решении допущены незначительные ошибки – 2 балла;
- правильно выбран способ решения задания, но при его реализации допущены грубые ошибки – 1 балл.

1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

Требуется уметь решать типовые задачи, предлагаемые на контрольных работах 3 и 4. Основной упор на задачи, связан с методом Фурье, а также отвечать на следующие вопросы:

Основные вопросы по теме

1. Привести пример уравнения эллиптического типа в R^2 (в области $x \geq 0, y \geq 0$; в круге K_R радиуса R с центром в нуле).
2. Привести пример уравнения гиперболического типа в R^2 (в области $x \geq 0, y \geq 0$; в круге K_R радиуса R с центром в нуле).
3. Привести пример уравнения смешанного типа.
4. Доказать, что задача Дирихле в круге – это пример корректно поставленной задачи математической физики.
5. Привести пример некорректно поставленной задачи для уравнения эллиптического типа.

6. Привести пример некорректно поставленной задачи для уравнения гиперболического типа.
7. Уравнение теплопроводности. Постановка основных задач.
8. Принцип максимума для уравнения теплопроводности.
9. Интегрирование первой краевой задачи методом Фурье
10. Интегрирование первой краевой задачи для неоднородного уравнения теплопроводности.

Вопросы к экзамену

1. Почти линейные уравнения первого порядка.
2. Классификация уравнений второго порядка с двумя независимыми переменными.
3. Вывод уравнений колебаний струны.
4. Бесконечная струна. Формула Даламбера.
5. Решение неоднородного уравнения колебаний струны
6. Корректность задачи о колебаниях бесконечной струны
7. Полубесконечная струна и метод продолжения
8. Уравнение колебаний в электрических проводах
9. Формальное решение уравнения колебаний струны с закрепленными концами
10. Обоснование метода разделения переменных для уравнения колебаний струны. Энергия колебаний струны.
11. Решение неоднородного уравнения колебаний струны методом разделения. Функция влияния сосредоточенной точечной силы
12. Вывод уравнения теплопроводности. Постановка краевых задач для уравнения теплопроводности
13. Принцип максимума для уравнения теплопроводности
14. Теорема единственности решения первой краевой задачи для уравнения теплопроводности. Непрерывная зависимость решения от начальных и граничных функций.
15. Решение первой краевой задачи для уравнения теплопроводности методом разделения. Обоснование метода разделения для уравнения теплопроводности
16. Функция источника и неоднородное уравнение теплопроводности
17. Распространение тепла по бесконечному стержню
18. Основная формула Грина
19. Теоремы о среднем и принцип максимума для гармонических функций
20. Единственность и устойчивость решений первой краевой задачи для уравнений Лапласа
21. Единственность решения внешней краевой задачи. Единственность решения второй краевой задачи
22. Решение задачи Дирихле методом разделения
23. Обоснование метода разделения для решения задачи Дирихле в круге
24. Интеграл Пуассона. Задача Неймана в круге
25. Функция источника для сферы
26. Задачи на собственные значения для оператора Лапласа
27. Схема разделения переменных для задач колебаний ограниченных объемов
28. Распространение волн в пространстве
29. Формула Пуассона для волн в пространстве
30. Волны на плоскости
31. Сравнение процессов распространения волн на прямой, на плоскости и в пространстве
32. Формула Кирхгоффа

33.Следствия формулы Кирхгоффа

Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины « Уравнения математической физики »

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Уравнения математической физики» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе «Уравнения математической физики» лежит особый математический аппарат. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным физическим задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом «Уравнения математической физики».

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия, законы и основы данного курса. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы проводятся семинарские занятия, которые помогают разъяснить материал по пройденной теме.

В конце семестра изучения дисциплины студенты сдают зачет. Зачет по итогам первого семестра выставляется по итогам тестирования и краткого собеседования по его результатам.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Уравнения математической физики» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет и экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу, с подробно разобранными решениями квантово-механических задач. К таким можно отнести следующие издания:

1. Кубышкин Е.П. Методы решения уравнений математической физики: учебное пособие для вузов. Ярославль: ЯрГУ, 2004. 80 с.
2. Куликов А.Н. Вопросы и задачи по курсу “Уравнения математической физики”: методические указания. Ярославль, 2002. ?? с.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Международный научно-образовательный сайт EqWorld. Сайт EqWorld содержит обширную информацию о различных классах обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), дифференциальных уравнений с частными производными (УрЧП), интегральных уравнений, функциональных уравнений и других математических уравнений. Особое внимание уделено уравнениям математической физики и механики. Приведены таблицы точных решений, описаны методы решения уравнений, есть интересные статьи, даны ссылки на математические программы, указаны адреса научных сайтов, издательств, журналов и др. Имеется динамический раздел EqArchive, который дает возможность авторам оперативно публиковать свои уравнения и их точные решения, первые интегралы и преобразования. Содержит учебную физико-математическую библиотеку, в которую авторы могут добавлять свои книги и диссертации, а также форум для вопросов и дискуссий.

EqWorld работает на русском и английском языках (главная стр. сайта переведена также на немецкий, французский, итальянский и испанский языки) и предназначен для широкого круга ученых, преподавателей вузов, инженеров, аспирантов и студентов в различных областях математики, механики, физики, химии, биологии и инженерных наук. Все ресурсы сайта являются бесплатными для его пользователей.

EqWorld содержит около 2000 веб-страниц (книги библиотеки не учитываются), его посещают люди из 200 стран мира, средняя посещаемость сайта превышает 3000 человек в сутки. Адреса сайта в Интернете: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> (рус.), <http://eqworld.ipmnet.ru> (англ.).

2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Главной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") www.informika.ru.

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- **Электронная библиотека** – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- **Интегральный каталог образовательных интернет-ресурсов** содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск

в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- **Избранное.** В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- **Библиотеки вузов.** Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет (http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. Электронная картотека «Книгообеспеченность» (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.