


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра общей математики

УТВЕРЖДАЮ
Декан математического факультета



(подпись) П.Н. Нестеров

«18» мая 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины
«Линейная алгебра»**

Направление подготовки
38.03.01 Экономика

Направленность (профиль)
«Национальные и международные финансы»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от «16» апреля 2021 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 5 от «18» мая 2021 г.

Ярославль

1. Цель освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины является формирование математических знаний, умений и навыков, способствующих развитию культуры аналитических преобразований, логического и алгоритмического мышления, математической интуиции в постановке задач и выбора инструментальных средств моделирования и анализа экономических процессов.

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Линейная алгебра» относится к базовой части Блока 1. Изучение дисциплины базируется на знаниях и умениях, полученных обучающимися ранее в ходе освоения школьного курса математики, а так же тесно связано с такими дисциплинами как «Математический анализ», «Теория вероятностей и математическая статистика». Знания, полученные студентами при изучении данной учебной дисциплины, необходимы для более глубокого понимания других общепрофессиональных и специальных дисциплин.

3. Планируемые результаты обучения дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.	Знать: - основные направления использования аппарата линейной алгебры в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач, для построения экономико-математических моделей; - основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации. Уметь: - решать задачи дисциплины, необходимые для дальнейшего использования аппарата линейной алгебры в экономических приложениях; - осуществлять поиск необходимой информации для математического решения экономической задачи. Владеть навыками: - использования основных определений, понятий для решения экономических задач.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 академических часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости
			Контактная работа						Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Вводная лекция	3	2						
2	Векторная алгебра. Уравнения прямой и плоскости.	3	8	4		1		10	Задачи Контрольная работа 1
3	Пространство R^n	3	2			1		2	Опрос
4	Системы линейных алгебраических уравнений	3	8	4		1		12	Задачи Контрольная работа 2
5	Матрицы и определители.	3	8	6		2		12	Задачи Контрольная работа 3
6	Элементы линейного программирования.	3	8	4		1		12	Задачи Контрольная работа 4, Реферат
		3				2	0,5	33,5	Экзамен
	Всего 144 ч.	3	36	18		8	0,5	81,5	

Содержание разделов дисциплины:

Тема 1. Вводная лекция

Цели и задачи дисциплины. Роль линейной алгебры в изучении экономических дисциплин. Основные определения, используемые при изучении дисциплины.

Тема 2. Векторная алгебра. Уравнения прямой и плоскости

Цель: Изучение основных понятий векторной алгебры с целью их использования для вывода уравнений прямой и плоскости.

1. Векторы. Определение основных понятий. Операции над векторами.
2. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Операции над векторами в координатной форме.
3. Способы задания прямой на плоскости и в пространстве.
4. Каноническое уравнение прямой, общее уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом, пучок прямых.
5. Угол между прямыми. Условие перпендикулярности прямых.
6. Способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости.

Тема 3. Пространство R^n

Цель: Обобщение понятия вектора. Определение пространства R^n и основных понятий.

1. Определение пространства R^n .

2. Линейная зависимость и независимость векторов.
3. Базис пространства R^n
4. Некоторые геометрические объекты в пространстве R^n .

Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений

Цель: Изучение метода Жордана - Гаусса решения системы линейных уравнений.

1. Определение основных понятий.
2. Преобразование систем линейных уравнений.
3. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса и методом Жордана-Гаусса.
4. Базисные и опорные решения системы линейных уравнений.

Тема 5. Матрицы и определители

Цель: Изучение матриц и определителей и их применения для решения задач..

1. Понятие матрицы и действия с матрицами.
2. Понятие определителя матрицы. Свойства определителей
3. Обратная матрица.
4. Правило Крамера.

Тема 6. Элементы линейного программирования.

Цель. Изучение линейной экономической модели, для построения и решения которой используется аппарат линейной алгебры.

1. Задача планирования производства.
2. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП), Основные понятия и их определения.
3. Графическое решение ЗЛП.
4. Решение ЗЛП симплекс-методом с графической иллюстрацией.
5. Постановка транспортной задачи. Основные понятия и их определения.
6. Первоначальное распределение поставок. Переход от одной поставки к другой по циклу.

5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе преподавания дисциплины используются следующие образовательные технологии:

Академическая лекция – последовательное изложение материала преподавателем, рассмотрение теоретических и методологических вопросов дисциплины в логически выдержанной форме. В процессе лекции преподаватель стимулирует студентов к участию в обсуждении вопросов и высказыванию собственной точки зрения обсуждаемой проблематики. Цели и требования к академической лекции: современный научный уровень, информативность, системное освещение ключевых понятий и положений по соответствующей теме, обзор и оценка существующей проблематики, дача методических рекомендаций студентам для дальнейшего изучения курса.

Практическое (семинарское) занятие – занятие, посвященное практической отработке у студентов конкретных умений и навыков при изучении дисциплины, закреплению полученных на лекции знаний и оценке результатов обучения в процессе текущего контроля.

На первом практическом занятии в вводной части дается первое целостное представление о дисциплине. Студенты знакомятся с назначением и задачами дисциплины, её ролью и местом в образовательной программе. При этом озвучиваются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы. Продолжительность вводной части составляет не более 10-15 минут.

Консультации – групповые занятия, являющиеся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов в течение семестра. На консультациях по инициативе студентов рассматриваются и обсуждаются различные вопросы тематики дисциплины, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используется:

- 1) программное обеспечение:
 - операционная система Windows;
 - программы MicrosoftOffice;
- 2) информационные справочные системы, в т.ч. профессиональные базы данных:
 - справочная правовая система ГАРАНТ;
 - справочная правовая система КонсультантПлюс.

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник для вузов / под ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА – М, 2006. – 656 с. – (Высшее образование).
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие / под ред. В.И. Ермакова. – М.: ИНФРА – М, 2006. – 656 с. – (Высшее образование).
3. Бестужева Л.П. Линейная алгебра: практикум /Л.П. Бестужева, Н.Л. Майорова. Ярослав. Гос. Ун-т им. П.Г. Демидова.- Ярославль: ЯрГУ, 2011. – 56 с.; То же – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20110204.pdf> (электронные версии изданий сотрудников – ЭБ ЯРГУ)

б) дополнительная литература:

1. Высшая математика для экономического бакалавриата в 3 ч. Часть 1 [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / под ред. Н. Ш. Кремера. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Юрайт, 2017. — 276 с. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/FA102CC2-D5ED-4284-A586-33ECB957EF0E (ЭБС Юрайт).
2. Кремер, Н. Ш. Линейная алгебра [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер, М. Н. Фридман. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2018. — 309 с. - Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/B8B7FE48-028E-4707-BCDB-625FC196408E (ЭБС Юрайт).
3. Гисин, В. Б. Математика. Практикум [Электронный ресурс]: учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — М.: Юрайт, 2018. — 204 с. - Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/A061634A-0AFA-40F4-84D0-DE148D11C108 (ЭБС Юрайт).
4. Малугин, В. А. Линейная алгебра для экономистов. Учебник, практикум и сборник задач [Электронный ресурс]: для академического бакалавриата / В. А. Малугин, Я. А. Рощина. — М.: Юрайт, 2018. — 478 с. — Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/DBB48D25-BD07-4CCC-B306-A3C8338A6F8A (ЭБС Юрайт).
5. Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели [Электронный ресурс]: учебник для бакалавров / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов ; под ред. М. С. Красса. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2017. — 541 с. - Режим доступа : www.biblio-online.ru/book/E8366C4C-F708-41C5-AC24-3E0CCC0F4E75 (ЭБС Юрайт).

6. Палий, И. А. Линейное программирование [Электронный ресурс]: учебное пособие для академического бакалавриата / И. А. Палий. — 2-е изд., испр. и доп. — М. : Юрайт, 2018. — 175 с. - Режим доступа: www.biblio-online.ru/book/327FEF01-D1E7-41D5-BF05-4DB367826557 (ЭБС Юрайт).

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронный каталог Научной библиотеки ЯрГУ (https://www.lib.uni-yar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).
2. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Юрайт» (<https://urait.ru>).
3. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Прспект» (<http://ebs.prospekt.org/>).
4. Научная электронная библиотека (НЭБ) (<https://elibrary.ru/>).

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, хранящиеся на электронных носителях и обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплин.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор:

Ст. преподаватель кафедры общей математики,

_____ О.И. Литвинова
(подпись)

**Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущей аттестации**

Тема 2. Векторная алгебра. Уравнения прямой и плоскости

Задачи (для очной формы обучения)

1. Даны точки $A_1(-1, 2, 5)$, $A_2(-2, 0, 3)$, $A_3(3, 1, 2)$, $A_4(7, -1, 2)$.

- 1) Найти уравнение плоскости A_1A_2, A_3 .
- 2) Найти уравнение прямой A_2, A_3 .
- 3) Найти уравнение плоскости, проходящей через точку A_4 перпендикулярно прямой A_2, A_3 .

Найти угол между этой плоскостью и плоскостью A_1A_2, A_3 .

- 4) Найти уравнение прямой, проходящей через точку A_4 перпендикулярно плоскости A_1A_2, A_3 .

2. Даны точки $A_1(-1, 2, 5)$, $A_2(-2, 0, 3)$, $A_3(3, 1, 2)$, $A_4(7, -1, 2)$.

- 1) Найти уравнение плоскости A_1A_2, A_4 .
- 2) Найти уравнение прямой A_2, A_4 .
- 3) Найти уравнение плоскости, проходящей через точку A_1 перпендикулярно прямой A_2, A_4 .

Найти угол между этой плоскостью и плоскостью A_1A_2, A_4 .

- 4) Найти уравнение прямой, проходящей через точку A_1 перпендикулярно плоскости A_1A_2, A_4 .

Контрольная работа 1

Вариант 1

1. Найти уравнение плоскости α , которая проходит через точки $A(-1, 1, -3)$, $B(2, -1, -1)$, $C(-2, -5, 1)$.
2. Найти уравнение прямой L , которая проходит через точку $D(-2, -3, -2)$ перпендикулярно плоскости α .
3. Найти точку пересечения прямой L с плоскостью $x + 2y - z + 5 = 0$.
4. Найти прямую, проходящую через точки $A(-1, 1, -3)$ и $B(2, -1, -1)$.
5. Найти угол между этой прямой и прямой L .

Вариант 2

1. Найти уравнение плоскости α , которая проходит через точки $A(-2, 1, 3)$, $B(3, 4, -1)$, $C(2, -4, 5)$.

2. Найти уравнение прямой L , которая проходит через точку $D(-1, -3, 2)$ перпендикулярно плоскости α .
3. Найти точку пересечения прямой L с плоскостью $2x - y + z + 3 = 0$.
4. Найти прямую, проходящую через точки $A(-2, 1, 3)$ и $B(3, 4, -1)$.
5. Найти угол между этой прямой и прямой L .

Вариант 3

1. Найти уравнение плоскости α , которая проходит через точки $A(-1, 1, -3)$, $B(2, -1, -1)$, $C(-2, -5, 1)$.
2. Найти уравнение прямой L , которая проходит через точку $D(-2, -3, -2)$ перпендикулярно плоскости α .
3. Найти точку пересечения прямой L с плоскостью $x + 2y - z + 5 = 0$.
4. Найти прямую, проходящую через точки $A(-1, 1, -3)$ и $B(2, -1, -1)$.
5. Найти угол между этой прямой и прямой L .

Вариант 4

1. Найти уравнение плоскости α , которая проходит через точки $A(-2, 1, 3)$, $B(3, 4, -1)$, $C(2, -4, 5)$.
2. Найти уравнение прямой L , которая проходит через точку $D(-1, -3, 2)$ перпендикулярно плоскости α .
3. Найти точку пересечения прямой L с плоскостью $2x - y + z + 3 = 0$.
4. Найти прямую, проходящую через точки $A(-2, 1, 3)$ и $B(3, 4, -1)$.
5. Найти угол между этой прямой и прямой L .

Тема 3. Пространство R^n

Вопросы к опросу (для очной формы обучения)

1. Определение пространства R^n .
2. Линейная зависимость и независимость векторов.
3. Базис пространства R^n .
4. Некоторые геометрические объекты в пространстве R^n .

Тема 4. Системы линейных алгебраических уравнений

Задачи (для очной формы обучения)

1. Решить систему линейных алгебраических уравнений (СЛУ) методом Жордана-

Гаусса.

а)

$$\begin{cases} 5x_1 + 12x_2 + 5x_3 + 3x_4 = 10, \\ 4x_1 + 3x_2 + x_3 + 3x_4 = 2, \\ 11x_1 + 11x_2 + 4x_3 + 8x_4 = 8. \end{cases}$$

б)

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 3x_3 - 4x_4 = 1, \\ 2x_1 - 2x_2 + 2x_3 + 3x_4 = 2, \\ -x_1 + x_2 - 13x_3 - 18x_4 = -1. \end{cases}$$

в)

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 3x_3 + x_4 = 6, \\ 7x_1 + 5x_2 - 7x_3 - x_4 = 8, \\ x_1 + 8x_2 - 18x_3 - 5x_4 = -6. \end{cases}$$

г)

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 - 3x_3 = 2, \\ 4x_1 + 4x_2 - 4x_3 = 5, \\ -x_1 - 5x_2 + 7x_3 = -1. \end{cases}$$

д)

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - 6x_4 = 0, \\ 4x_1 - x_2 - x_3 - 4x_4 = 0, \\ x_1 + 4x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 0. \end{cases}$$

е)

$$\begin{cases} 3x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = 4, \\ 2x_1 + 5x_2 + 3x_3 + 2x_4 = -1, \\ 3x_1 + 4x_2 + 2x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

2. Найти опорные решения СЛУ.

$$\begin{cases} 3x_1 - x_2 + x_3 = 2 \\ 6x_1 - 5x_2 + x_4 = 5 \end{cases} \quad \begin{cases} 5x_1 + x_2 - 2x_4 = 7 \\ x_1 + x_3 + x_4 = 3 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 - 5x_2 - x_3 = 2 \\ 3x_2 + x_3 + x_4 = 7 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 5x_3 + x_4 = 5 \\ 2x_1 + x_2 + x_3 = 7 \end{cases}$$

Контрольная работа 2

Вариант 1.

1. Найти общее решение СЛУ и одно из частных решений.

$$\begin{cases} 3x_1 + x_2 - 5x_3 + 7x_4 = 3, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = -2. \end{cases}$$

2. Найти два опорных решения СЛУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 2x_3 = 5, \\ -x_1 + x_3 + x_4 = 2. \end{cases}$$

Вариант 2.

1. Найти общее решение СЛУ и одно из частных решений.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - 5x_3 + 2x_4 = 7, \\ -x_1 + 2x_2 + x_3 - x_4 = -1. \end{cases}$$

2. Найти два опорных решения СЛУ:

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 = 5, \\ 2x_1 - 7x_3 + x_4 = 1. \end{cases}$$

Вариант 3.

1. Найти общее решение СЛУ и одно из частных решений.

$$\begin{cases} 2x_1 + 4x_2 - 5x_3 + x_4 = -3, \\ x_1 + 2x_2 + x_3 - 5x_4 = 1. \end{cases}$$

2. Найти два опорных решения СЛУ:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + 2x_3 = 2, \\ -3x_2 + x_3 + x_4 = 5. \end{cases}$$

Вариант 4.

1. Найти общее решение СЛУ и одно из частных решений.

$$\begin{cases} -x_1 + 4x_2 - 6x_3 + x_4 = 2, \\ 2x_1 + 2x_2 + x_3 - 2x_4 = 1. \end{cases}$$

2. Найти два опорных решения СЛУ:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 - 2x_3 = 2, \\ -2x_2 + x_3 + x_4 = 3. \end{cases}$$

Тема 5. Матрицы и определители

Задачи

1. Вычислить определитель: а) разложив его по элементам какой-либо строки; б) разложив его по элементам какого-либо столбца; в) получив предварительно в какой-либо строке или столбце нули.

$$\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 \\ 0 & 2 & 5 & 9 \\ 0 & 0 & 3 & 7 \\ -2 & -4 & -6 & 0 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 5 & 1 \\ 3 & 2 & 1 & 2 \\ 1 & 2 & 3 & -4 \\ 1 & 1 & 5 & 1 \end{vmatrix} \quad \begin{vmatrix} 2 & 1 & 1 & 8 \\ 1 & -3 & -6 & 9 \\ 0 & 2 & 2 & -5 \\ 1 & 4 & 6 & 0 \end{vmatrix}$$

2. Найти матрицу, обратную к матрице.

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 2 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 2 & -4 & 1 \\ 1 & -5 & 3 \\ 1 & -1 & 1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -5 \\ 1 & 2 & 4 \\ 3 & 2 & -1 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -1 \\ -2 & -1 & 2 \\ 3 & -2 & -1 \end{pmatrix}$$

3. Даны матрицы A, B, C. Найти те из произведений AB, BA, AC, CA, BC, CB, которые имеют смысл.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 3 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix} \quad B = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} \quad C = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 2 & 0 \\ -1 & 2 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

4. Для матрицы A найти все перестановочные с ней матрицы B.

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 3 \end{pmatrix} \quad A = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа 3

1 вариант

1. Найти матрицу, которую нужно прибавить к $\begin{pmatrix} -3 & 4 & 1 & 6 \\ 0 & 5 & -1 & -5 \\ 2 & 8 & 0 & 8 \\ 1 & -7 & 1 & 2 \end{pmatrix}$, чтобы получить единичную, транспонировать ее.

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 2 & 4 & -1 \\ 7 & 3 & 2 \\ 3 & 1 & -2 \end{vmatrix}$.

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & 2 & 2 & 2 \\ 2 & 3 & 2 & 2 \\ 2 & 2 & 3 & 2 \\ 2 & 2 & 2 & 3 \end{vmatrix}$.

4. Найти произведение матриц $\begin{pmatrix} 4 & 1 & -1 & 2 \\ 7 & 1 & -3 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & -2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 4 & 2 \\ 2 & 3 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$.

5. Найти матрицу обратную к матрице $\begin{pmatrix} 3 & -4 & 5 \\ 2 & -3 & 1 \\ 3 & -5 & -1 \end{pmatrix}$.

2 вариант

1. Найти матрицу, которую нужно прибавить к $\begin{pmatrix} -8 & 0 & 1 & 2 & 3 \\ 4 & -1 & 0 & 2 & 5 \\ 3 & -1 & 2 & 2 & 4 \end{pmatrix}$, чтобы получить

$\begin{pmatrix} 3 & 5 & 1 & -1 & 1 \\ 4 & -1 & 1 & -5 & 9 \\ -3 & 1 & -2 & -2 & 6 \end{pmatrix}$, транспонировать ее.

2. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 4 & 7 & 1 \\ 2 & 3 & -4 \\ 8 & 1 & 3 \end{vmatrix}$.

3. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & -3 & -2 & -5 \\ 2 & 5 & 4 & 6 \\ 5 & 5 & 8 & 7 \\ 4 & 4 & 5 & 6 \end{vmatrix}$.

4. Найти произведение матриц $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ -1 & 2 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} -1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$.

5. Найти матрицу обратную к матрице $\begin{pmatrix} 2 & 5 & 7 \\ 6 & 3 & 4 \\ 5 & -2 & -3 \end{pmatrix}$.

Тема 6. Элементы линейного программирования

Задачи (для очной формы обучения)

1. Данные задачи записать в таблицу. Построить математическую модель задачи. Решить задачу графическим методом.

а) Фабрика выпускает два вида красок: для наружных и внутренних работ. Для их производства используется два вида сырья А и В. Запас сырья вида А 6 тонн в сутки, сырья В 8 тонн в сутки. На производство 1 тонны краски для наружных работ расходуется 1 единица сырья вида А и 2 единицы сырья вида В, а на производство 1 тонны краски для внутренних работ расходуется 2 единицы сырья вида А и 1 единица сырья вида В. Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску для внутренних работ никогда не превышает спроса на краску для внешних работ больше, чем на 1 тонну. Кроме того установлено, что спрос на краску для внутренних работ никогда не превышает 2 тонн в сутки. Оптовые цены одной тонны краски равны: 3 тыс. руб. для краски для наружных работ; 2 тыс. руб. для краски для внутренних работ. Установить, какое количество краски каждого вида надо производить, чтобы доход от реализации продукции был максимальным.

б) Фирма по переработке картофеля производит три вида продукции: дольки, кубики и хлопья. Анализ загруженности оборудования и спроса на рынке показывает возможность произвести и сбыть до 1,8 т долек, 1,2 т кубиков и 2,4 т хлопьев. Необходимый для переработки картофеля фирма закупает у двух поставщиков. Из 1 т картофеля первого поставщика получается 0,2 т долек, 0,2 т кубиков и 0,3 т хлопьев. Из 1 т картофеля второго поставщика получается 0,3 т долек, 0,1 т кубиков и 0,3 т хлопьев. Доход от реализации готовой продукции, которые можно получить из одной т картофеля каждого поставщика составляет 5 д.е. для первого поставщика и 6 д.е. для второго поставщика. Какое количество картофеля надо приобрести у каждого поставщика, чтобы обеспечить максимальную прибыль от реализации готовой продукции с учетом возможности ее сбыта.

2. Решить ЗЛП графическим методом.

$$F = x_1 + x_2 \text{ (max)} \quad F = x_1 + x_2 \text{ (min)} \quad F = x_1 - x_2 \text{ (max)}$$

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 \leq 4 \\ 5x_1 + 2x_2 \geq 10 \\ 4x_1 - 3x_2 \leq 12 \\ 7x_1 + 4x_2 \leq 28 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x_1 + 2x_2 \geq 4 \\ 2x_1 + x_2 \geq 4 \\ x_1 - x_2 \geq -4 \\ x_1 + x_2 \leq 6 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases} \quad \begin{cases} 3x_1 + 2x_2 \geq 6 \\ 3x_1 - 2x_2 \geq -7 \\ 2x_1 - 4x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$F = x_1 - 3x_2 \text{ (min)}$$

$$F = x_1 - x_2 \text{ (max)}$$

$$F = x_1 - 2x_2 \text{ (min)}$$

$$\begin{cases} x_1 - 2x_2 \leq 2 \\ x_1 + 2x_2 \geq 3 \\ x_1 + 2x_2 \leq 6 \\ x_1 - x_2 \geq 0 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 + x_2 \leq 54 \\ x_1 - 2x_2 \leq 1 \\ x_1 + x_2 \geq 1 \\ x_1 \leq 2 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} -4x_1 + 5x_2 \leq 20 \\ 3x_1 - x_2 \leq 12 \\ 2x_1 + x_2 \geq 10 \\ x_2 \leq 8 \\ x_1 \geq 0 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

3. Записать транспортную задачу в таблицу. Построить ее математическую модель. Найти первоначальное распределение поставок и вычислить стоимость перевозки по этому плану. Перейти по циклу к другому распределению поставок и вычислить стоимость перевозки по этому плану.

$$\text{а) } A = (180 \quad 60 \quad 80), \quad B = (120 \quad 40 \quad 60 \quad 80), \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 3 \\ 5 & 3 & 1 & 2 \\ 2 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}$$

$$\text{б) } A = (140 \quad 180 \quad 160), \quad B = (60 \quad 70 \quad 120 \quad 130 \quad 100), \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 2 & 4 \\ 8 & 4 & 1 & 4 & 1 \\ 9 & 7 & 3 & 7 & 2 \end{pmatrix}$$

Контрольная работа 4

Записать данные задачи в таблицу. Построить математическую модель задачи. Решить задачу графически.

1. Для производства изделий *A* и *B* используется три вида станков. На производство одного изделия *A* требуется 6 часов работы станка первого вида, 4 часа работы станка второго вида и 3 часа работы станка третьего вида. На производство одного изделия *B* требуется 2 часа работы станка первого вида, 3 часа работы станка второго вида и 4 часа работы станка третьего вида. Месячный ресурс работы всех станков первого вида, имеющихся на заводе равен 600 часов, всех станков второго вида – 520 часов и всех станков третьего вида

– 600 часов. Прибыль от реализации одного изделия A равна 6 млн. руб., изделия B – 3 млн. руб. Данные задачи записать в таблицу. Найти план производства на месяц, обеспечивающий максимальную прибыль предприятию. Составить математическую модель задачи и решить ее.

2. На ферме разводят нутрий и кроликов. В недельный рацион нутрии входят 17 кг белков, 11 кг углеводов и 5 кг жиров, а для кролика эти нормы соответственно равны 13 кг, 15 кг и 7 кг. Доход от реализации одного кролика 25 тыс. руб., а от реализации одной нутрии 15 тыс. руб. Ферма не может расходовать в неделю более 184 кг белков, 152 кг углеводов и 70 кг жиров. Данные задачи записать в таблицу. Найти план разведения животных, обеспечивающий ферме максимальный доход. Составить математическую модель задачи и решить ее.

3. Для изготовления изделий A и B предприятие использует три вида сырья. На производство одного изделия A требуется 12 кг сырья первого вида, 10 – второго и 3 – третьего, а на производство одного изделия B , соответственно, 3 кг, 5 кг и 6 кг. Производство обеспечено сырьем первого вида в количестве 684 кг, второго – 690 кг и третьего 558 кг. Одно изделие A дает предприятию 6 млн. руб. прибыли, изделие B – 2 млн. руб. Данные задачи записать в таблицу. Найти план производства, обеспечивающий максимальную прибыль предприятию. Составить математическую модель задачи и решить ее.

4. Мастерская ремонтирует трактора двух типов; 1 – мощностью 300 л.с. и 2 – мощностью 200 л.с. За неделю мастерская может отремонтировать не более 150 тракторов. За ремонт трактора 1 типа получают 2 тыс. руб., 2 типа – 1 тыс. руб. Найти недельный план ремонта тракторов, при котором мастерская получит не менее 200 тыс. руб. и суммарная мощность отремонтированных тракторов будет наибольшей, если надо отремонтировать не менее 50 тракторов 2 типа. Данные задачи записать в таблицу. Составить математическую модель задачи и решить ее.

5. Для производства изделий A и B используется три вида оборудования. На производство одного изделия A оборудование первого вида используется в течение 5 ч, второго вида – 4 ч и третьего вида – 3 ч. На производство одного изделия B нормы, соответственно, равны 3 ч, 3 ч и 4 ч. В месяц оборудование первого вида может быть использовано в течение 750 ч, второго – 630 ч, третьего – 700 ч. Прибыль от реализации одного изделия A равна 50 тыс. руб., B – 60 тыс. руб. Данные задачи записать в таблицу. Найти план производства, обеспечивающий максимальную прибыль предприятию. Составить математическую модель задачи и решить ее.

6. Завод выпускает два вида редукторов. На изготовление одного редуктора первого вида расходуется 3 т чугуна и 1 т стали, а на изготовление одного редуктора второго вида 1 т чугуна и 2 т стали. Завод располагает на месяц 160 т чугуна и 120 т стали, и имеет обязательное задание – изготовить не менее 60 редукторов обоих видов вместе. Прибыль от продажи одного редуктора первого вида равна 40 тыс. руб., а второго – 10 тыс. руб. Данные задачи записать в таблицу. Найти месячный план производства редукторов, обеспечивающий заводу максимальную прибыль. Составить математическую модель задачи и решить ее.

7. Для изготовления изделий A и B используется три вида сырья. На производство одного изделия A затрачивается 10 кг сырья первого вида, 5 кг второго и 4 кг третьего. На производство одного изделия B , соответственно, затрачивается 9 кг, 11 кг и 15 кг. Производство обеспечено сырьем первого вида в количестве 1870 кг на неделю, сырьем второго вида – 1455 кг и сырьем третьего вида 1815 кг. Прибыль от реализации одного изделия A равна 70 тыс. руб., B – 90 тыс. руб. Данные задачи записать в таблицу. Найти план производства, обеспечивающий предприятию максимальную прибыль. Составить математическую модель задачи и решить ее.

8. Фабрика выпускает вязаные костюмы и кофты, используя шерстяную и синтетическую пряжу. На один костюм идет 1300 г шерсти и 100 г синтетики, а на одну кофту 500 г шерсти и 200 г синтетики. Фабрика имеет на неделю 75 кг шерсти и 22 кг синтетики.

Общее количество выпущенных за неделю изделий должно быть не менее 70 штук. Костюм дает 40 руб., кофта 10 руб. прибыли. Данные задачи записать в таблицу. Какое количество костюмов и кофт должна выпускать фабрика, чтоб обеспечить себе прибыль? Составить математическую модель задачи и решить ее.

9. В мастерской при изготовлении шкафа механическая пила используется в течение 8 часов, строгальный станок – 6 часов, сверлильный станок – 3 часа. При изготовлении стола нормы, соответственно, равны 2 часа, 3 часа и 2 часа. Недельный фонд времени механических пил, имеющихся в мастерской – 840 часов, строгальных станков – 870 часов и сверлильных станков – 560 часов. Прибыль от реализации шкафа 600 тыс. руб., стола 200 тыс. руб. Данные задачи записать в таблицу. Какое количество шкафов и столов должна выпускать мастерская, чтоб обеспечить себе прибыль? Составить математическую модель задачи и решить ее.

10. Сельхозпредприятие располагает удобрениями двух видов: M и N . В одной тонне удобрения M содержится 3000 ед. вещества B_1 , 6000 ед. вещества B_2 и 9000 ед. вещества B_3 , а в 1 тонне удобрения N , соответственно, 1000, 6000 и 15000 ед. На 1 га должно быть внесено не более 20000 ед. вещества B_1 , 60000 ед. B_2 и 120000 ед. B_3 . При соблюдении этих норм прибавка урожая от внесения одной тонны удобрения M составит 4500 кг, удобрения N – 3500 кг. Данные задачи записать в таблицу. Какие количества удобрений M и N надо внести на 1 га, чтобы прибавка урожая была наибольшей? Составить математическую модель задачи и решить ее.

11. Для производства двух видов изделий A и B предприятие использует три типа оборудования. Время обработки изделия A на оборудовании 1-го типа составляет 2 часа, на оборудовании 2-го типа – 1 час, на оборудовании 3-го типа – 12 часов. Время обработки изделия B на оборудовании 1-го типа составляет 8 часов, на оборудовании 2-го типа – 1 час, на оборудовании 3-го типа – 3 часа. Оборудование 1-го и 3-го типов предприятие может использовать не более 22 часов и 42 часов соответственно, а оборудование 2-го типа целесообразно использовать не менее 4 часов. Прибыль, получаемая от одного изделия вида A – 2 у.е., а вида B – 3 у.е. Данные задачи записать в таблицу. Найти план производства, обеспечивающий максимальную прибыль. Составить математическую модель задачи и решить ее.

12. Мебельная фабрика специализируется на выпуске письменных столов и книжных шкафов. При изготовлении этой продукции требуются сосновые и березовые доски. Для изготовления одного стола требуется 0,15 куб. м сосновых досок и 0,2 куб. м березовых досок, а для изготовления шкафа 0,2 куб. м сосновых досок и 0,1 куб. м березовых досок. В сутки поступает не более 60 куб. м сосновых досок и не более 40 куб. м березовых досок. Прибыль от реализации одного стола составляет 12 руб., а шкафа – 15 руб. Данные задачи записать в таблицу. Найти план выпуска мебели, обеспечивающий максимальную прибыль фабрике. Составить математическую модель задачи и решить ее.

13. Мастерская шьет женские и мужские костюмы. На женский костюм требуется 1 м шерсти, 2 м шелка и 1 человеко-день трудозатрат. На мужской костюм требуется 3,5 м шерсти, 1 м шелка и 1 человеко-день трудозатрат. Мастерская располагает запасами шерсти в количестве 1700 м и запасами шелка в количестве 1000 м. По плану предусматривается выпуск не менее 110 костюмов. Себестоимость изготовления одного женского костюма 3000 руб., мужского 4000 руб., а заказчики платят 4000 руб. и 5500 руб. соответственно. Данные задачи записать в таблицу. Какое количество женских и мужских костюмов должна шить мастерская, чтобы обеспечить себе максимальную прибыль. Составить математическую модель задачи и решить ее.

14. Для шитья простыней и наволочек швее отпускается не более 80 м бязи в неделю. На простыню расходуется 2 м бязи, а на наволочку – 1 м бязи. Рынок обеспечивает сбыт не более 30 простыней и не более 40 наволочек в неделю. Продажа одной простыни дает 5 руб. прибыли, продажа 1 наволочки – 3 руб. Данные задачи записать в таблицу. Какое

количество простыней и наволочек должна шить швея в неделю, чтобы обеспечить себе максимальную прибыль. Составить математическую модель задачи и решить ее.

15. Для кормления кошки используется два вида корма «Вискас» и «Доктор Клаудер». В дневном рационе кошки должно быть не менее 6 единиц питательного вещества A , не менее 12 единиц вещества B и не менее 4 единиц вещества C . В 100 г корма «Вискас» содержится 2 единицы вещества A , 2 единицы вещества B , а вещество C не содержится. В 100 г корма «Доктор Клаудер» содержится 1 единица вещества A , 4 единицы вещества B , 4 единицы вещества C . Цена 100 г корма «Вискас» — 5 руб., а корма «Доктор Клаудер» — 6 руб. Данные задачи записать в таблицу. Какое количество корма каждого вида надо покупать кошке, чтобы затраты на ее питание были минимальны. Составить математическую модель задачи и решить ее.

16. Фабрика выпускает два вида продукции A и B , для чего использует три вида сырья, недельный запас которых составляет 20, 50, и 60 единиц соответственно. На единицу продукции вида A затрачивается 2 единицы сырья 1-го вида, 8 единиц сырья 2-го вида, 5 единиц сырья 3-го вида. На единицу продукции вида B затрачивается 5 единиц сырья 1-го вида, 5 единиц сырья 2-го вида, 6 единиц сырья 3-го вида. Прибыль, получаемая от реализации единицы продукции вида A составляет 50 руб., а прибыль, получаемая от реализации единицы продукции вида B составляет 40 руб. Данные задачи записать в таблицу. Найти план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль фабрике. Составить математическую модель задачи и решить ее.

17. Ателье шьет вечерние и нарядные платья, используя для этого бархат, шелковую ткань и кружево. Расход бархата, шелка и кружева на одно вечернее платье составляет 12 м, 4 м и 3 м соответственно. Расход бархата, шелка и кружева на одно нарядное платье составляет 4 м, 4 м и 12 м соответственно. В ателье 300 м бархата, 120 м шелка и 252 м кружева. Прибыль от реализации одного вечернего платья составляет 30 у.е, нарядного платья — 40 у.е. Данные задачи записать в таблицу. Сколько вечерних и нарядных платьев должно сшить ателье, чтобы получить максимальную прибыль? Составить математическую модель задачи и решить ее.

18. Ателье шьет платья и костюмы, используя для этого шелковую и шерстяную ткань. Расход шелка и шерсти на одно платье составляет 3 м и 1 м соответственно. Расход шелка и шерсти на один костюм составляет 1 м и 4 м соответственно. Недельный запас материалов в ателье — 70 м шелка и 60 м шерсти. Рынок обеспечивает сбыт не более 22 платьев и не более 15 костюмов в неделю. Прибыль от реализации одного платья составляет 30 у.е, костюма — 40 у.е. Данные задачи записать в таблицу. Сколько платьев и костюмов должно сшить ателье, чтобы получить максимальную прибыль? Составить математическую модель задачи и решить ее.

19. Предприятие производит два вида продукции A и B . Объем сбыта продукции вида A составляет не менее 60% общего объема реализации продукции обоих видов. Для изготовления продукции A и B используется одно и то же сырье, суточный запас которого на предприятии ограничен величиной 140 кг. Расход сырья на единицу продукции вида A составляет 2 кг, а на единицу продукции вида B — 4 кг. Прибыль от реализации продукции A и B — 10 у.е. и 30 у.е. соответственно. Данные задачи записать в таблицу. Найти план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль предприятию. Составить математическую модель задачи и решить ее.

20. Фабрика выпускает шапки и шляпы. Суточный объем сбыта головных уборов ограничен диапазоном от 150 до 210 штук. Предприятие хотело бы выпускать шапок по крайней мере в два раза больше, чем шляп, что обусловлено наличием соответствующего сырья и квалификацией работников предприятия. Прибыль, получаемая от продажи шапки, 20 руб., а от продажи шляпы 30 руб. Найти план выпуска продукции, обеспечивающий максимальную прибыль фабрике. Составить математическую модель задачи и решить ее.

21. Дачник покупает удобрения двух видов A и B . В одном пакете удобрения вида A содержится 3 усл. ед. химического вещества a , 2 усл. ед. вещества b , 1 усл. ед. вещества

с. В одном пакете удобрения вида В содержится 1 усл. ед. химического вещества а, 1 усл. ед. вещества в, 1 усл. ед. вещества с. На одну сотку необходимо внести не менее 9 усл. ед. вещества а, 8 усл. ед. вещества в, 6 усл. ед. вещества с. Цена пакета удобрения вида А 30 руб., вида В 20 руб. Данные задачи записать в таблицу. Найти наиболее экономичный план закупки удобрений (в расчете на одну сотку). Составить математическую модель задачи и решить ее.

22. На приобретение оборудования для нового производственного участка выделено 20 млн. руб. Оборудование надо разместить на площади, не превышающей 72 кв. м. Предприятие может заказать оборудование двух типов: мощные машины типа А, каждая из которых стоит 5 млн. руб., занимает 6 кв. м. и дает за смену 7 тыс. ед. продукции и менее мощные машины типа В, каждая из которых стоит 2 млн. руб., занимает 12 кв. м. и дает за смену 4 тыс. ед. продукции. Данные задачи записать в таблицу. Найти оптимальный план приобретения оборудования. Составить математическую модель задачи и решить ее.

Темы рефератов

1. Модель Леонтьева многоотраслевой экономики.
2. Различные задачи, которые приводятся к ЗЛП.
3. Экономико-математический анализ оптимального решения ЗЛП (анализ на чувствительность).
4. Теория двойственности. Экономическая интерпретация переменных прямой и двойственной задач линейного программирования.
5. Транспортная задача с ограничениями на пропускную способность
6. Транспортная задача по критерию времени.
7. Решение транспортной задачи методом потенциалов.
8. Л.В. Канторович и линейное программирование.

1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов к экзамену

1. Векторы. Определение основных понятий. Операции над векторами.
2. Прямоугольная система координат на плоскости и в пространстве. Операции над векторами в координатной форме.
3. Способы задания прямой на плоскости и в пространстве.
4. Каноническое уравнение прямой, общее уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом, пучок прямых.
5. Угол между прямыми. Условие перпендикулярности прямых.
6. Способы задания плоскости. Общее уравнение плоскости.
7. Линейные уравнения и системы линейных уравнений. Определение основных понятий.
8. Равносильные преобразования системы линейных уравнений.
9. Решение системы линейных уравнений методом Гаусса и методом Жордана-Гаусса.
10. Базисные и опорные решения системы линейных уравнений.
11. Определение пространства R^n .
12. Линейная зависимость и независимость векторов.
13. Базис пространства R^n
14. Некоторые геометрические объекты в пространстве R^n .
15. Понятие матрицы и действия с матрицами.
16. Понятие определителя матрицы. Свойства определителей
17. Обратная матрица.
18. Правило Крамера.

19. Задача планирования производства.
20. Постановка задачи линейного программирования. Основные понятия и их определения.
21. Графическое решение задачи линейного программирования.
22. Решение задачи симплекс-методом с графической иллюстрацией.
23. Алгоритм симплекс-метода.
24. Постановка транспортной задачи. Основные понятия и их определения.
25. Первоначальное распределение поставок. Переход от одной поставки к другой по циклу.

Примеры заданий письменного экзамена:

Вариант 1

1. Перечислить все способы задания прямой на плоскости и написать соответствующие уравнения.

Найти угол между прямыми $\frac{x+1}{-1} = \frac{y-2}{5}$ и $\frac{x-1}{1} = \frac{y+2}{-2}$.

При каком значении k прямые $2x - 3y + 5 = 0$ и $kx + 7y - 5 = 0$

а) параллельны; б) перпендикулярны?

2. Записать данную СЛУ в матричном виде.

Дайте определение обратной матрицы. Решить СЛУ с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 3, \\ x_1 - x_2 = -1. \end{cases}$$

Решить СЛУ по правилу Крамера.

3. Написать СЛУ, состоящую из 2-х уравнений с 4-мя переменными, в разрешенном виде. Записать общее решение этой СЛУ. Записать эту СЛУ в таблицу. Записать базисное решение СЛУ. Дать определение базисного решения. Перейти от этого базисного решения к другому. Будут ли эти решения опорными? Дать определение опорного решения.

4. Базис в пространстве R^2 . Какие два вектора могут образовывать базис в пространстве R^2 ?

Базис в пространстве R^3 . Какие три вектора могут образовывать базис в пространстве R^3 ?

Базис в пространстве R^n . Какие вектора могут образовывать базис в пространстве R^n ?

5. Дана ЗЛП:

$$f = x_1 - x_2 \quad (\min)$$

$$\begin{cases} x_1 - x_2 \geq 2, \\ x_1 + x_2 \leq 3, \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0, \quad x_2 \geq 0.$$

Сформулировать эту задачу. Описать алгоритм графического способа решения задачи ЛП. Какой вид имеет допустимое множество? Дать определения линии уровня целевой функции и вектора - градиента. Найти решение этой задачи.

6. Дана транспортная задача

$$A = (3,5,2), \quad B = (2,8) \quad C = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 3 \\ 1 & 5 \end{pmatrix}$$

Сформулировать; записать математическую модель. Записать данные в таблицу. Найти первоначальный план поставок по методу северо-западного угла и стоимость перевозки по этому плану. Перейти к другому плану поставок по циклу и найти стоимость перевозки по новому плану.

Вариант 2.

1. Перечислить все способы задания плоскости и написать соответствующие уравнения.

Найти угол между плоскостями $2x - y + z - 5 = 0$ и $x - 5y + 2z - 1 = 0$

.При каком значении k прямые $3x - ky + 1 = 0$ и $5x - y + 2 = 0$

а) параллельны; б) перпендикулярны?

2. Записать данную СЛУ в матричном виде.

Дать определение обратной матрицы. Решить СЛУ с помощью обратной матрицы.

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 = 5, \\ -x_1 + x_2 = 4. \end{cases}$$

Решить СЛУ по правилу Крамера.

3. Написать СЛУ, состоящую из 2-х уравнений с 4-мя переменными, в разрешенном виде. Записать общее решение этой СЛУ. Записать эту СЛУ в таблицу. Записать базисное решение СЛУ. Дать определение базисного решения. Перейти от этого базисного решения к другому. Будут ли эти решения опорными? Дать определение опорного решения.

4. Базис в пространстве R^2 . Какие два вектора могут образовывать базис в пространстве R^2 ?

Базис в пространстве R^3 . Какие три вектора могут образовывать базис в пространстве R^3 ?

Базис в пространстве R^n . Какие вектора могут образовывать базис в пространстве R^n ?

5. Дана ЗЛП:

$$f = x_1 + 3x_2 \quad (\max)$$

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 \geq 2 \\ x_1 + x_2 \leq 4 \end{cases}$$

$$x_1 \geq 0 \quad x_2 \geq 0$$

Сформулировать эту задачу. Описать алгоритм графического способа решения задачи ЛП. Какой вид имеет допустимое множество? Дать определения линии уровня целевой функции и вектора - градиента. Найти решение этой задачи.

6. Дана транспортная задача:

$$A = (12,18) \quad B = (7,10,13) \quad C = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 \\ 1 & 2 & 7 \end{pmatrix}$$

Сформулировать; записать математическую модель. Записать данные в таблицу. Найти первоначальный план поставок по методу северо-западного угла и стоимость перевозки по

этому плану. Перейти к другому плану поставок по циклу и найти стоимость перевозки по новому плану.

2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

Пороговый уровень - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

Продвинутый уровень - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

Высокий уровень - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2 Перечень компетенций, этапы их формирования,
описание показателей и критериев оценивания компетенций
на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Общепрофессиональные компетенции						
ОПК-2	Задачи, Задачи для самостоятельного решения контрольная работа, опрос, Вопросы для самостоятельного изучения, реферат, экзамен	1-6	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные направления использования аппарата линейной алгебры в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач, для построения экономико-математических моделей; - основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решать задачи дисциплины, необходимые для дальнейшего использования аппарата линейной алгебры в экономических приложениях; - осуществлять поиск необходимой информации для 	<p>Знает в целом, но не системно:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные направления использования аппарата линейной алгебры в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач, для построения экономико-математических моделей; - основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации. <p>Умеет в целом успешно, но не системно:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решать задачи дисциплины, необходимые для дальнейшего использования аппарата линейной алгебры в экономических приложениях; 	<p>Знает в целом успешно, но с отдельными пробелами:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные направления использования аппарата линейной алгебры в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач, для построения экономико-математических моделей; - основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации. <p>Умеет в целом успешно, но с отдельными пробелами:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решать задачи дисциплины, необходимые для дальнейшего использования аппарата линейной алгебры в экономических приложениях; 	<p>Знает:</p> <ul style="list-style-type: none"> - основные направления использования аппарата линейной алгебры в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач, для построения экономико-математических моделей; - основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации. <p>Умеет:</p> <ul style="list-style-type: none"> - решать задачи дисциплины, необходимые для дальнейшего использования аппарата линейной алгебры в экономических приложениях; - осуществлять поиск необходимой информации для

		<p>математического решения экономической задачи.</p> <p>Владеть навыками: - использования основных определений, понятий для решения экономических задач.</p>	<p>- осуществлять поиск необходимой информации для математического решения экономической задачи.</p> <p>Владеет в целом успешно, но не системно, навыками использования основных определений, понятий для решения экономических задач.</p>	<p>- осуществлять поиск необходимой информации для математического решения экономической задачи.</p> <p>Владеет в целом успешно, но с отдельными пробелами, навыками использования основных определений, понятий для решения экономических задач.</p>	<p>математического решения экономической задачи.</p> <p>Владеет навыками использования основных определений, понятий для решения экономических задач.</p>
--	--	---	--	---	--

Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, ха- рактеризующих этапы формирования компетенций

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

Критериями оценивания степени овладения умениями и навыками, полученными в результате освоения данной дисциплины, являются критерии, описанные в таблице раздела 2.2.

Критерии оценивания формулируются исходя из следующих общих характеристик уровней:

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых положениях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

3.2 Описание процедуры выставления оценки

Правила выставления оценки по итогам проведения промежуточной аттестации и уровню формирования компетенции по данной дисциплине озвучиваются студентам заранее.

Оценка выставляется по результатам экзамена, который проводится в письменной форме по билетам, включающим 6 заданий:

- оценка «отлично» выставляется при правильном ответе на 80 % - 100 % от общего количества вопросов;
- оценка «хорошо» выставляется при правильном ответе на 65 % - 79 % от общего количества вопросов;
- оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном ответе на 50 % - 64 % от общего количества вопросов;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном ответе менее, чем на 49% от общего количества вопросов.

В зависимости от оценки определяется уровень сформированности компетенции по окончании освоения дисциплины.

Высокий уровень формирования компетенции (частично формируемой данной дисциплиной) соответствует оценке «отлично».

Продвинутый уровень формирования компетенции (частично формируемой данной дисциплиной) соответствует оценке «хорошо».

Пороговый уровень формирования каждой компетенции (частично формируемой данной дисциплиной) соответствует оценке «удовлетворительно».

Уровень формирования каждой компетенции (формируемой данной дисциплиной) ниже, чем на пороговом уровне соответствует оценке «неудовлетворительно».

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Линейная алгебра»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Дисциплина «Линейная алгебра» предполагает наличие знаний по математике в объеме программы средней школы.

Для освоения дисциплины необходима упорная работа, регулярное посещение лекций и практических занятий, выполнение домашних заданий, подготовка к контрольным работам.

Следует иметь в виду, что материал по математике на лекции всегда подкрепляется примерами, иллюстрирующими теоретические положения, решением базовых задач. Подготовка к практическому занятию должна включать проработку лекционного материала так, чтобы можно было ориентироваться в терминологии, новых понятиях и по возможности в необходимых для решения задач формулах.

Большое внимание надо уделять решению задач. Для самостоятельной работы дома предлагаются задачи аналогичные разобранным на лекциях и на практических занятиях или более сложные, для решения которых надо хорошо понимать, как решаются базовые задачи.

По мере усвоения курса полезно составлять глоссарий основных понятий и формул дисциплины, что позволяет систематизировать полученные знания, увидеть аналогии, понять некоторые закономерности, которые прятались за потоком учебной информации в течение семестра.

Интерес к дисциплине развивается при знакомстве с дополнительной литературой, которая рекомендована для более глубокого знакомства с проблемами применения математики в экономике. Литература, приведенная в этом списке, имеет разный уровень сложности: современный научный и «рецептурный», рассчитанный на менее продвинутого в математическом плане студента, но интересующегося математикой. Изучение этой литературы дает толчок к поиску литературы по выбранной тематике с использованием ресурсов интернета.

Для проверки усвоения теоретического материала и умения решать задачи проводятся аудиторные контрольные работы. Дома выполняются расчетные работы, для выполнения которых необходимо сравнительно много времени. При необходимости проводятся консультации по разбору решения задач, предназначенных для самостоятельного решения. Если контрольная работа по теме оценивается неудовлетворительно, то она должна быть переписана, предварительно должна быть сделана работа над ошибками.

Изучение дисциплины завершается письменным экзаменом. Для экзамена составляются задания, которые включают как теоретические вопросы, так и задачи. На подготовку к экзамену, как правило, выделяется три дня. Во время подготовки проводится групповая консультация.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

В качестве учебно-методического обеспечения рекомендуется использовать литературу, указанную в разделе 7 данной рабочей программы.

Для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Электронный каталог Научной библиотеки ЯрГУ (https://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) - содержит библиографические записи всех видов документов, составляющих фонд библиотеки, на русском и иностранных языках. К ним относятся книжные издания; периодические издания; статьи; диссертации; авторефераты диссертаций; машиночитаемые документы; полнотекстовые электронные документы (издания ЯрГУ, диссертации; авторефераты диссертаций). Электронные каталоги

работают в режиме реального времени и предоставляют информацию о количестве экземпляров и местонахождении каждого экземпляра документа.

2. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Юрайт» (<https://www.biblio-online.ru>) - это виртуальный читальный зал учебников и учебных пособий от авторов из ведущих вузов России по экономическим, юридическим, гуманитарным, инженерно-техническим и естественно-научным направлениям и специальностям. На сегодняшний день портфель издательства включает в себя более 3000 наименований учебной литературы для ВПО и СПО. Для пользователей ЯрГУ им. П. Г. Демидова открыт полнотекстовый доступ ко всем книгам с возможностью цитирования и создания закладок. Работать с ресурсом можно из сети университета или удаленно, предварительно зарегистрировав свой личный кабинет, находясь внутри сети вуза. Ссылки на литературу из данного сервиса приведены в разделе 7 данной рабочей программы.

3. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Прспект» (<http://ebs.prospekt.org/>) - самостоятельный проект издательства "Прспект". Содержит издания по различным отраслям знания (гуманитарные науки, естественные и технические науки, юридическая литература, экономическая литература, иностранные языки). Электронная библиотека содержит издания, подготовленные ведущими специалистами и авторскими коллективами страны. Фонд ЭБС формируется с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, энциклопедии, словари и справочники, выпускаемые издательством Прспект. Большинство учебников рекомендовано Министерством образования и науки Российской Федерации и Учебно-методическими объединениями Российской Федерации при вузах. Для работы в сети университета необходимо нажать "Вход по IP адресу" Для удаленной работы требуются Логин и Пароль, которые можно получить в библиотеке (e-mail eresurs@uniyar.ac.ru). Затем зарегистрировать уникальный студ. аккаунт. Сервис используется для самостоятельного поиска учебных изданий в разрезе тем данной дисциплины.

4. Научная электронная библиотека (НЭБ) (<http://elibrary.ru>) – это крупнейший российский информационный портал, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн. научных статей и публикаций. ЯрГУ выписывает в электронном виде 66 журналов, более 2 500 наименований журналов на английском и русском языках находятся в свободном доступе. Для работы с полными текстами необходимо зарегистрироваться. Доступ к полным текстам журналов в сети университета. Сервис используется для самостоятельного поиска научных публикаций в разрезе тем данной дисциплины.

5. Электронная библиотечная система (ЭБС) IPRbooks (www.iprbookshop.ru) содержит более 127 000 изданий, из которых более 40 000 - учебные и научные издания по различным дисциплинам, около 700 наименований российских и зарубежных журналов, более 2000 аудиоизданий. Контент ЭБС IPRbooks представлен изданиями более 700 федеральных, региональных, вузовских издательств, научно-исследовательских институтов, ведущих авторских коллективов, содержание которых соответствует требованиям федеральных образовательных стандартов высшего, среднего профессионального, дополнительного профессионального образования, и ежедневно пополняется новыми актуальными изданиями. ЭБС IPRbooks содержит множество эксклюзивных изданий, которые не представлены в других ресурсах, в том числе издательств группы компаний IPRmedia: Вузовское образование, Профобразование, Ай Пи Эр Медиа. Сервис используется для самостоятельного поиска научных публикаций и учебных изданий в разрезе тем данной дисциплины.