

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



П.Н.Нестеров

«18» мая 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
«Теория нормальных и квазинормальных форм»

**Направление подготовки**  
01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)**  
«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры математического моделирования  
от «13» апреля 2021 года, протокол № 8

Ярославль

### 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Теория нормальных и квазинормальных форм» знакомит магистрантов с ключевыми методами нелинейной динамики – асимптотическими. Цель преподавания этой дисциплины – добиться осмысленного понимания магистрантами современных парадигм математического моделирования, проблем, актуальных для настоящего этапа ее развития. Образовательные задачи включают в себя усвоение магистрантами новейших концепций по различным отраслям применения нелинейной динамики.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП магистратуры

Дисциплина «Теория нормальных и квазинормальных форм» относится к вариативной части ОП бакалавриата.

Для освоения данной дисциплиной студенты должны обладать знаниями по математическому анализу, дифференциальным уравнениям, линейной алгебре и уравнениям математической физики, проявлять настойчивость, целеустремленность и инициативу в процессе обучения.

Полученные в рамках дисциплины «Теория нормальных и квазинормальных форм» знания способствуют формированию мировоззрения и развитию математического мышления, а также дальнейшему развитию навыков научно-исследовательской деятельности.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП магистратуры

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ПК-1	способностью самостоятельно осваивать, создавать и использовать новые математические понятия, гипотезы, теоремы, методы, физико-математические модели и численные алгоритмы и программы, в том числе для прикладных исследований	<b>Знать:</b> – общие принципы построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, – понятие хаусдорфовой размерности множеств, – понятие ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем, – понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности, – понятие информационной размерности.  <b>Уметь:</b>

		<p>– находить нормальную форму системы обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений второго порядка,</p> <p>– находить уравнение Фробениуса-Перрона разностного уравнения первого порядка,</p> <p>– численно определять ляпуновскую размерность простейших динамических систем с хаотическим поведением</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>– навыками методологически грамотного осмысления конкретно-научных проблем.</p> <p>– навыками методологически грамотного осмысления конкретно-научных проблем.</p>
--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единицы, 108 акад. часов. Дисциплина изучается в течение второго семестра. Формой итоговой промежуточной аттестации по дисциплине является зачет.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные	испытания	самостоятельная работа

1	Разностные уравнения и сеточные модели в численном моделировании непрерывных систем.	2	1	1				3	
2	Линейные разностные уравнения и системы.	2	1					3	
3	Устойчивость неподвижных точек разностных уравнений и систем.	2	1					3	
4	Качественный анализ систем с дискретным временем	2	1					3	
5	Нормализация систем с дискретным временем	2	1					3	
6	Фазовый портрет простейших нелинейных отображений. Компьютерный анализ.	2	1	1				3	
7	Критические случаи в задаче об устойчивости неподвижной точки (Коразмерность 1).	2	0.5	1				3	
8	Критические случаи в задаче об устойчивости неподвижной точки (Коразмерность 2)	2	0.5					3	
9	Нормальная форма двумерного отображения в окрестности критической точки коразмерности 1 и 2.	2	0.5					3	
10	Построение нормальных форм двумерных непрерывных динамических систем.	2	0.5	1				3	
11	Экономный метод построения нормальной формы	2	0.5					3	
12	Хаотическое поведение решений простейших унимодальных отображений. Фейгенбаумовский сценарий возникновения хаоса.	2	0.5					3	
13	Числовые характеристики хаотических аттракторов динамических систем.	2	0.5					3	

14	Функция плотности распределения аттрактора динамической системы. Уравнение Фробениуса-Перрона.	2	0.5					3	
15	Понятие ляпуновской размерности для динамических систем с непрерывным и дискретным временем.	2	0,5	1		1		3	
16	Алгоритм оценки ляпуновской размерности.	2	0,5					3	
17	Корреляционный интеграл, корреляционная размерность. Оценки обобщенной энтропии по временным рядам.	2	0,5	1		1		3	
18	Вероятностные оценки размерности странного аттрактора. Емкостная и информационная размерности.	2	0,5					3	Контрольная работа. Реферат.
							0.3	54	<b>Зачет</b>
	<b>Всего</b>		<b>12</b>	<b>6</b>		<b>2</b>	<b>0.3</b>	<b>87.7</b>	

#### Содержание разделов дисциплины:

**Тема 1.** Разностные уравнения и сеточные модели в численном моделировании непрерывных систем.

**Тема 2.** Линейные разностные уравнения и системы.

**Тема 3.** Устойчивость неподвижных точек разностных уравнений и систем.

**Тема 4.** Качественный анализ систем с дискретным временем

**Тема 5.** Фазовый портрет простейших нелинейных отображений. Компьютерный анализ.

**Тема 6.** Критические случаи в задаче об устойчивости неподвижной точки (Коразмерность 1).

**Тема 7.** Критические случаи в задаче об устойчивости неподвижной точки (Коразмерность 2)

**Тема 8.** Нормальная форма двумерного отображения в окрестности критической точки коразмерности 1 и 2.

**Тема 9.** Построение нормальных форм динамических систем. Случай двумерных систем с непрерывным временем. Случай двумерных отображений.

**Тема 10.** Построение нормальных форм двумерных непрерывных динамических систем.

**Тема 11.** Экономный метод построения нормальной формы

**Тема 12.** Хаотическое поведение решений простейших унимодальных отображений. Фейгенбаумовский сценарий возникновения хаоса.

**Тема 13.** Числовые характеристики хаотических аттракторов динамических систем.

**Тема 14.** Функция плотности распределения аттрактора динамической системы. Уравнение Фробениуса-Перрона.

**Тема 15.** Понятие ляпуновской размерности для динамических систем с непрерывным и дискретным временем.

**Тема 16.** Алгоритм оценки ляпуновской размерности.

**Тема 17.** Корреляционный интеграл, корреляционная размерность. Оценки обобщенной энтропии по временным рядам.

**Тема 18.** Вероятностные оценки размерности странного аттрактора. Емкостная и информационная размерности.

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

Программное обеспечение для создания и демонстрации презентаций, иллюстраций и других учебных материалов:

- Microsoft Windows (в составе Microsoft Imagine Premium Electronic Software Delivery).
- Microsoft OfficeSTD 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232 Microsoft Open License №0005279522
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).

Для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

а) основная:

1. Кроновер, Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах / Р.М. Кроновер. – М.:

Постмаркет, 2000.

б) дополнительная:

1. Глызин, С.Д. Методы компьютерной графики в качественной теории динамических систем на плоскости: учеб. пособие / С.Д. Глызин; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 1992.
2. Шустер, Г. Детерминированный хаос. Введение. / Г. Шустер. – М.: Мир, 1988.
3. Турбин, А.Ф. Фрактальные множества, функции, распределения / А.Ф. Турбин, Н.В. Працевитый. – Киев: Наукова думка, 1992.
4. Странные аттракторы. / Под. Ред. Я. Г. Синая и Л. П. Шильникова. М.: Мир, 1981.
5. Якобсон, М.В. Эргодическая теория одномерных отображений. // Современные проблемы математики. Т.2. / М.В. Якобсон– М.: ВИНТИ, 1985. С. 204-232.
6. Малинецкий, Г.Г. Современные проблемы нелинейной динамики. / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: УРСС, 2002.
7. Гукенхеймер, Д. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / Д. Гукенхеймер, Ф. Холмс. – Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
8. Арнольд, В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В.И. Арнольд. М.: Наука. 1978.
9. Глызин, С.Д. Численные методы анализа динамических систем: учеб. пособие / С.Д. Глызин; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2002.
10. Глызин, С.Д. Теория нормальных и квазинормальных форм: учебное пособие / С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2006.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Через библиотеку ЯрГУ осуществляется доступ к диссертационным исследованиям, а также зарубежным базам данных (в периоды, когда доступ предоставляется библиотеке безвозмездно их владельцами).
2. Поисковые системы представлены в виде Yandex, Google, Rambler и т.д.

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

- специальные помещения:
  - учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);
  - учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
  - учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
  - помещения для самостоятельной работы;
  - помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров)– списочному составу группы обучающихся.

- фонд библиотеки.
- компьютерная техника.

**Автор:**

профессор каф. компьютерных сетей, д. ф.-м. н. С.Д. Глызин

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Теория нормальных и квазинормальных форм»  
Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации**

**Задания для самостоятельной работы**

**Задача 1.** *На плоскости параметров  $\alpha, \beta$  системы*

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - 2y + \alpha x(x^2 + y^2), \\ \dot{y} &= x - y + \beta xy - y(x^2 + y^2),\end{aligned}\tag{1.59}$$

*построить область, для которой реализуется бифуркация Андронова-Хопфа.*

**Задача 2.** *Определить положительные значения параметров системы Лоренца*

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= -bz + xy,\end{aligned}\tag{1.60}$$

*при которых происходит бифуркация Андронова-Хопфа.*

$$\begin{aligned}z_1' &= \gamma_1 z_1 + (d_{11} z_1^2 + d_{12} z_2^2) z_1, \\ z_2' &= \gamma_2 z_2 + (d_{21} z_1^2 + d_{22} z_2^2) z_2,\end{aligned}\tag{1.65}$$

где  $\gamma_j = (A_1 a_j, b_j)$ ,  $d_{jk} = (F_3(a_j, a_k, a_k) + F_3(a_k, a_j, a_k) + F_3(a_k, a_k, a_j), b_j)$ ,  $d_{jj} = (F_3(a_j, a_j, a_j), b_j)$ ,  $j, k = 1, 2, j \neq k$ . Отметим, что функции  $z_j(\tau)$  в данном случае вещественные.

**Задача 3.** *Выделите класс ненулевых квадратичных нелинейностей  $F_2(x, x)$ , для которых нормальная форма задачи (1.1), с нулевым собственным числом кратности два, имеет вид (1.65)*



**Задача 4.** В предположении, что  $F_2(x, x) \neq 0$ , выполните в (1.1) замену

$$x = \varepsilon(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)a_2) + \varepsilon^2 x_1(t, \tau) + \dots, \quad \tau = \varepsilon t. \quad (1.66)$$

С помощью замены (1.66) решите следующие задачи:

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).
2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.

**Задача 5.** В предположении, что  $F_2(x, x) \neq 0$ , выполните в (1.1) замену

$$x = \varepsilon(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)e^{i\omega t}a_2 + \bar{z}_2(\tau)e^{-i\omega t}\bar{a}_2) + \varepsilon^2 x_1(t, \tau) + \dots, \quad \tau = \varepsilon t. \quad (1.71)$$

С помощью замены (1.71) решите следующие задачи:

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).
2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \gamma_{11}\xi_1 + k_1\xi_1\xi_2 \cos(\psi + \delta_1) + (b_{11}\xi_1^2 + b_{12}\xi_2^2)\xi_1, \\ \dot{\xi}_2 &= \gamma_{21}\xi_2 + k_2\xi_2\xi_1 \cos(\psi - \delta_2) + (b_{21}\xi_1^2 + b_{22}\xi_2^2)\xi_2, \\ \dot{\psi}_1 &= \delta - 2k_1\xi_2 \sin(\psi + \delta_1) - k_2\xi_2 \sin(\psi - \delta_2) + c_1\xi_1^2 + c_2\xi_2^2, \end{aligned} \quad (1.99)$$

**Задача 6.** Найти состояния равновесия системы (1.99) и исследовать их на устойчивость.

**Задача 7.** При фиксированных значениях параметров численно построить устойчивые траектории системы (1.99).

**Задача 8.** Изучить численными методами изменения фазового портрета системы (1.99) при изменении одного из ее параметров и фиксированных остальных.

$$\begin{aligned} z'_1 &= \alpha_1 z_1 + \beta_1 \bar{z}_1 z_2, \\ z'_2 &= \alpha_2 z_2 + \beta_2 \bar{z}_1^2. \end{aligned} \quad (1.106)$$

Здесь  $\alpha_1 = (A_1 a_1, b_1)$ ,  $\alpha_2 = (A_1 a_2, b_2)$ ,  $\beta_1 = (F_{20}(\bar{a}_1, a_2) + F_{20}(a_2, \bar{a}_1), b_1)$ ,  $\beta_2 = (F_{20}(a_1, a_1), b_2)$ .

**Задача 9.** Изучить качественное поведение системы (1.106) при различных значениях входящих параметров.

**Задача 10.** Построить следующее по порядку малости приближение нормальной формы (1.106).

**Задача 11.** Докажите, что корни квазимногочлена  $\lambda + \frac{\pi}{2}e^{-\lambda}$  лежат в левой комплексной полуплоскости за исключением одной пары  $\pm i\frac{\pi}{2}$ .

### Типовой вариант контрольной работы

1. Алгоритм метода нормальных форм. Бифуркация Андронова-Хопфа.
2. Динамика системы Лоренца.
3. Статистические методы числовой обработки данных (корреляционная и ковариационная функции)
4. Спектральная функция. Алгоритм Кули-Тьюки быстрого преобразования Фурье.
5. Хаотическое поведение решений простейших унимодальных отображений. Фейгенбаумовский сценарий возникновения хаоса (на примере логистического отображения).
6. Функция плотности распределения аттрактора динамической системы. Уравнение Фробениуса-Перрона. неподвижные точки оператора Фробениуса-Перрона.
7. Хаос в простейших отображениях, сохраняющих площадь. Отображение пекаря, отображение Арнольда.
8. Подкова Смейла.
9. Сечение и отображение Пуанкаре. Особенности численного построения сечений и отображения.
10. Геометрические характеристики аттракторов динамических систем. Фракталы. Емкостная размерность.
11. Понятие ляпуновской размерности для динамических систем с непрерывным и дискретным временем.
12. Алгоритм оценки ляпуновской размерности. Оценка старшего ляпуновского показателя. Время вычислений и точность результатов.
13. Корреляционный интеграл, корреляционная размерность.
14. Гомоклинические траектории. Функция Мельникова.
15. Сценарии перехода к хаосу.
16. Усреднение в задаче о маятнике с выбирующей точкой подвеса.
17. Теорема Шильникова.

### Критерии оценивания самостоятельной, контрольной работы

«Отлично» (5 баллов) – ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов.

«Хорошо» (4 балла) – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной ошибки и одного недочета, или не более трех недочетов.

«Удовлетворительно» (3 балла) – ставится за работу, если обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы.

«Неудовлетворительно» (0 баллов) – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки «3» или правильно выполнено менее 2/3 всей работы.

### Примерные темы рефератов:

1. Асимптотические методы малого параметра в задачах нейродинамики.
2. Метод большого параметра в задачах нейродинамики.
3. Уравнения с запаздыванием в экологических приложениях.
4. Асимптотические методы в исследовании динамики полупроводникового лазера.
5. Математические основы теории катастроф и детерминированного хаоса.

6. Детектирование хаотических режимов в динамике экономических рядов: методы и примеры их приложений.
7. Численные методы анализа цепочек и решеток осцилляторов.
8. Бифуркация голубого неба, теорема Шильникова
9. Энтропийные показатели массивов экспериментальных данных.
10. Вычисление инвариантных размерностных показателей.
11. Усреднение и задачи о маятниках с вибрационным воздействием.

### Критерии оценивания реферативной работы студента

Критериями оценки реферата являются: новизна текста, обоснованность выбора источников литературы, степень раскрытия сущности вопроса, соблюдения требований к оформлению.

Оценка «отлично»: выполнены все требования к написанию реферата: обозначена проблема и обоснована ее актуальность, сделан анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция; сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объем; соблюдены требования к внешнему оформлению.

Оценка «хорошо»: основные требования к реферату выполнены, но при этом допущены недочеты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объем реферата; имеются упущения в оформлении.

Оценка «удовлетворительно»: имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата; отсутствуют выводы.

Оценка «неудовлетворительно»: тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы или реферат не представлен вовсе.

### **Список заданий к зачету**

Зачет заключается в решении трех задач по темам, раскрываемых в рамках дисциплины. Задания аналогичны тем, которые даются в качестве контрольной работы.

Критерии оценивания зачета:

*«2» - плохо:*

Студент не понял смысла текста (задачи), не смог выполнить задания. На заданные экзаменатором вопросы ответил неудовлетворительно, не продемонстрировал сформированность требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

*«3» - удовлетворительно:*

Студент понял смысл текста (задачи), но смог выполнить задание лишь после дополнительных вопросов, предложенных экзаменатором. При этом на поставленные экзаменатором вопросы не вполне ответил правильно и полно, но подтвердил ответами понимание вопросов и продемонстрировал отдельные требующиеся для выполнения заданий знания и умения.

*«4» - хорошо:*

Студент понял смысл текста (задачи), предложенные задания выполнил правильно, но недостаточно полно. На заданные экзаменатором вопросы ответил правильно. Проявил необходимый уровень всех требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

*«5» - отлично:*

Студент понял смысл текста (задачи), полно и правильно выполнил предложенные задания, проявил высокий уровень всех требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

## Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины

### Проверка сформированности компетенции ПК-1

**Задание 1.** При каких  $\alpha$  происходит бифуркация Андронова-Хопфа?

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 1 \\ -1 & \varepsilon \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \alpha x_1(x_1^2 + x_2^2) \\ \alpha x_2(x_1^2 + x_2^2) \end{pmatrix}.$$

**Варианты ответов:**

- А)  $\alpha > 0$ ;
- Б)  $\alpha < 0$ ;
- В)  $\alpha = 0$ .

**Задание 2.** При каких  $\alpha$  происходит бифуркация Андронова-Хопфа?

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 + \varepsilon & 1 \\ 5 & -2 + \varepsilon \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \alpha x_1^3 \\ \alpha x_2^3 \end{pmatrix}.$$

**Варианты ответов:**

- А)  $\alpha > 0$ ;
- Б)  $\alpha < 0$ ;
- В)  $\alpha = 0$ .

#### **Правильные ответы**

Вопрос №	Вариант ответа
1	Б
2	Б

Каждый правильный ответ оценивается в 2 балла.

0 баллов – студент полностью неверно решил задачу

1 балл – студент верно решил задачу, но не привел пояснений к ходу решения или допустил одну вычислительную ошибку.

2 балла – студент полностью разобрался в решении задачи.

4 балла соответствуют формированию проверяемой компетенции на высоком уровне, 3 балла – на продвинутом уровне, 2 балла – на пороговом уровне, менее 2 баллов – ниже порогового уровня.

### Проверка сформированности компетенции ПК-1

**Задание 1.** Имеет ли задача периодические решения?

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} x + e^{it} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

**Варианты ответов:**

- А) имеет периодические решения;
- Б) периодических решений нет.

**Задание 2.** Имеет ли задача периодические решения?

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x + e^{2it} \begin{pmatrix} 4 + 2i \\ 2i \end{pmatrix}.$$

**Варианты ответов:**

- А) имеет периодические решения;
- Б) периодических решений нет.

## Правильные ответы

Вопрос №	Вариант ответа
1	Б
2	А

Каждый правильный ответ оценивается в 2 балла. 4 балла соответствуют формированию проверяемой компетенции на высоком уровне, 3 балла – на продвинутом уровне, 2 балла – на пороговом уровне, менее 2 баллов – ниже порогового уровня.

## 2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

### 2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

*Пороговый уровень* - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

*Продвинутый уровень* - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

*Высокий уровень* - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
<b>Профессиональные компетенции</b>						
ПК-2	Реферат. Контрольная работа. Экзамен.	1-18	<p><b>Знать:</b> – общие принципы построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, – понятие хаусдорфовой размерности множеств,</p> <p><b>Уметь:</b> – находить нормальную форму системы обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений второго порядка, – находить уравнение Фробениуса-</p>	<p>Знание основной терминологии и общих принципов построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, понятие хаусдорфовой размерности множеств,</p> <p>Умение в простейших типовых случаях находить нормальную форму системы ОДУ или разностных уравнений второго порядка и находить уравнение Фробениуса-Перрона разностного уравнения первого порядка</p>	<p>Достаточно полные и систематизированные знания общих принципов построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, понятие хаусдорфовой размерности множеств</p> <p>Умение при решении учебных профессиональных задач находить нормальную форму системы ОДУ или разностных уравнений второго порядка и находить уравнение Фробениуса-Перрона разностного уравнения первого порядка</p> <p>Владение навыками методологического осмысления типовых конкретно-научных</p>	<p>Систематизированные, глубокие и полные знания общих принципов построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, понятие хаусдорфовой размерности множеств.</p> <p>Умение при решении сложных учебных профессиональных задач находить нормальную форму системы ОДУ или разностных уравнений второго порядка и находить уравнение Фробениуса-Перрона разностного уравнения первого порядка</p> <p>Владение навыками методологического осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>

		<p>Персона разностного уравнения первого порядка,  <b>Владеть:</b>  – навыками методологически грамотного осмысления конкретно-научных проблем.</p>	<p>Владение навыками методологического осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>	<p>проблем</p>	
		<p><b>Знать:</b>  – понятие ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем,  – понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности,  – понятие информационной размерности.  <b>Уметь:</b>  – численно определять ляпуновскую размерность</p>	<p>Знание основной терминологии и понятие ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем, понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности, понятие информационной размерности.</p> <p>Умение в простейших типовых случаях численно определять ляпуновскую размерность простейших динамических систем с хаотическим</p>	<p>Достаточно полные и систематизированные знания ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем, понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности, понятие информационной размерности.</p> <p>Умение при решении учебных профессиональных задач численно определять ляпуновскую размерность простейших динамических систем с хаотическим поведением</p> <p>Владение навыками методологического</p>	<p>Систематизированные, глубокие и полные знания понятие ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем, понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности, понятие информационной размерности.</p> <p>Умение при решении сложных учебных профессиональных численно определять ляпуновскую размерность простейших динамических систем с хаотическим поведением</p> <p>Владение навыками методологического осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>

		<p>простейших динамических систем с хаотическим поведением</p> <p><b>Владеть:</b></p> <p>– навыками методологически грамотного осмысления конкретно-научных проблем.</p>	<p>поведением</p> <p>Владение навыками методологического осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>	<p>осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>	
--	--	--	---	---	--



### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;

- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория нормальных и квазинормальных форм»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Теория нормальных и квазинормальных форм» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе преподаваемой дисциплины лежит особый математический аппарат, с помощью которого решаются довольно сложные и громоздкие задачи. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка практических навыков решения задач.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы нелинейной динамики. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз проработать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

В конце изучения дисциплины студенты сдают экзамен.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Теория нормальных и квазинормальных форм» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы,

просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

### 2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/пароллю.

### 3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.