

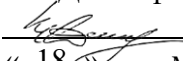
МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра теоретической информатики

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ

 Д.Ю. Чалый  
« 18 » мая 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**

«Численные методы»

**Направление подготовки**

02.03.02 Фундаментальная информатика и информационные технологии

**Профиль**

«Информатика и компьютерные науки»

**Квалификация выпускника**

Бакалавр

**Форма обучения**

очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 16 апреля 2021 г.,  
протокол № 8

Программа одобрена НМК  
факультета ИВТ  
протокол № 7 от  
17 мая 2021 г.

Ярославль  
2021

### 1. Цели освоения дисциплины

Цель дисциплины «Численные методы» — изучение, в рамках общей схемы вычислительного эксперимента, численных методов решения задач возникающих при моделировании процессов в различных областях науки, техники и производства.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Численные методы» относится к профессиональному циклу (базовая часть) в силу специфики изучаемого материала, а также его важности для подготовки специалиста, ее преподавание основывается на знаниях полученных слушателями при изучении дисциплин “Линейная алгебра и геометрия”, “Математический анализ”, “Дифференциальные уравнения” и “Уравнения математической физики”. Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины «Численные методы», используются слушателями при изучении специальных дисциплин и при подготовке выпускной дипломной работы, а также для продолжения обучения в магистратуре по направлению Прикладная математика и информатика.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
ОПК-2 Способен применять компьютерные/суперкомпьютерные методы, современное программное обеспечение, в том числе отечественного происхождения, для решения задач профессиональной деятельности	ОПК-2.1 Знает и применяет компьютерные/суперкомпьютерные методы анализа математических моделей	<u>Иметь представление</u> - о возможностях применения численных методов при анализе математических моделей; - о подходах к оценке качества этих методов, в частности, оценках погрешности, сходимости и устойчивости методов.  <u>Знать</u> - основные методы интерполирования, численного дифференцирования и интегрирования, численного решения линейных систем и одного нелинейного уравнения, приближенного решения дифференциальных уравнений;  <u>Уметь</u> - программно реализовывать на компьютере основные численные методы решения

		задач;  <u>Владеть навыками</u> <u>-освоения новых методов</u> <u>численного анализа и</u> <u>моделирования новых</u> <u>актуальных процессов</u>
--	--	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 108 акад.часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические занятия	лабораторные работы	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Общая схема вычислительного эксперимента	6	1	1				2	
2	Методы приближения функций интерполяционными полиномами	6	5	5				6	Задания для самостоятельной работы
3	Интерполяция сплайнами.	6	2	2		2			Задание программистского типа №1
4	Методы приближения производных функций	6	2	2				2	
5	Численные методы вычисления определенных интегралов	6	4	4				4	Задания для самостоятельной работы
6	Квадратуры Гаусса	6	2	2		2			Коллоквиум №1
7	Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений	6	4	4				6	Задание программистского типа №2
8	Численные методы решения одного нелинейного уравнения	6	6	6		2		6	Коллоквиум №2

9	Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений	6	6	6			6	Задания для самостоятельной работы Задание программистского типа №3
10	Численные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений	6	2	2			2	Коллоквиум №3
						36		Экзамен
	Всего за 3 семестр		34	34		6	36	34
	Всего		34	34		6	36	34

Содержание разделов дисциплины:

### 1. Общая схема вычислительного эксперимента

- 1.1 Погрешность приближенного решения.
- 1.2 Основные требования к вычислительным алгоритмам.

### 2. Постановка задачи интерполирования

- 2.1 Интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона.
- 2.2 Остаточный член интерполяционной формулы.
- 2.3 Понятие об интерполировании функций нескольких переменных.

### 3. Интерполяция сплайнами

### 4. Методы приближения производных функций

- 4.1 Разностные операторы.
- 4.2 Формулы приближенного дифференцирования.
- 4.3 Численное дифференцирование с помощью интерполяционных полиномов.

### 5. Численные методы вычисления определенных интегралов

- 5.1 Постановка задачи численного интегрирования.
- 5.2 Формулы прямоугольников.
- 5.3 Формула трапеций.
- 5.4 Формула Симпсона.
- 5.5 Понятие о методе Монте-Карло нахождения приближенного значения определенного интеграла.

### 6. Квадратурные формулы Гаусса

### 7. Численные методы решения систем линейных алгебраических уравнений

- 7.1 Постановка задачи численного решения системы линейных уравнений.
- 7.2 Метод Гаусса.
- 7.3 Оценка трудоемкости метода Гаусса.
- 7.4 Условие применимости метода Гаусса с выбором главного элемента.
- 7.5 Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений.
- 7.6 Метод итераций решения системы линейных алгебраических уравнений.

### 8. Численные методы решения одного нелинейного уравнения

- 8.1 Постановка задачи нахождения приближенного значения корня одного нелинейного уравнения.
- 8.2 Локализация корней.
- 8.3 Оценка абсолютной погрешности приближенного корня.
- 8.4 Метод дихотомии.
- 8.5 Метод хорд.
- 8.6 Метод Ньютона.
- 8.7 Метод итераций.

8.8 Геометрическая интерпретация метода итераций.

## **9. Численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений**

9.1 Постановка задачи численного решения задачи Коши и краевой задачи для обыкновенных дифференциальных уравнений.

9.2 Метод Эйлера.

9.3 Симметричная схема.

9.4 Метод Рунге-Кутты.

9.5 Разностные уравнения первого и второго порядков.

9.6 Многошаговые разностные методы.

## **10. Численные методы решения систем обыкновенных дифференциальных уравнений.**

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Лекция-беседа** или «диалог с аудиторией», является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Эта лекция предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей студентов.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний, включающее выполнение программистских заданий.

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Копченова, Н. В., Вычислительная математика в примерах и задачах : учеб. пособие для вузов / Н. В. Копченова, И. А. Марон. - 2-е изд., стереотип., СПб., Лань, 2008, 367с
2. Парфенов, П. Г., Численные методы : метод. указания / П. Г. Парфенов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 26с
3. Парфенов, П. Г., Численные методы : метод. указания / П. Г. Парфенов, А. В. Смирнов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2011, 35с
4. Барахнин, В. Б., Введение в численный анализ : учеб. пособие для вузов / В. Б. Барахнин, В. П. Шапеев, СПб., Лань, 2005, 107с.
5. Парфенов, П. Г., Численные методы [Электронный ресурс] : метод. указания / П. Г. Парфенов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 26с
6. Парфенов, П. Г., Численные методы [Электронный ресурс] : метод. указания / П. Г. Парфенов, А. В. Смирнов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2011, 35с

### **б) дополнительная литература**

1. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов. – М.: Наука, 1973.
2. Самарский, А. А. Численные методы / А. А. Самарский, А. В. Гулин. – М.: Наука, 1989.
3. Волков, Е. А. Численные методы / Е. А. Волков. – М.: Наука, 1987.
4. Бахвалов, Н. С. Численные методы / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков. – М.: Наука, 1987.
5. Березин, И. С. Методы вычислений / И. С. Березин, Н. П. Жидков. – М.: Физматлит, 1962.
6. Самарский, А. А. Задачи и упражнения по численным методам: учеб. пособие / А. А. Самарский, П. Н. Вабищевич, Е. А. Самарская. – М.: Эдиториал УРСС, 2000.
7. Стрелков, Н. А. Сборник задач по численным методам / Н. А. Стрелков. – Ярославль, 1988.

### **в) ресурсы сети «Интернет»**

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://www.edu.ru> (раздел Учебно-методическая библиотека) или по прямой ссылке <http://window.edu.ru/library>).
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)).
4. Среда разработки NetBeans 8.0.3: [www.netbeans.org](http://www.netbeans.org) Доступ свободный

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебная аудитория №301 для проведения занятий лекционного типа;
- учебная аудитория №301 для проведения практических занятий (семинаров);
- компьютерный класс №216 проведения программистских заданий по практике;
- учебная аудитория №301 для проведения групповых и индивидуальных консультаций;

- учебная аудитория №301 для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;  
-помещения для самостоятельной работы;  
-помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров).

Автор(ы) :

Доцент кафедры ТИ, к.ф.-м.н. П.Г.Парфенов

## **Приложение №1 к рабочей программе дисциплины «Численные методы»**

### **Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов по дисциплине**

#### **1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

##### **1.1 Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации**

**Источник:** [ 3]. Парфенов, П. Г., Численные методы : метод. указания / П. Г. Парфенов, А. В. Смирнов ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2011, 35с

1. Ориентировочный список задач для подготовки к коллоквиуму № 1. ( [ 3], стр.8-9.)
2. Ориентировочный список задач для подготовки к коллоквиуму № 2. ( [ 3], стр.9-11.)
3. Ориентировочный список задач для подготовки к коллоквиуму № 3. ( [ 3], стр.12-14.)

4. Ориентировочный список задач для подготовки к коллоквиуму № 4. ([ 3], стр.14-18.)
5. Задание для лабораторной работы № 1 «Интерполирование функций». ([ 3], стр.19-22.)
6. Задание для лабораторной работы № 2 «Численное интегрирование». ([ 3], стр.22-24.)
7. Исходные данные к лабораторным работам № 1 и 2. ([ 3], стр.24-25.)
8. Задание для лабораторной работы № 3 «Численное решение систем ОДУ». ([ 3], стр.26-27.)
9. Исходные данные к лабораторной работе № 3. ([ 3], стр.28-32.)
10. Материалы контрольных тестовых заданий проверки освоения знаний текущего лекционного материала (Конспекты лекций).

**Более детально:**

### Задания для самостоятельной подготовки к коллоквиуму №1

1. Ориентировочный список задач для подготовки к коллоквиуму № 1. ([ 3], стр.8-9.)

**Варианты ответов:**

**Ответ 1а:**  $L_2(x) = -\frac{1}{8}x^2 + 2x - \frac{31}{8}.$

**Ответ 6а:**  $R = O(h^5).$

**Ответ 7а:**  $I(f) = \frac{1}{3}f\left(\frac{3}{4}\right).$

### Теоретические вопросы к коллоквиуму №1. (ТВ№)

1. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный полином Лагранжа.
2. Интерполяционный полином Ньютона.
  3. Остаточный член интерполяционной формулы.
4. Разностные операторы. Формулы приближенного дифференцирования.
  5. Постановка задачи численного интегрирования. Формула прямоугольников.
6. Формула трапеций нахождения численного значения определенного интеграла.
7. Формула Симпсона нахождения численного значения определенного интеграла.
8. Квадратурные формулы Гаусса.

### Показатели и критерии, используемые при выставлении оценки за коллоквиум №1:

Номер задачи	Критерии	Шкала оценивания
1	ПК-2: Знать принципы приближения функций. Уметь строить интерполяционные полиномы Лагранжа и Ньютона. Владеть навыками оценки погрешности интерполяционных полиномов.	0 баллов – Задание не выполнено; 0.3 балла – Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения; 0.5 балла – Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильные; 0.7 балла – Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки; допущена незначительная ошибка или «опечатка»; 1 балл – Задание выполнено полностью



		и абсолютно правильно ; все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.
2 ---6	Знать свойства основных разностных операторов. Уметь строить формулы приближенного дифференцирования. Владеть навыками оценки погрешности формул приближенного дифференцирования заданной функции.	0 баллов – полностью не верно подсчитано число всех возможных и(или) благоприятных исходов; 0.3 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое); 0.5 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения; 0.7 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»; 1 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.
7--8	Знать определение квадратуры Гаусса. Уметь строит систему уравнений для нахождения квадратуры Гаусса. Владеть навыками нахождения решений нелинейных систем для нахождения квадратур Гаусса.	0 баллов – выбран неверный метод решения или допущена существенная смысловая ошибка; 0.6 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое); 1.0 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения; 1.4 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»; 2 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.
ТВ1-8	Знать формулировки утверждений и теорем по указанной тематике. Уметь доказывать утверждения и теоремы по указанным пунктам. Владеть навыками применения указанных утверждений и теорем .	0 баллов – утверждение и теорема не сформулирована, доказательство отсутствует. 0.25 балла – есть элементы формулировки утверждения или теоремы без доказательства. 0.5 балла – есть формулировка утверждения или теоремы , доказательство неполное с серьезными изъянами. 0.75 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка». 1 балл – есть точная формулировка утверждения или соответствующей теоремы, приведено полное доказательство.

Максимальное суммарное количество баллов по ПК-2 – 5 баллов

Набранное количество баллов соответствует оценке за коллоквиум №1:

- [0-2.5) — оценка «неудовлетворительно»,
- [2.5-3.5) — оценка «удовлетворительно»,
- [3.5-4.5) — оценка «хорошо»,
- [4.5-5.0] — оценка «отлично».

### Задания для самостоятельной подготовки к коллоквиуму №2

1. Ориентировочный список задач для подготовки к коллоквиуму №2. ([3], стр.9-11.)

#### Варианты ответов:

**Ответ 1:** Применить алгоритмы обращения и произведения, соответственно, для верхних и нижних треугольных матриц.

**Ответ 4б:**  $P_{23}$ .

**Ответ 12:**

$$\|A\| = \max_{\left\{ \sum_{j=1}^n |a_{ij}x_j| : x_i = \pm 1; i = 1, 2, \dots, n \right\}} = \max_{i=1, \dots, n} \sum_{j=1}^n |a_{ij}|$$

**Ответ 13:**

$$\|A\| = 2.0001; \quad \|A^{-1}\| = 20001; \quad M_A = 40004.0001.$$

#### Теоретические вопросы к коллоквиуму №2. (ТВ№)

1. Постановка задачи численного решения системы линейных уравнений. Метод Гаусса.
2. Условие применимости метода Гаусса с выбором главного элемента.
3. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений.
4. Метод итераций решения системы линейных алгебраических уравнений.

Показатели и критерии, используемые при выставлении оценки за коллоквиум №2:

Номер задачи	Критерии	Шкала оценивания
1	<p>ПК-2:</p> <p>Знать определения L-матриц и U-матриц и их основные свойства.</p> <p>Уметь доказывать основные свойства L-и U-матриц.</p> <p>Владеть сведениями о теореме об LU-разложении.</p>	<p>0 баллов – Задание не выполнено;</p> <p>0.3 балла – Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения;</p> <p>0.5 балла – Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильные;</p> <p>0.7 балла – Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки; допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – Задание выполнено полностью и абсолютно правильно; все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>

2 -7	<p>Знать основные алгоритмы построения LU-разложений. Уметь строить LU-разложения для заданных матриц.</p> <p>Владеть навыками работы с матрицами перестановок.</p>	<p>0 баллов – полностью не верно подсчитано число всех возможных и(или) благоприятных исходов;</p> <p>0.3 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое);</p> <p>0.5 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения;</p> <p>0.7 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>
8-12	<p>Знать определение нормы матриц подчиненной норме вектора.</p> <p>Уметь применять алгоритмы нахождения нормы матрицы.</p> <p>Владеть навыками нахождения выражений нормы матрицы для заданных норм вектора.</p>	<p>0 баллов – выбран неверный метод решения или допущена существенная смысловая ошибка;</p> <p>0.3 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое);</p> <p>0.5 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения;</p> <p>0.7 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>
13	<p>Знать определение числа обусловленности матриц .</p> <p>Уметь применять алгоритмы нахождения числа обусловленности матрицы.</p> <p>Владеть навыками вычисления числа обусловленности матрицы для заданных норм вектора.</p>	<p>0 баллов – полностью не верно подсчитано число всех возможных и(или) благоприятных исходов;</p> <p>0.3 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое);</p> <p>0.5 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения;</p> <p>0.7 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>
ТВ1-4	<p>Знать формулировки утверждений и теорем по указанной тематике.</p> <p>Уметь доказывать утверждения и теоремы по указанным пунктам.</p>	<p>0 баллов – утверждение и теорема не сформулирована, доказательство отсутствует.</p> <p>0.25 балла – есть элементы формулировки утверждения или теоремы без доказательства.</p>

	Владеть навыками применения указанных утверждений и теорем .	0.5 балла – есть формулировка утверждения или теоремы , доказательство неполное с серьезными изъянами. 0.75 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка». 1 балл – есть точная формулировка утверждения или соответствующей теоремы, приведено полное доказательство.
--	--	--

Максимальное суммарное количество баллов по ПК-2 – 5 баллов

Набранное количество баллов соответствует оценке за коллоквиум №2:

- [0-2.5) — оценка «неудовлетворительно»,
- [2.5-3.5) — оценка «удовлетворительно»,
- [3.5-4.5) — оценка «хорошо»,
- [4.5-5.0] — оценка «отлично».

### Задания для самостоятельной подготовки к коллоквиуму №3

1. Ориентировочный список задач для подготовки к коллоквиуму № 3. ( [ 3], стр.12-14.)

#### Варианты ответов:

**Ответ 1а:**  $\xi_1 \in [-1; 0]; \xi_2 \in [2; 3]$ .

**Ответ 4а:**  $|x_{n+1} - \xi| \leq C|x_n - \xi|^2$ .

**Ответ 5а:**  $x_0 \in (-\infty; -\xi_2) \cup (\xi_2; \infty) \Rightarrow x_n \rightarrow \infty$ .

$x_0 \in [-\xi_2; \xi_2] \Rightarrow x_n \rightarrow \xi_1$ .

**Ответ 9аб:** Применить форму соответствующего метода к заданным системам.

#### Теоретические вопросы к коллоквиуму №3. (ТВ№)

1. Постановка задачи нахождения приближенного значения корня одного нелинейного уравнения. Локализация корней.
2. Оценка абсолютной погрешности приближенного корня. Метод дихотомии.
3. Метод хорд.
4. Метод Ньютона.
5. Метод итераций. Геометрическая интерпретация метода итераций..

#### Показатели и критерии, используемые при выставлении оценки за коллоквиум №3:

1-3	Знать методы отделения корней уравнения. Уметь оценивать погрешность приближенного корня.	0 баллов – выбран неверный метод решения или допущена существенная смысловая ошибка; 0.3 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой
-----	--	--

		<p>множитель или слагаемое);</p> <p>0.5 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения;</p> <p>0.7 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>
4	<p>Знать методы хорд, Ньютона и ложного положения приближенного решения уравнений и их геометрическую интерпретацию</p> <p>Уметь давать и их геометрическую интерпретацию.</p> <p>Владеть сведениями об условиях сходимости этих методов к точному решению.</p>	<p>0 баллов – выбран неверный метод решения или допущена существенная смысловая ошибка;</p> <p>0.3 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое);</p> <p>0.5 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения;</p> <p>0.7 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>
5-8	<p>Знать теорему о сходимости метода итераций.</p> <p>Уметь исследовать сходимость итерационных методов.</p> <p>Владеть навыками нахождения пределов итерационных последовательностей.</p>	<p>0 баллов – выбран неверный метод решения или допущена существенная смысловая ошибка;</p> <p>0.3 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое);</p> <p>0.5 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения;</p> <p>0.7 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>
9	<p>Знать алгоритм исследования функции на наибольшее/наименьшее значение.</p> <p>Уметь для заданных систем уравнений выписать итерационные формулы .</p> <p>Владеть сведениями о методах релаксации, Пикара и Ньютона.</p>	<p>0 баллов – выбран неверный метод решения или допущена существенная смысловая ошибка;</p> <p>0.3 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое);</p> <p>0.5 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения;</p> <p>0.7 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – все существенные детали в</p>

		решении присутствуют, дан верный ответ.
ТВ1-5	Знать формулировки утверждений и теорем по указанной тематике. Уметь доказывать утверждения и теоремы по указанным пунктам. Владеть навыками применения указанных утверждений и теорем .	0 баллов – утверждение и теорема не сформулирована, доказательство отсутствует. 0.25 балла – есть элементы формулировки утверждения или теоремы без доказательства. 0.5 балла – есть формулировка утверждения или теоремы , доказательство неполное с серьезными изъянами. 0.75 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка». 1 балл – есть точная формулировка утверждения или соответствующей теоремы, приведено полное доказательство.

Максимальное суммарное количество баллов по ПК-2 – 5 баллов

Набранное количество баллов соответствует оценке за коллоквиум №3:

- [0-2.5) — оценка «неудовлетворительно»,
- [2.5-3.5) — оценка «удовлетворительно»,
- [3.5-4.5) — оценка «хорошо»,
- [4.5-5.0] — оценка «отлично».

#### **Задания для самостоятельной подготовки к коллоквиуму №4**

1. Ориентировочный список задач для подготовки к коллоквиуму № 4. ( [ 3], стр.14-18.)

#### **Варианты ответов:**

**Ответ 1а:**  $O(h)$ .

**Ответ 4а:**  $y_n = 3^n + \alpha 4^n$ .

**Ответ 7а:**  $O(h)$ .

**Ответ17а:** При  $\forall \epsilon, h$ .

#### **Теоретические вопросы к коллоквиуму №4. (ТВ№)**

1. Постановка задачи численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
2. Симметричная схема численного решения задачи Коши.
3. Разностные уравнения первого и второго порядков.
4. Многошаговые разностные методы.

Показатели и критерии, используемые при выставлении оценки за коллоквиум №4:

Номер задачи	Критерии	Шкала оценивания
1-3	ПК-2:	0 баллов – Задание не выполнено;

	<p>Знать принципы построения разностных схем для ОДУ и систем ОДУ.</p> <p>Уметь строить разностные схемы заданного порядка аппроксимации.</p> <p>Владеть навыками оценки порядка аппроксимации заданных разностных уравнений.</p>	<p>0.3 балла – Задание выполнено частично, имеет ошибки, осуществлена попытка решения на основе правильных методов и идей решения;</p> <p>0.5 балла – Задание выполнено не полностью, с существенными ошибками, но подход к решению, идея решения, метод правильные;</p> <p>0.7 балла – Задание выполнено полностью и правильно, но решение содержит некоторые неточности и несущественные ошибки; допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – Задание выполнено полностью и абсолютно правильно ; все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>
4-6	<p>Знать свойства общих решений линейных однородных разностных уравнений первого и второго порядков.</p> <p>Уметь находить общие решения линейных неоднородных разностных уравнений первого и второго порядков.</p> <p>Владеть навыками нахождения частных решений линейных неоднородных разностных уравнений первого и второго порядков.</p>	<p>0 баллов – полностью не верно подсчитано число всех возможных и(или) благоприятных исходов;</p> <p>0.3 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое);</p> <p>0.5 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения;</p> <p>0.7 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>1 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>
9-10	<p>Знать формулировку многошаговых разностных методов.</p> <p>Уметь применять многошаговые разностные методы для решения задачи Коши.</p> <p>Владеть навыками нахождения порядка аппроксимации многошаговых разностных методов.</p>	<p>0 баллов – выбран неверный метод решения или допущена существенная смысловая ошибка;</p> <p>0.6 балла – ход решения в целом верный, но имеется небольшая смысловая ошибка (например, потерян простой множитель или слагаемое);</p> <p>1.0 балла – решена ровно половина задачи или ответ верный, но отсутствует существенная часть решения;</p> <p>1.4 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка»;</p> <p>2 балл – все существенные детали в решении присутствуют, дан верный ответ.</p>
ТВ1-6	Знать формулировки утверждений и теорем по указанной тематике.	0 баллов – утверждение и теорема не сформулирована, доказательство отсутствует.

	<p>Уметь доказывать утверждения и теоремы по указанным пунктам.</p> <p>Владеть навыками применения указанных утверждений и теорем .</p>	<p>0.25 балла – есть элементы формулировки утверждения или теоремы без доказательства.</p> <p>0.5 балла – есть формулировка утверждения или теоремы , доказательство неполное с серьезными изъянами.</p> <p>0.75 балла – допущена незначительная ошибка или «опечатка».</p> <p>1 балл – есть точная формулировка утверждения или соответствующей теоремы, приведено полное доказательство.</p>
--	---	--

Максимальное суммарное количество баллов по ПК-2 – 5 баллов

Набранное количество баллов соответствует оценке за коллоквиум №4:

- [0-2.5) — оценка «неудовлетворительно»,
- [2.5-3.5) — оценка «удовлетворительно»,
- [3.5-4.5) — оценка «хорошо»,
- [4.5-5.0] — оценка «отлично».

### Лабораторные работы №1-3.

1. Задание для лабораторной работы № 1 «Интерполирование функций». ( [ 3], стр.19-22.)
2. Задание для лабораторной работы № 2 « Численное интегрирование». ( [ 3], стр.22-24.)
3. Исходные данные к лабораторным работам № 1 и 2. ( [ 3], стр.24-25.)
4. Задание для лабораторной работы № 3 «Численное решение систем ОДУ». ( [ 3], стр.26-27.)
5. Исходные данные к лабораторной работе № 3. ( [ 3], стр.28-32.)

### Показатели и критерии, используемые при оценке лабораторных работ №1-3(Л№):

Номер ЛР	Критерии	Шкала оценивания
Л1-3	<p>ПК-2:</p> <p>Знать понятия используемые в лабораторной работе.</p> <p>Уметь строить алгоритм реализации лабораторной работы.</p> <p>Владеть навыками использования ранее полученных программистских компетенций для программной реализации задания лабораторной работы.</p>	<p>- – Задание не выполнено.</p> <p>+ – Задание выполнено.</p>



## **1.2 Список вопросов и заданий для проведения промежуточной аттестации**

Важной формой проверки теоретических знаний студентов является проведение коллоквиума. Дата коллоквиума, темы по которым он будет проводиться, список учебной и специальной литературы, перечень заданий и теоретических вопросов, подлежащих обсуждению на коллоквиуме, сообщается студентам не позже чем за две-три недели. Коллоквиум проводится, как правило, в письменной форме.

### **Вопросы для подготовки к коллоквиуму**

См.выше.

### **Критерии оценки коллоквиума**

См.выше.

### **Список вопросов к экзамену:**

1. Постановка задачи интерполирования. Интерполяционный полином Лагранжа.
2. Интерполяционный полином Ньютона.
3. Остаточный член интерполяционной формулы.
4. Интерполирование функций нескольких переменных, интерполирование сплайнами.
5. Разностные операторы. Формулы приближенного дифференцирования.
6. Постановка задачи численного интегрирования. Формула прямоугольников.
7. Формула трапеций нахождения численного значения определенного интеграла.
8. Формула Симпсона нахождения численного значения определенного интеграла.
9. Квадратурные формулы Гаусса.
10. Постановка задачи о наилучшем приближении в гильбертовом пространстве. Среднеквадратическое приближение.
11. Существование, единственность и свойства элемента наилучшего приближения.
12. Процедура нахождения элемента наилучшего приближения. Ортогональные полиномы.
13. Метод наименьших квадратов.
14. Постановка задачи нахождения приближенного значения корня одного нелинейного уравнения. Локализация корней.
15. Оценка абсолютной погрешности приближенного корня. Метод дихотомии.
16. Метод хорд.
17. Метод Ньютона.
18. Метод итераций. Геометрическая интерпретация метода итераций..
19. Постановка задачи численного решения системы линейных уравнений. Метод Гаусса. Оценка трудоемкости метода Гаусса.
20. Условие применимости метода Гаусса с выбором главного элемента.
21. Обусловленность системы линейных алгебраических уравнений.
22. Метод итераций решения системы линейных алгебраических уравнений.
23. Постановка задачи численного решения системы нелинейных уравнений. Общая форма итерационного процесса.
24. Итерационные методы решения системы нелинейных уравнений.
25. Постановка задачи численного решения задачи Коши для обыкновенных дифференциальных уравнений. Метод Эйлера.
26. Симметричная схема численного решения задачи Коши.
27. Методы Рунге-Кутты.
28. Разностные уравнения первого и второго порядков.
29. Многошаговые разностные методы.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

## Макет экзаменационного билета

### Утверждаю:

Зав. кафедрой

д.т.н., профессор

\_\_\_\_\_ В.А.Соколов

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

02.03.02 4 курс

МОУ РФ «Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова»

Прикладная математика и информатика

Кафедра теоретической информатики

Дисциплина «Численные методы»

### Билет № 1

- 1) Интерполяционный полином Лагранжа.
- 2) Линейные однородные разностные уравнения второго порядка.
- 3) Найти квадратуру Гаусса второго порядка для интеграла:

$$\int_{-1}^1 |x| f(x) dx \approx c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2).$$

Разработал:

Доцент кафедры теоретической информатики

к.ф.-м.н. \_\_\_\_\_ П.Г. Парфенов.

Рассмотрены и одобрены на заседании кафедры

« \_\_\_\_ » \_\_\_\_\_ 20\_\_ г.

Протокол № \_\_\_\_

## 28.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**28.2 Перечень компетенций, этапы их формирования,  
описание показателей и критериев оценивания компетенций  
на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Общекультурные компетенции						
ОК-7	Контрольные работы №1, №2, №3 Задания для самостоятельной работы Экзамен Зачет	1 – 17	<u>Знать</u> -об основных трендах развития цифровых технологий в науке, производстве и обществе	1. Освоение в основном поисковых навыков по темам цифровых методов для усвоения дополнительных вопросов формулируемых на лекциях и возникающих в процессе выполнения лабораторных работ.	1. Освоение в целом поисковых навыков по темам цифровых методов для усвоения дополнительных вопросов формулируемых на лекциях и возникающих в процессе выполнения лабораторных работ.	1. Полное освоение поисковых навыков по темам цифровых методов для усвоения дополнительных вопросов формулируемых на лекциях и возникающих в процессе выполнения лабораторных работ, а также при выполнении индивидуальных заданий.
			<u>Уметь</u> -применять численные методы в новых областях науки, производства и общества	<u>Владеть навыками:</u> -самоорганизации и самообразования при освоении новых областей цифровых технологий	и 2. Освоение в основном навыков работы с библиотечными системами по темам цифровых методов для усвоения дополнительных вопросов формулируемых на лекциях и возникающих в	2. Освоение в целом навыков работы с библиотечными системами по темам цифровых методов для усвоения дополнительных вопросов формулируемых на лекциях и возникающих в процессе выполнения лабораторных работ, а также при выполнении индивидуальных заданий.

				процессе выполнения лабораторных работ.		
--	--	--	--	---	--	--

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Общепрофессиональные компетенции						
ОПК-2	Контрольные работы №1, №2, №3 Задания для самостоятельной работы Экзамен Зачет	1 – 17	<u>Иметь представление</u> - о возможностях применения численных методов при анализе математических моделей; - о подходах к оценке качества этих методов, в частности, оценках погрешности, сходимости методов.	1. Освоение в основном знаний методов интерполирования. 2. Освоение в основном знаний методов численного дифференцирования. 3. Освоение в основном знаний методов численного интегрирования. 4. Освоение в основном знаний методов численного решения линейных систем и одного нелинейного уравнения.	1. Освоение в целом знаний методов интерполирования. 2. Освоение в целом знаний методов численного дифференцирования. 3. Освоение в целом знаний методов численного интегрирования. 4. Освоение в целом основ знаний численного решения линейных систем и одного нелинейного уравнения. 5. Освоение в целом основных основ знаний приближенного решения дифференциальных уравнений.	1. Полное освоение знаний методов интерполирования. 2. Полное освоение знаний методов численного дифференцирования. 3. Полное освоение знаний методов численного интегрирования. 4. Полное освоение знаний численного решения линейных систем и одного нелинейного уравнения. 5. Полное освоение знаний приближенного решения дифференциальных уравнений. 6. Полное освоение знаний численного решения разностных уравнений.
			<u>Знать</u> - основные методы интерполирования, численного дифференцирования, интегрирования, численного решения	4. Освоение основ знаний численного решения линейных систем и одного нелинейного уравнения.	5. Освоение в целом основных основ знаний приближенного решения дифференциальных уравнений.	

			<p>линейных систем и одного нелинейного уравнения; приближенного решения дифференциальных уравнений;</p> <p>- подходы к оценке трудоемкости численных методов.</p> <p><u>Уметь</u></p> <p>- программно реализовывать на компьютере основные численные методы решения задач;</p>	<p>5. Освоение основных знаний приближенного решения дифференциальных уравнений.</p>	<p>6. Освоение в целом основных знаний численного решения разностных уравнений.</p> <p>4. Уметь программно реализовывать на компьютере основные численные методы решения задач.</p>	<p>7. Уметь программно реализовывать на компьютере основные численные методы решения задач.</p> <p>8. Уметь выяснять условия устойчивости классических разностных схем.</p>
--	--	--	---	--	---	---

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;

- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

**Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Оценивание результатов обучения студентов по дисциплине «Численные методы» осуществляется по регламенту текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль в семестре проводится с целью обеспечения своевременной обратной связи, для коррекции обучения, активизации самостоятельной работы студентов.

Текущий контроль проводится в виде самостоятельных и контрольных работ. Критериями оценивания степени овладения умениями и навыками, полученными в результате освоения данной дисциплины, являются следующие:

**Критерии оценки результатов СРС:**

- уровень освоения студентом учебного материала.
- умение использовать теоретические знания при выполнении практических, ситуационных задач.
- сформированность общеучебных умений,
- обоснованность и четкость изложения ответа,
- оформление материала в соответствии с требованиями,
- уровень самостоятельности студента при выполнении СР,

**Критерии оценки результатов внеаудиторной СРС :**

- уровень освоения учебного материала;
- уровень умения использовать теоретические знания при выполнении практических задач;
- уровень сформированности общеучебных умений;

- уровень умения активно использовать электронные образовательные ресурсы, находить требующуюся информацию, изучать ее и применять на практике;
- обоснованность и четкость изложения материала;
- уровень умения ориентироваться в потоке информации, выделять главное;
- уровень умения четко сформулировать проблему, предложив ее решение, критически оценить решение и его последствия;
- уровень умения определить, проанализировать альтернативные возможности, варианты действий;
- уровень умения сформулировать собственную позицию, оценку и аргументировать ее;
- оформление материала в соответствии с требованиями.

### Критерии оценки результатов контрольной работы

Показатели	Критерии
Понимание условия задачи	-Краткая запись условия. -Использование символики. - Нахождение и запись необходимых дополнительных данных. -Хорошее оформление работы, четкие рисунки и чертежи. - ....
План решения задачи	-Обоснование выбора формул для решения. -Рациональный способ решения -Запись формул
Осуществление решения	-Решение задачи в общем виде - Правильность вычислений - ...
Проверка правильности решения задачи	-Краткое объяснение решения. -Анализ полученных результатов

### 3.2 Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в



промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

### **Шкала оценивания успеваемости текущего контроля и промежуточной аттестации.**

В зависимости от уровня сформированности компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка «зачтено» или «не зачтено» или оценка по четырехбалльной шкале.

### **Шкала оценивания результатов СРС**

Оценка «отлично»:

- Все задания решены верно,
- Оформлены по требованиям,
- Решение изложено достаточно полно и чётко.
- Даны правильные формулировки, точные определения, понятия терминов.
- Студент может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;
- Правильно отвечает на дополнительные вопросы преподавателя.

Оценка «хорошо» :

- Все задания решены верно,
- Оформлены по требованиям,

- Но, решение изложено недостаточно полно и чётко (не менее 70 % от полного)
- При изложении были допущены 1-2 несущественные ошибки;
- Даны правильные формулировки, точные определения, понятия терминов;
- Студент может обосновать свой ответ, привести необходимые примеры;
- Однако, есть затруднения при ответах на вопросы преподавателя.

Оценка «удовлетворительно»:

- Более половины заданий решены верно,
- Все задания оформлены по требованиям,
- Решение изложено недостаточно полно и чётко (не менее 70 % от полного), при изложении некоторых заданий допущена 1 существенная ошибка, приводящая к неверному ответу.
- Студент знает и понимает основные положения данной темы, но допускает неточности в формулировки понятий;
- излагает выполнение задания недостаточно логично и последовательно;
- затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.
- Оценка «неудовлетворительно» :
- Более половины заданий решены неверно,
- Решение изложено неполно и нечётко (менее 50 % от полного), при изложении многих задач были допущены существенные ошибки, приводящая к неверному ответу.
- Студент не знает или не понимает основные положения данной темы, затрудняется при ответах на вопросы преподавателя.

Среднее арифметическое по всем видам текущего контроля СРС составляет оценочный показатель студента, который влияет на выставление итоговой оценки по результатам изучения дисциплины и допуск к итоговой аттестации по дисциплине

### **Шкала оценивания результатов контрольной работы**

#### ***Шкала оценивания решения задачи:***

0 баллов – полное отсутствие решения; 0,5 балла – частичное выполнение критерия; 0,8 балла – полное выполнение критерия с незначительными ошибками, 1 балл – полное выполнение критерия.

Суммируем баллы по всей контрольной работе. Выставляем за контрольную полученное количество баллов, или переводим баллы в одну из стандартных шкал оценивания (оценки 2, 3, 4, 5 или зачтена работа или нет).

### **Шкала оценивания зачёта**

"Зачтено" заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой.

Как правило, оценка " Зачтено " выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

"Не зачтено" выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка " Не зачтено " ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

### **Шкала оценивания экзамена**

#### **«2» - плохо:**

Теоретический вопрос: студент не раскрыл теоретический вопрос, на заданные экзаменаторами вопросы не смог дать удовлетворительный ответ.

Практический вопрос: студент не понял смысла задачи, не смог выполнить задания. На заданные экзаменатором вопросы ответил неудовлетворительно, не продемонстрировал сформированность требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

#### **«3» - удовлетворительно:**

Теоретический вопрос: студент смог с помощью дополнительных вопросов воспроизвести основные положения темы, но не сумел привести соответствующие примеры или аргументы, подтверждающие те или иные положения.

Практический вопрос: студент понял смысл задачи, но смог выполнить задание лишь после дополнительных вопросов, предложенных экзаменатором. При этом на поставленные экзаменатором вопросы не вполне ответил правильно и полно, но подтвердил ответами понимание вопросов и продемонстрировал отдельные требующиеся для выполнения заданий знания и умения.

#### **«4» - хорошо:**

Теоретический вопрос: студент (не допуская ошибок) правильно изложил теоретический вопрос, но недостаточно полно или допустил незначительные неточности, не искажающие суть понятий, теоретических положений, правовых и моральных норм. Примеры, приведенные учеником, воспроизводили материал учебников. На заданные экзаменатором уточняющие вопросы ответил правильно.

Практический вопрос: студент понял смысл задачи, предложенные задания выполнил правильно, но недостаточно полно. На заданные экзаменатором вопросы ответил правильно. Проявил необходимый уровень всех требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

#### **«5» - отлично:**

Теоретический вопрос: студент полно и правильно изложил теоретический вопрос, привел собственные примеры, правильно раскрывающие те или иные положения, сделал обоснованный вывод;

Практический вопрос: студент полно и правильно выполнил предложенные задания, проявил высокий уровень всех требующихся для выполнения заданий знаний и уме

### **3.3 Общие рекомендации по изучению материала курса и подбору заданий**

Курс вычислительных методов является одним из важнейших математических курсов для специальности прикладная математика и информатика и относится к числу общих математических и естественно-научных дисциплин в силу отбора изучаемого материала и его важности для подготовки специалиста.

Специфика начального этапа изучения численных методов требуют актуализации знаний математического анализа, аналитической геометрии, дискретной математики и комбинаторики. Вместе с тем данный процесс может сопровождаться введением основных понятий численного анализа: приближенного решения, оценки погрешности, сходимости к точному решению.

Целесообразно подготовить для каждой лекции одно-два задания для миниконтрольных акцентированно не тестового характера, которые позволят не только постоянно мониторить усвоение материала студентами, но и удерживать их внимание на лекции. Для более глубокого зондирования усвоенных знаний студентами предполагается проведение четырех коллоквиумов в формате «две-три задачи и теоретический вопрос». Тематика этих коллоквиумов должна покрывать основные разделы курса, а именно: приближение функций и их производных, численное интегрирование, численное решение уравнений и систем уравнений, разностные методы решения ОДУ и систем ОДУ. Эти основные разделы также обеспечиваются заданиями программистского характера, использующие компетенции студентов, освоенные ранее в рамках курсов поддерживающих блок программистских компетенций.

### **3.4 Форма проведения экзамена по курсу**

Студенты и преподаватели вполне отдают себе отчет в том, что еще живо представление об учебном процессе как наборе семестровых аттестационных мероприятий, преодолеваемых в режиме максимальной концентрации, и длительных промежутков между ними, проходящих весьма спокойно и беззаботно, без приложения каких-либо усилий. При этом студенты порой пытаются подтвердить данное представление, а преподаватели стараются такого рода ситуацию сдвинуть с мертвой точки.

Очевидно, формат итоговой (или семестровой) аттестации накладывает определенный отпечаток на то, в каком режиме будет осуществляться работа в течение семестра. В том случае, если интенсивность прикладываемых усилий или успешность продвижения по курсу (возможно, выражаемая в результатах, полученных в ходе промежуточной аттестации) не оказывает большого влияния на характер прохождения итоговых испытаний, то в качестве побочного эффекта это способствует низкой посещаемости занятий, слабой задействованностью студентов в работе в аудитории или дома. Примерно та же картина будет и в том случае, если студент не осознает степени влияния текущих результатов на итоговую аттестацию.

С другой стороны, явным образом оговоренный формат итоговых испытаний с достаточно четко прописанным характером учета текущих результатов при проведении семестровой аттестации (посещаемости, работы на практических семинарских занятиях, результатов

промежуточной аттестации, самостоятельной работы вне аудитории, активности работы на лекциях) может способствовать увеличению интенсивности работы по ходу семестра, стимулированию самостоятельной работы и активности на аудиторных занятиях, что в итоге выражается в повышении уровня освоения материала курса и, как следствие, повышению успеваемости.

Данные соображения были учтены при разработке формы итоговой аттестации. На экзамене студент получает билет с четырьмя заданиями – два теоретического характера и две задачи – «базовый комплект». Характер работы по ходу семестра «материализуется» в количестве дополнительных предложенных заданий: за активную работу на занятиях, высокие результаты прохождения промежуточных аттестаций (контрольных работ) количество предлагаемых студенту заданий может быть уменьшено, а при слабой работе (низкая посещаемость, слабые результаты или пропуски контрольных работ) – увеличено (возможно, на 2-3). Однако критерии не зависят от количества предложенных заданий, оценка выставляется по следующей схеме: пять минус количество заданий, справиться с которыми не удалось. Таким образом, активная продуктивная работа в течение семестра несколько облегчает прохождение итоговой аттестации, а те, кто своим жизненным стилем избрали упомянутый в эпиграфе принцип, для успешного прохождения экзаменационного испытания вынуждены прикладывать больше усилий.

Стоит отметить, что формат итоговой аттестации, характер учета текущих результатов, а также критерии оценки секретом не являются, абсолютно открыты и прозрачны, и предварительно доносятся до сведения студентов. Это позволяет поддерживать определенный уровень дисциплины и систематическую работу в течение всего семестра, а также повысить «предсказуемость» итоговой оценки, что в какой-то степени стимулирует студентов к ее достижению, мотивирует к освоению курса и положительно влияет на уровень получаемых знаний.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Численные методы»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Численные методы» являются лекции, так как изучение численных алгоритмов требует знания определенного количества теоретического материала, причем в достаточно большом объеме.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. В основном такими задачами являются лабораторные работы, а так же задачи тестового характера по материалу лекций. Примеры решения задач разбираются на лекциях и предлагаются на коллоквиумах. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Для усвоения материала необходимо в течение всего курса выполнять задания для самостоятельной работы. Для проверки и контроля усвоения теоретического материала в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде письменных контрольных

работ в обоих семестрах изучения дисциплины. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий, которые вызвали затруднения.

В конце изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен принимается в письменном виде и включает в себя, как теоретические вопросы, так и практические, связанные с написанием программ для лабораторных работ. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Численные методы» самостоятельно студенту довольно сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет и экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

**1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

**3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"** (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Головной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") [www.informika.ru](http://www.informika.ru).

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- [Электронная библиотека](#) – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются

более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- **Интегральный каталог образовательных интернет-ресурсов** содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- **Избранное.** В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- **Библиотеки вузов.** Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

**1. Личный кабинет** ([http://lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

**2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ**

([http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

**3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»**

([http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyl.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.





## Примеры выполнения заданий контрольных работ

**Пример 1.** Построить интерполяционный полином Лагранжа для функции  $f(x) = \sqrt{x}$  на отрезке  $[1, 9]$  для узлов  $X_0=1, X_1=4, X_2=9$ .

**Решение.** Значения функции в узлах  $Y_0=1, Y_1=2, Y_2=3$ .

$$L_2(x) = \frac{(x-4)(x-9)}{(1-4)(1-9)} \cdot 1 + \frac{(x-1)(x-9)}{(4-1)(4-9)} \cdot 2 + \frac{(x-1)(x-4)}{(9-1)(9-4)} \cdot 3 = -\frac{1}{60}x^2 + \frac{5}{12}x + \frac{3}{5}.$$

**Пример 2.** Доказать утверждение:  $f \in C^2 \Rightarrow \partial f(x) - f'(x) = \frac{h}{2} f''(\xi), x \leq \xi \leq x+h$ .

**Решение.**

$$\frac{f(x+h) - f(x)}{h} - f'(x) = \frac{f(x) + \frac{f'(x)}{1!} \cdot h + \frac{f''(\xi)}{2!} \cdot h^2 - f(x)}{h} - f'(x) = \frac{h}{2} f''(\xi), x \leq \xi \leq x+h.$$

**Пример 3.** Найти квадратуру Гаусса второго порядка для интеграла:

$$\int_{-1}^1 f(x) dx \approx c_1 f(x_1) + c_2 f(x_2).$$

**Решение.** Выпишем систему для нахождения параметров квадратуры Гаусса второго порядка:

$$\begin{cases} c_1 + c_2 = 2 \\ c_1 x_1 + c_2 x_2 = 0 \\ c_1 x_1^2 + c_2 x_2^2 = \frac{2}{3} \end{cases} \quad \begin{matrix} \text{Решая систему, получаем} \\ x_1 = -\frac{1}{\sqrt{3}}, x_2 = \frac{1}{\sqrt{3}} \end{matrix}$$

Искомая квадратура:

$$\int_{-1}^1 f(x)dx \approx f(-\frac{1}{\sqrt{3}}) + f(\frac{1}{\sqrt{3}}).$$

**Пример 4.** Указать хотя бы одну матрицу перестановок  $P$ , такую, что матрица  $PA$  будет LU-разложима и получить это разложение:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 2 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

**Решение.** Для матрицы

$$P_{23}A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 2 & 4 & 2 \end{pmatrix} \quad \text{все угловые миноры отличны от нуля.}$$

Методом Гаусса находим матрицу

$$U = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{откуда} \quad U^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & -2 & -1 \\ 0 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \text{следовательно} \quad L = P_2 A U^{-1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix}.$$

Окончательный результат:

$$P_{23}A = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 2 & 0 & -4 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 0 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

**Пример 5.** Найти общее решение разностного уравнения второго порядка

$$y_{n+1} - \frac{11}{3} y_n + 2y_{n-1} = 2^{-n}, \quad n=0,1,2,\dots$$

**Решение.** Находим общее решение однородного уравнения

$$\bar{y}_{n+1} - \frac{11}{3} \bar{y}_n + 2 \bar{y}_{n-1} = 0.$$

$$\lambda^2 - \frac{11}{3} \lambda + 2 = 0 \Rightarrow \lambda_1 = \frac{11}{3}; \lambda_2 = 3 \Rightarrow y_n = c_1 \cdot \left(\frac{11}{3}\right)^n + c_2 \cdot 3^n.$$

Ищем частное решение неоднородного уравнения в форме  $y_n^* = A \cdot 2^{-n}$ .

$$A \cdot 2^{-(n+1)} - \frac{11}{3} A \cdot 2^{-n} + 2 A \cdot 2^{-(n-1)} = 2^{-n} \Rightarrow A = \frac{6}{5} \Rightarrow y_n^* = \frac{6}{5} \cdot 2^{-n}.$$

Окончательный результат

$$y_n = \frac{6}{5} \cdot 2^{-n} + c_1 \cdot \left(\frac{11}{3}\right)^n + c_2 \cdot 3^n.$$

