



УТВЕРЖДАЮ

Проректор по учебной работе

И.А. Кузнецова

23 июня 2020 г

Прием 2019 года

### Аннотация дисциплины «История и философия науки»

Направление 01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль) «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «История и философия науки» относится к базовой части блока Б1.
2. Целью освоения данной дисциплины является формирование у аспирантов целостного понимания предмета и основных концепций современной философии науки, развитию философского подхода к проблеме возникновения науки и основных стадий ее исторической эволюции.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.
4. Содержание дисциплины:

#### Часть 1. Общие проблемы философии науки

##### 1. Предмет и основные концепции современной философии науки.

Три аспекта бытия науки: наука как генерация нового знания, как социальный институт, как особая сфера культуры.

Логико-эпистемологический подход к исследованию науки. Позитивистская традиция в философии науки. Расширение поля философской проблематики в постпозитивистской философии науки. Концепции К.Поппера, И.Лакатоса, Т.Куна, П.Фейерабенда, М.Полани.

Социологический и культурологический подходы к исследованию развитию науки. Проблема интернализма и экстернализма в понимании механизмов научной деятельности. Концепции М.Вебера, А.Койре, Р.Мертон, М.Малкея.

##### 2. Наука в культуре современной цивилизации

Традиционалистский и техногенный типы цивилизационного развития и их базисные ценности. Ценность научной рациональности.

Наука и философия. Наука и искусство. Роль науки в современном образовании и формировании личности. Функции науки в жизни общества (наука как мировоззрение, как производительная и социальная сила).

##### 3. Возникновение науки и основные стадии её исторической эволюции.

Преднаука и наука в собственном смысле слова. Две стратегии порождения знаний: обобщение практического опыта и конструирование теоретических моделей, обеспечивающих выход за рамки наличных исторически сложившихся форм производства и обыденного опыта.

Культура античного полиса и становление первых форм теоретической науки. Античная логика и математика. Развитие логических норм научного мышления и организаций науки в средневековых университетах. Роль христианской теологии в изменении созерцательной позиции ученого: человек творец с маленькой буквы; манипуляция с природными объектами – алхимия, астрология, магия. Западная и восточная средневековая наука.

Становление опытной науки в новоевропейской культуре. Формирование идеалов математизированного и опытного знания: оксфордская школа, Роджер Бэкон, Уильям Оккам. Предпосылки возникновения экспериментального метода и его соединения с математическим описанием природы. Г.Галилей, Френсис Бэкон, Р.Декарт. Мировоззренческая роль науки в новоевропейской культуре. Социокультурные предпосылки возникновения экспериментального метода и его соединения с математическим описанием природы.

Формирование науки как профессиональной деятельности. Возникновение дисциплинарно-организованной науки. Технологические применения науки. Формирование технических наук.

Становление социальных и гуманитарных наук. Мировоззренческие основания социально-исторического исследования.

#### **4. Структура научного знания.**

Научное знание как сложная развивающаяся система. Многообразие типов научного знания. Эмпирический и теоретический уровни, критерии их различия. Особенности эмпирического и теоретического языка науки.

*Структура эмпирического знания.* Эксперимент и наблюдение. Случайные и систематические наблюдения. Применение естественных объектов в функции приборов в систематическом наблюдении. Данные наблюдения как тип эмпирического знания. Эмпирические зависимости и эмпирические факты. Процедуры формирования факта. Проблема теоретической нагруженности факта.

*Структуры теоретического знания.* Первичные теоретические модели и законы. Развита теория. Теоретические модели как элемент внутренней организации теории. Ограниченность гипотетико-дедуктивной концепции теоретических знаний. Роль конструктивных методов в дедуктивном развертывании теории. Развертывание теории как процесса решения задач. Парадигмальные образцы решения задач в составе теории. Проблемы генезиса образцов. Математизация теоретического знания. Виды интерпретации математического аппарата теории.

*Основания науки.* Структура оснований. Идеалы и нормы исследования и их социокультурная размерность. Система идеалов и норм как схема метода деятельности.

Научная картина мира. Исторические формы научной картины мира. Функции научной картины мира (картина мира как онтология, как форма систематизации знания, как исследовательская программа).

Операциональные основания научной картины мира. Отношение онтологических постулатов науки к мировоззренческим доминантам культуры.

Философские основания науки. Роль философских идей и принципов в обосновании научного знания. Философские идеи как эвристика научного поиска. Философское обоснование как условие включения научных знаний в культуру.

#### **5. Динамика науки как процесс порождения нового знания.**

Историческая изменчивость механизмов порождения научного знания. Взаимодействие оснований науки и опыта как начальный этап становления новой дисциплины. Проблема классификации. Обратное воздействие эмпирических фактов на основания науки.

Формирование первичных теоретических моделей и законов. Роль аналогий в теоретическом поиске. Процедуры обоснования теоретических знаний. Взаимосвязь логики открытия и логики обоснования. Механизмы развития научных понятий.

Становление развитой научной теории. Классический и неклассический варианты формирования теории. Генезис образцов решения задач.

Проблемные ситуации в науке. Перерастание частных задач в проблемы. Развитие оснований науки под влиянием новых теорий.

Проблема включения новых теоретических представлений в культуру.

#### **6. Научные традиции и научные революции. Типы научной рациональности.**

Взаимодействие традиций и возникновение нового знания. Научные революции как перестройка оснований науки. Проблемы типологии научных революций. Внутридисципли-

нарные механизмы научных революций. Междисциплинарные взаимодействия и "парадигмальные прививки" как фактор революционных преобразований в науке. Социокультурные предпосылки глобальных научных революций. Перестройка оснований науки и изменение смыслов мировоззренческих универсалий культуры. Прогностическая роль философского знания. Философия как генерация категориальных структур, необходимых для освоения новых типов системных объектов.

Научные революции как точки бифуркации в развитии знания. Нелинейность роста знаний. Селективная роль культурных традиций в выборе стратегий научного развития. Проблема потенциально возможных историй науки.

Глобальные революции и типы научной рациональности. Историческая смена типов научной рациональности: классическая, неклассическая, постнеклассическая наука.

## **7. Особенности современного этапа развития науки. Перспективы научно-технического прогресса.**

Главные характеристики современной, постнеклассической науки. Современные процессы дифференциации и интеграции наук. Связь дисциплинарных и проблемно-ориентированных исследований. Освоение саморазвивающихся "синергетических" систем и новые стратегии научного поиска. Роль нелинейной динамики и синергетики в развитии современных представлений об исторически развивающихся системах. Глобальный эволюционизм как синтез эволюционного и системного подходов. Глобальный эволюционизм и современная научная картина мира. Сближение идеалов естественнонаучного и социально-гуманитарного познания. Осмысление связей социальных и внутринаучных ценностей как условие современного развития науки. Включение социальных ценностей в процесс выбора стратегий исследовательской деятельности. Расширение этоса науки. Новые этические проблемы науки в конце XX столетия. Проблема гуманитарного контроля в науке и высоких технологиях. Экологическая и социально-гуманитарная экспертиза научно-технических проектов. Кризис идеала ценностно-нейтрального исследования и проблема идеологизированной науки. Экологическая этика и ее философские основания. Философия русского космизма и учение В.И.Вернадского о биосфере, техносфере и ноосфере. Проблемы экологической этики в современной западной философии (Б.Калликот, О.Леопольд, Р.Аттфильд).

Постнеклассическая наука и изменение мировоззренческих установок техногенной цивилизации. Сциентизм и антисциентизм. Наука и паранаука. Поиск нового типа цивилизационного развития и новые функции науки в культуре. Научная рациональность и проблема диалога культур. Роль науки в преодолении современных глобальных кризисов.

## **8. Наука как социальный институт.**

Различные подходы к определению социального института науки. Историческое развитие институциональных форм научной деятельности. Научные сообщества и их исторические типы (республика ученых 17 века; научные сообщества эпохи дисциплинарно организованной науки; формирование междисциплинарных сообществ науки XX столетия). Научные школы. Подготовка научных кадров. Историческое развитие способов трансляции научных знаний (от рукописных изданий до современного компьютера). Компьютеризация науки и ее социальные последствия. Наука и экономика. Наука и власть. Проблема секретности и закрытости научных исследований. Проблема государственного регулирования науки.

## **Часть 2. Философия естественных наук**

### ***Философские проблемы математики***

#### **1. Предмет математики. Специфика математических объектов**

Определение предмета математики. Роль философии в определении математических объектов. Математические объекты как результаты работы человеческого мышления и отражение количественных отношений материальных объектов и процессов. Различные подходы к определению природы математических объектов: эмпиризм, априоризм, формализм, выделяемых с помощью абстрагирования и идеализации. Проблема

практической значимости математики

## **2. Место математики в системе наук. Структура математического знания**

Междисциплинарная природа математики. Математика как универсальный язык науки. Взаимосвязь математики и философии, математики и логики. Влияние внешних и внутренних факторов на формирование структуры математики. Особенности теоретической и прикладной математики и их взаимосвязь.

## **3. Типы математических теорий.**

Неаксиоматизированные содержательные теории. Содержательные аксиоматические теории. Полуформальные аксиоматические теории. Формальные аксиоматические теории. Единство процессов дифференциации и интеграции в математике.

## **4. Особенности методов математического познания**

Сущность и структура аксиоматических теорий. Роль дедуктивной логики в математике, отличие формализованной и неформализованной логики. Отличие аксиоматического метода математики от гипотетико- дедуктивного метода естественных наук. Проблема пределов формализации (на примере теорем Гёделя). Место абстрагирования и конкретизации и их особенности в теоретической и прикладной математике. Несмотря на общее стремление к строгости доказательств, в математике остаётся место и

Роль интуиции в рождении математических знаний, в особенности в решении нестандартных задач. Профессионализм, опыт, глубокие знания как основы интуиции.

## **5. Закономерности развития математики**

Практика как внешний фактор развития математики. Переход от практической к прикладной математике в 19 веке. Логика развития математики как отражение логики развития материальной жизни общества. Потребности других наук и их роль в развитии математики. Внутренние факторы развития математики. Конкретные примеры влияния внешних и внутренних факторов на развитие математики в разные эпохи. Другие закономерности развития математики: диалектика количественных и качественных изменений, единство процессов дифференциации и интеграции. Философский анализ возникновения и исторического развития математики. Периоды развития математического знания.

## **6. Проблема верификации (обоснования) математических знаний**

Обоснование математики как процесс обоснования непротиворечивости математических теорий. Критический пересмотр математических теорий: от системы аксиом, лежащих в их основе - до правил доказательств и конечных выводов. Попытка обоснования математики с помощью теории множеств (Георг Кантор). Логицизм как процесс сведения математики к логике (Рассел, Уайтхед, Фреге). Формализм как подход к обоснованию математики (Давид Гильберт). Невозможность полной формализации математики. Интуиционизм в поисках критерия интуитивной ясности для оценки математических суждений (Брауэр, Вейль, Гейтинг). Открытость проблемы обоснования математики в настоящее время. Математика как многогранное, живое, постоянно развивающееся знание, которое невозможно раз и навсегда свести к единственному основанию.

## **7. Философский анализ процесса математизации современной науки**

Относительная автономность математики и проблема ее эмпирического подтверждения и практического применения. Принцип «непостижимой эффективности математики» с точки зрения современной науки. Сходство количественной (математической) упорядоченности, изоморфности саморазвивающихся систем, изучаемых разными науками.

## **Часть 3. История науки История математики**

### **1. Периодизация истории математики**

1. Основные этапы развития математики: периодизация А.Н. Колмогорова.

## **2. Математика Древнего мира**

2.1. Истоки математических знаний. Первоначальные астрономические и математические представления эпохи неолита. Представления о числах и фигурах в первобытном обществе. Системы счисления. Этноматематика.

2.2. Математика в догреческих цивилизациях. Древний Египет — источники; нумерация, арифметические и геометрические знания. Древний Вавилон — источники, шестидесятиричная позиционная система счисления.

Арифметика. Решение линейных, квадратных уравнений и систем уравнений с двумя неизвестными. «Пифагорейские тройки». Числовой, алгоритмический характер вавилонской математики. «Пифагорейские тройки». Геометрические знания. Проблема влияния египетской и вавилонской математики на последующее развитие математического знания.

2.3. Древняя Греция. Источники. Рождение математики как теоретической науки. Фалес. Пифагорейцы. Место математики в пифагорейской системе знания. Арифметика пифагорейцев. Первая теория отношений. Открытие несоизмеримости. Классификация иррациональностей Теэтета. Геометрическая алгебра. Геометрия циркуля и линейки. Знаменитые задачи древности — удвоения куба, три секции угла и квадратуры круга — и их решение в XIX в.; трансцендентность числа «пи» и седьмая проблема Д. Гильберта. Парадоксы бесконечного. Апории Зенона. Атомизм Демокрита. Евдокс. Строение отрезка. Роговидные углы. Аксиома Евдокса-Архимеда. Роговидные углы. Теория отношений Евдокса. «Метод исчерпывания». Место математики в философии Платона. «Математический платонизм» как взгляд на сущность математики. Математика в философской концепции Аристотеля.

2.4. Математика эпохи эллинизма. Синтез греческих и древневосточных социокультурных и научных традиций. Аксиоматическое построение математики в «Началах» Евклида. Структура «Начал». Правильные многогранники и структура космоса. Архимед. Дифференциальные и интегральные методы. Аполлоний. Теория конических сечений. Роль теории конических сечений в развитии математики и математического естествознания (законы Кеплера, динамика Ньютона). Ценностные иерархии объектов, средств решения задач и классификация кривых в античной геометрии. Математика первых веков Новой эры (Герон, Птолемей). «Арифметика» Диофанта. Роль диофантова анализа в истории алгебры и алгебраической геометрии с древности до наших дней (решение проблемы Морделла, доказательство Великой теоремы Ферма). Представления о предмете и методах математики у неоплатоников, «математический платонизм» как развитие этих представлений. Закат античной культуры и комментаторская деятельность математиков поздней античности.

2.5. Математика в древнем и средневековом Китае. Китайская нумерация и арифметические действия. «Математика в девяти книгах» — выдающийся культурный памятник древнего Китая. Структура математического текста. Геометрия, теория пропорций, системы линейных уравнений, инфинитезимальные процедуры, отрицательные числа. Счетная доска и вычислительные методы. Математика в древней и средневековой Индии. Источники. Цифровая позиционная система. Появление записи нуля. Дроби. Задачи на пропорции. Линейные и квадратные уравнения. Неопределенные уравнения. Отрицательные и иррациональные числа. Суммирование бесконечных рядов. Геометрические знания. Достижения в области тригонометрии.

## **3. Математика Средних веков и эпохи Возрождения**

3.1. Средневековая математика как специфический период в развитии математического знания. Математика арабского Востока. Переводы греческих авторов. Трактат ал-Хорезми «Об индийском счете» и победное шествие «арабских» цифр по средневековой Европе. «Краткая книга об исчислении ал-джабра и ал-мукабалы». Классификация квадратных уравнений. Выделение алгебры в самостоятельную науку. Омар Хайям. Кубические уравнения. Практический характер математики. Геометрические

исследования: теория параллельных в связи с попытками доказать V постулат Евклида. Арифметизация теории квадратичных иррациональностей в работах арабских комментаторов Евклида. Инфинитезимальные методы. Отделение тригонометрии от астрономии и превращение ее в самостоятельную науку.

3.2. Математика в средневековой Европе. Математика в Византии. Переводы с арабского и греческого. Индийская нумерация, коммерческая арифметика, арифметическая и геометрическая прогрессии, практически ориентированные геометрические и тригонометрические сведения у Леонардо Пизанского (Фибоначчи). Творчество Фибоначчи. «Арифметике в 10 книгах» И. Неморария. Развитие античных натурфилософских идей и математика. Оксфордская и Парижская школы. Схоластические теории изменения величин (учение о конфигурациях качества, о широтах форм) как предвосхищение математики переменных величин XVII века. Дискуссии по проблемам бесконечного, непрерывного и дискретного в математике.

3.3. Математика в эпоху Возрождения. Проблема решения алгебраических уравнений, расширение понятия числа, совершенствование символики, решение уравнений 3-й и 4-й степеней в радикалах. Алгебра Виета. Проблема перспективы в живописи Ренессанса и математика. Иррациональные числа. Отрицательные, мнимые и комплексные числа (Дж. Кардано, Р. Бомбелли и др.). Десятичные дроби. Тригонометрия в астрономических сочинениях.

#### **4. Рождение и первые шаги математики переменных величин**

4.1. Математика и научно-техническая революция XVI–XVII веков. Механическая картина мира и математика. Новые формы организации науки. Развитие вычислительных средств — открытие логарифмов. Жизнь и творчество Р. Декарта. Число у Декарта. Рождение аналитической геометрии.

Теоретико-числовые проблемы в творчестве Ферма. Создание основ проективной геометрии в работах Дезарга и Паскаля. Переписка Ферма и Паскаля и первые теоретико-вероятностные представления. Появление статистических исследований.

Развитие интеграционных и дифференциальных методов в XVII веке (И. Кеплер, Б. Кавальери, Б. Паскаль). Жизнь и творчество И. Ньютона и Г.-В. Лейбница. Открытие Ньютоном и Лейбницем дифференциального и интегрального исчисления. Спор о приоритете и различия в подходах. Первые шаги математического анализа (И. и Я. Бернулли и др.). Проблема обоснования дифференциального и интегрального исчисления и критика Беркли.

4.2. Математика и Великая Французская революция. Создание Политехнической и Нормальной школ и их влияние на развитие математики и математических наук. Развитие математического анализа в XVIII веке. Расширение поля исследований и выделение основных ветвей математического анализа — дифференциального и интегрального исчисления в узком смысле слова, теории рядов, теории дифференциальных уравнений — обыкновенных и с частными производными, теории функций комплексного переменного, вариационного исчисления. Жизнь и творчество Л. Эйлера. Математическая трилогия Л. Эйлера. Жизнь и творчество Л. Эйлера. Классификация функций Эйлера. Основные понятия анализа. Обобщение понятия суммы ряда. Спор о колебании струны. Развитие понятия функции. Расширение понятия решения дифференциального уравнения с частными производными — понятия классического и обобщенного решений; появление понятия обобщенной функции в XX столетии. Проблема обоснования алгоритмов дифференциального и интегрального исчисления. Подходы Л. Эйлера, Ж. Лагранжа, Л. Карно, Ж. Даламбера. Вариационные принципы в естествознании.

#### **5. Период современной математики**

5.1. Математика XIX века. Организация математического образования и математических исследований. Ведущие математические школы. Математические журналы

и общества. Школа К. Вейерштрасса. Жизнь и деятельность С. В. Ковалевской. Организация первых реферативных журналов и международных математических конгрессов — в Цюрихе (1897), в Париже (1900). Начало издания в Германии «Энциклопедии математических наук». Доклад Д. Гильберта «Математические проблемы» (1900).

5.2. Реформа математического анализа. Идеи Б. Больцано в области теории функций. О. Коши и построение анализа на базе теории пределов. Нестандартный анализ А. Робинсона (1961) и проблема переосмысления истории возникновения и первоначального развития анализа бесконечно малых. К. Вейерштрасс и арифметизация анализа. Теория действительного числа (Г. Кантор, Р. Дедекин). Г. Кантор и создание теории множеств. Открытие парадоксов теории множеств. Создание теории функций действительного переменного (А. Лебег, Р. Бэр, Э. Борель).

5.3. Теория обыкновенных дифференциальных уравнений — проблема интегрируемости уравнений в квадратурах (результаты Ж. Лиувилля по интегрированию уравнения Риккати, С. Ли и его подход к проблеме). Перестройка оснований теории в трудах О. Коши (задача Коши, доказательство существования решения задачи Коши). Линейные дифференциальные уравнения, теория Штурма — Лиувилля, аналитическая теория дифференциальных уравнений.

Качественная теория А. Пуанкаре и теория устойчивости А. М. Ляпунова. Теория динамических систем — от А. Пуанкаре до КАМ-теории.

5.4 Теория уравнений с частными производными. Теория уравнений первого порядка (теория Лагранжа — Шарпи, работы И. Пфаффа, О. Коши и К.-Г. Якоби, «второй метод Якоби», теория С. Ли). Общая геометрическая теория уравнений с частными производными (С. Ли, Э. Картан, Д. Ф. Егоров).

Теория потенциала и теория теплопроводности Ж.-Б. Фурье и теория уравнений математической физики. Классификация уравнений по типам (эллиптические, параболические и гиперболические) П. Дюбуа-Реймона. Теорема Коши — Ковалевской. Понятие корректности краевой задачи по Ж. Адамару. Взгляд на общую теорию как на общую теорию краевых задач для уравнений различных типов. Системы уравнений с частными производными. 19-я и 20-я проблемы Гильберта и теория эллиптических уравнений в XX веке.

5.6. Теория функций комплексного переменного. Геометрическая интерпретация комплексных чисел. О. Коши и его результаты в построении теории функций комплексного переменного. Геометрическая теория функций комплексного переменного Б. Римана. Римановы поверхности. Принцип Дирихле. Аналитическое направление К. Вейерштрасса теории функций комплексного переменного. Целые и мероморфные функции. Теорема Пикара. Абелевы функции. Автоморфные функции. Униформизация.

5.7. Эволюция геометрии в XIX — начале XX вв. Создание проективной геометрии. Жизнь и творчество К.-Ф. Гаусса. Дифференциальная геометрия. Открытие Н. И. Лобачевским неевклидовой геометрии. Априоризм Канта и неевклидова геометрия. Интерпретации неевклидовой геометрии. Риманова геометрия. «Эрлангенская программа» Ф. Клейна. «Основания геометрии» Д. Гильберта и эволюция аксиоматического метода (содержательная, полуформальная, формальная аксиоматизации).

Рождение топологии. Комбинаторная топология А. Пуанкаре. Диссертация М. Фреше (1906). Теория топологических пространств. Теория размерности. Возникновение алгебраической топологии.

Геометрическая теория алгебраических уравнений. Идеи Р. Клебша и М. Нетера. Итальянская школа алгебраической геометрии. Аналитическая теория многообразий.

5.8. Эволюция алгебры в XIX — первой трети XX века. Проблема разрешимости алгебраических уравнений в радикалах. Э. Галуа и рождение теории групп. Развитие теории групп в XIX веке (А. Кэли, К. Жордан, теория непрерывных групп С. Ли). Аксиоматика теории групп. Теория групп и физика (кристаллография, квантовая механика). Развитие линейной алгебры. Английская школа символической алгебры. Кватернионы У. Гамильтона,

гиперкомплексные системы, теория алгебр. Теория алгебраических чисел. Формирование понятий тела, поля, кольца. Формирование «современной алгебры» в трудах Э. Нетер и ее школы. Эволюция предмета алгебры от теории алгебраических уравнений до теории алгебраических структур.

5.9. Аналитическая теория чисел — проблема распределения простых чисел (К.-Ф. Гаусс, П. Дирихле, П. Л. Чебышев, Ж. Адамар, Ш. Валле-Пуссен), теория трансцендентных чисел (Ж. Лиувиль, Ш. Эрмит, А. О. Гельфонд), аддитивные проблемы — проблема Гольдбаха (И. М. Виноградов) и проблема Варинга (Д. Гильберт, Г. Харди). Алгебраическая теория чисел — работы К.-Ф. Гаусса, обоснование теории делимости для полей корней из единицы (Э. Куммер), а затем для произвольных полей алгебраических чисел (Р. Дедекин, Е. И. Золотарев, Л. Кронекер), доказательство квадратичного и биквадратичного (К.-Ф. Гаусс), а затем и кубического закона взаимности (Г. Эйзенштейн, К. Якоби). Геометрическая теория чисел (Г. Минковский, Г. Ф. Вороной).

5.10. Вариационное исчисление Эйлера. Создание метода вариаций. Вторая вариация и условия Лежандра и Якоби. Теория сильного экстремума Вейерштрасса. Теория Гамильтона — Якоби. Инвариантный интеграл Гильберта. Вариационные задачи с ограничением. Теория экстремальных задач в XX веке. Принцип максимума Понтрягина.

Рождение функционального анализа: «функциональное исчисление» В. Вольтерра, С. Пинкерле, исследования по интегральным уравнениям (И. Фредгольм, Д. Гильберт), вариационному исчислению. Понятие гильбертова пространства. Банаховы пространства (С. Банах, Н. Винер).

5.11. Развитие теории вероятностей во второй половине XIX — первой трети XX века. Формирование основ теории вероятностей. Трактат Я. Бернулли «Искусство предположений». Появление основных теорем теории вероятностей. П.-С. Лаплас и теория вероятностей. Предельные теоремы теории вероятностей. Петербургская школа П. Л. Чебышева и теория вероятностей XIX — начала XX века. Проблема аксиоматизации теории вероятностей. Аксиоматика А. Н. Колмогорова.

5.12. Математическая логика и основания математики в XIX — первой половине XX века. Предыстория математической логики. Символическая логика Г. В. Лейбница. Квантификация предиката. Логика А. де Моргана. Алгебра логики Дж. Буля и У. С. Джевонса. Символическая логика Дж. Венна. Алгебра логики Э. Шредера и П. С. Порецкого. Исчисление высказываний Г. Фреге. «Формуляр математики» Дж. Пеано. «Principia Mathematica» Б. Рассела и А. Уайтхеда. Работы по основаниям геометрии и арифметики конца XIX века. Кризис в основаниях математики в начале века и попытки выхода из него: логицизм, формализм, интуиционизм. Формалистское понимание математического существования. Непротиворечивость как основная характеристика математической теории. Конструктивизм. Аксиоматизация теории множеств. Континуум-гипотеза и попытки ее доказательства от Г. Кантора до П. Козна. Результаты К. Геделя и кризис гильбертовской программы обоснования математики. Возникновение группы Бурбаки, ее деятельность и идеология. Реакция на нее математического сообщества.

5.13. История вычислительной техники — абак, механические счетные машины (В. Шиккард, Б. Паскаль, Г. Лейбниц, П. Л. Чебышев), аналитическая машина Ч. Бэббеджа, электромеханические счетные машины, создание электронных вычислительных машин. Появление персональных компьютеров. Экспансия информатики. Допустимость компьютерного доказательства — проблема четырех красок.

5.14. Математика XX века. Основные этапы жизни математического сообщества — до первой мировой войны, в промежутке между первой и второй мировыми войнами, во второй половине XX века. Математические конгрессы, международные организации, издательская деятельность, премии (Филдсовская премия, премия Р. Неванлинны и др.). Ведущие математические школы и институты. Творчество А. Пуанкаре и Д. Гильберта.



## **6. Математика в России и в СССР**

6.1. Математика в России до середины XIX века. Математические знания в допетровской Руси. Математика в Академии наук в XVIII веке. Школа Л. Эйлера. Реформы Александра I. Жизнь и творчество Н. И. Лобачевского.

Математика в России во второй половине XIX века. Реформы Александра II. Жизнь и творчество П. Л. Чебышева. Школа П. Л. Чебышева. Создание Московского математического общества и деятельность Московской философско-математической школы.

6.2. Математика в России и в СССР в XX веке. Организация математической жизни в стране накануне Первой мировой войны. Конфронтация Петербурга и Москвы. Рождение Московской школы теории функций действительного переменного. Математика в стране в первые годы Советской власти. Идеологические бури 30-х годов. Рождение Советской математической школы. Математические съезды и конференции, издания, институты. Ведущие математические центры. Творчество А. Н. Колмогорова.

химические загрязнения и проблема «самоубийственных» химических технологий. Социальные проблемы, общественные отношения и химический анализ. Формы собственности и развитие химии.

## **5. Форма промежуточной аттестации: кандидатский экзамен.**

## Аннотация дисциплины «Иностранный язык»

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Иностранный язык» относится к базовой части блока Б1.
2. Целью освоения дисциплины «Иностранный язык» является формирование у аспирантов необходимого для сдачи кандидатского экзамена уровня знаний, умений и навыков в области чтения, говорения, аудирования, перевода, аннотирования, реферирования и письма.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 часа.
4. Содержание дисциплины:

### 1. Виды речевой коммуникации

**1.1. Говорение.** Аспирант должен владеть подготовленной, а также неподготовленной монологической речью, уметь делать резюме, сообщения, доклад на иностранном языке; диалогической речью в ситуациях научного, профессионального и бытового общения в пределах изученного языкового материала и в соответствии с избранной специальностью.

**1.2. Аудирование.** Аспирант должен уметь понимать на слух оригинальную монологическую и диалогическую речь по специальности, опираясь на изученный языковой материал, фоновые страноведческие и профессиональные знания, навыки языковой и контекстуальной догадки.

**1.3. Чтение.** Аспирант должен уметь читать, понимать и использовать в своей научной работе оригинальную научную литературу по специальности, опираясь на изученный языковой материал, фоновые страноведческие и профессиональные знания и навыки языковой и контекстуальной догадки. Владеть всеми видами чтения (изучающее, ознакомительное, поисковое и просмотровое).

**1.4. Письмо.** Аспирант должен владеть умениями письма в пределах изученного языкового материала, в частности уметь составить план (конспект) прочитанного, изложить содержание прочитанного в форме резюме; написать сообщение или доклад по темам проводимого исследования.

### 2. Языковой материал

#### 2.1. Виды речевых действий и приемы ведения общения

При отборе конкретного языкового материала необходимо руководствоваться следующими функциональными категориями:

*Передача фактуальной информации:* средства оформления повествования, описания, рассуждения, уточнения, коррекции услышанного или прочитанного, определения темы сообщения, доклада и т.д.

*Передача эмоциональной оценки сообщения:* средства выражения одобрения/неодобрения, удивления, восхищения, предпочтения и т.д.

*Передача интеллектуальных отношений:* средства выражения согласия/несогласия, способности/неспособности сделать что-либо, выяснение возможности/невозможности сделать что-либо, уверенности/неуверенности говорящего в сообщаемых им фактах.

*Структурирование дискурса:* оформление введения в тему, развитие темы, смена темы, подведение итогов сообщения, инициирование и завершение разговора, приветствие, выражение благодарности, разочарования и т.д.;

владение основными формулами этикета при ведении диалога, научной дискуссии, при построении сообщения и т.д.

#### 2.2. Фонетика

Интонационное оформление предложения: словесное, фразовое и логическое ударения, мелодия, паузация; фонологические противопоставления, релевантные для изучаемого языка: долгота/краткость, закрытость/открытость гласных звуков, звонкость/глухость конечных согласных и т.п.

### **2.3. Лексика**

Лексический запас сдающего кандидатский экзамен должен составить не менее 5500 лексических единиц с учетом вузовского минимума и потенциального словаря, включая примерно 500 терминов профилирующей специальности.

### **2.4. Грамматика**

#### Английский язык

Порядок слов простого предложения. Сложное предложение: сложносочиненное и сложноподчиненное предложения. Союзы и относительные местоимения. Эллиптические предложения. Бессоюзные придаточные. Употребление личных форм глагола в активном и пассивном залогах. Согласование времен. Функции инфинитива: инфинитив в функции подлежащего, определения, обстоятельства. Синтаксические конструкции: оборот «дополнение с инфинитивом» (объектный падеж с инфинитивом); оборот «подлежащее с инфинитивом» (именительный падеж с инфинитивом); инфинитив в функции вводного члена; инфинитив в составном именном сказуемом (*be + инф.*) и в составном модальном сказуемом; оборот «*for + smb. To do smth.*»), Сослагательное наклонение. Модальные глаголы. Модальные глаголы с простым и перфектным инфинитивом. Атрибутивные комплексы (цепочки существительных). Эмфатические (в том числе инверсионные) конструкции в форме *Continuous* или пассива; инвертированное придаточное уступительное или причины; двойное отрицание. Местоимения, слова-заместители (*that (of), those (of), this, these, do, one, ones*), сложные и парные союзы, сравнительно-сопоставительные обороты (*as...as, not so...as, the...the*).

#### Французский язык

Порядок слов простого предложения. Сложное предложение: сложносочиненное и сложноподчиненное предложения. Союзы. Употребление личных форм глаголов в активном залоге. Согласование времен. Пассивная форма глагола. Возвратные глаголы в значении пассивной формы. Безличные конструкции. Конструкции с инфинитивом: *avoir à + infinitif, être à + infinitif, laisser + infinitif, faire + infinitif*. Неличные формы глагола: инфинитив настоящего и прошедшего времени; инфинитив, употребляемый с предлогами; инфинитивный оборот. Причастие настоящего времени; причастие прошедшего времени; деепричастие; сложное причастие прошедшего времени. Абсолютный причастный оборот. Условное наклонение. Сослагательное наклонение. Степени сравнения прилагательных и наречий. Местоимения: личные, относительные, указательные; местоимение среднего рода *le*, местоимения-наречия *en* и *y*.

#### Немецкий язык

Простые распространенные, сложносочиненные и сложноподчиненные предложения. Рамочная конструкция и отступления от нее. Место и порядок слов придаточных предложений. Союзы и корреляты. Бессоюзные придаточные предложения. Распространенное определение. Причастие I с *zu* в функции определения. Приложение. Степени сравнения прилагательных. Указательные местоимения в функции замены существительного. Однородные члены предложения разного типа. Инфинитивные и причастные обороты в различных функциях. Модальные конструкции *sein* и *haben + zu + infinitiv*. Модальные глаголы с инфинитивом I и II актива и пассива. Конъюнктив и кондиционалис в различных типах предложений. Футурум I и II в модальном значении. Модальные слова. Функции пассива и конструкции *sein + Partizip II* (статива). Трехчленный, двучленный и одночленный (безличный пассив). Сочетания с послелогом, предлогами с уточнителями. Многозначность и синонимия союзов, предлогов, местоимений, местоименных наречий и т.д. Коммуникативное членение предложения и способы его выражения.

**5. Форма промежуточной аттестации:** кандидатский экзамен.

**Аннотация дисциплины  
«Педагогика и психология высшей школы»**

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Педагогика и психология высшей школы» относится к обязательным дисциплинам вариативной части блока Б1.
2. Основной целью освоения дисциплины «Педагогика и психология высшей школы» является подготовка к преподавательской деятельности, в том числе:
  - формирование представлений об особенностях педагогической деятельности в высшей школе;
  - приобретение знаний по педагогике и психологии высшей школы: формирование мотивации учения, управление познавательной деятельностью обучающихся.
  - изучение общих принципов организации учебного процесса в высшей школе.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 часов.
4. Содержание дисциплины:

*Тема 1: Цели и задачи высшей школы на современном этапе.*

Тенденции развития современного высшего образования в России.

Подходы к определению целей образования: обучение как формирование опыта; обучение как формирование личности профессионала.

Модель личности профессионала: профессиональная направленность, профессиональный опыт, профессионально-важные качества, индивидуальный стиль деятельности. Этапы формирования профессионала, цели и задачи работы на каждом этапе. Классификация методов обучения и воспитания в вузе.

Нормативное обеспечение образовательного процесса в высшей школе. Федеральный государственный образовательный стандарт: его структура и содержание.

*Тема 2: Технология знаково-контекстного подхода А.А.Вербицкого.*

Учебная деятельность. Противоречия учебной и профессиональной деятельности. Контекстное обучение. Информация и знание. Основные принципы контекстного обучения. Модель динамического движения деятельности в контекстном обучении. Два этапа и три вида учебной деятельности: учебная деятельность академического типа, квазипрофессиональная деятельность, учебно-профессиональная деятельность. Педагогические технологии контекстного обучения. Активные методы обучения: обмен вопросами в малых группах, анализ ситуаций профессиональной деятельности, кейс-метод, деловые игры, разработка проектов и мини-проектов, взаимодействие подгрупп с ранней ролевой определенностью, дискуссии, демонстрации с привлечением студентов, социально-психологический тренинг.

*Тема 3: Мотивы учения.*

Структура учебной деятельности. Концепции мотивации учебной деятельности. Виды мотивов учения: познавательные и социальные мотивы. Формирование мотивов учения. Мотивация на изучение предмета, мотивация на выполнение отдельных заданий. Методические приемы: связь с практикой, ориентация на успех, принцип выбора заданий, связь с другими областями знаний, разъяснение учебных целей, личностная и профессиональная значимость целей, использование активных методов обучения, методическое разнообразие.

*Тема 4: Психолого-педагогические аспекты организации учебной деятельности студентов.*

Лекция как форма учебной деятельности в высшей школе. Виды лекций. Лекторское мастерство. Условия превращения лекции в интерактивную. Имидж преподавателя. Практи-

ческие занятия. Формы проведения семинаров. Психолого-педагогические цели семинарских занятий. Семинар рефератов. Семинар по типу круглого стола. Психологические контакты с аудиторией: личностный, эмоциональный, познавательный контакт. Психологические барьеры, условия преодоления барьеров. Учет познавательных возможностей слушателей. Управление вниманием аудитории. Восприятие и понимание учебного материала. Организация запоминания. Развитие мышления студентов. Организация самостоятельной работы студентов: формы и методы. Формы контроля. Понятие фонда оценочных средств и его разработка. Виды оценочных средств. Проведение зачетов и экзаменов.

*Тема 5: Воспитательная работа*

Роль воспитательной работы со студентами. Психологическая характеристика студенчества как социальной группы: ценностные ориентации, интересы, профессиональные планы. Возрастно-психологические особенности студентов. Психологические характеристики студенческой группы.

*Тема 6: Учебно-методическая работа в ВУЗе*

Методическое обеспечение учебного процесса в ВУЗе. Основная образовательная программа и ее структура. Учебный план. Рабочая программа дисциплины и ее содержание. Проектирование и разработка рабочих программ дисциплин. Технологии анализа учебного занятия. Методика разработки учебных занятий.

*Тема 7: На итоговой консультации разбираются выполненные аспирантами задания для самостоятельной работы по темам дисциплины (в том числе и тест для самопроверки по дисциплине), преподаватель отвечает на вопросы аспирантов.*

**5. Форма промежуточной аттестации: зачет.**

## **Аннотация дисциплины «Стилистика научной речи»**

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Стилистика научной речи» относится к факультативным дисциплинам.
2. Целью освоения дисциплины является повышение имеющегося у аспирантов уровня практического владения современным русским литературным языком и усовершенствование навыков создания устных и письменных текстов, принадлежащих к различным жанрам научного стиля речи.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.
4. Содержание дисциплины:

### **1. Научный стиль русского литературного языка. Общая характеристика, языковые признаки.**

Понятие функционального стиля. Понятие стилистической окраски. Научный стиль как функциональная разновидность литературного языка. Культура научной и профессиональной речи. Жанры научного стиля. Первичные и вторичные научные тексты. Аннотация и реферат как основные виды вторичных текстов.

### **2. Культура речи. Нормы современного русского литературного языка.**

Понятие культуры речи. Нормативный аспект культуры речи. Лексические, грамматические и стилистические нормы. Нарушения норм, наиболее часто встречающиеся в научных текстах разных жанров.

### **3. Библиографическое описание.**

Библиографическое описание и его элементы. Библиографические ссылки и списки: виды и особенности оформления. Нормативные документы, используемые при составлении библиографического описания, библиографических ссылок.

5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.

## Аннотация дисциплины «Этика науки»

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Этика науки» относится к факультативным дисциплинам.
2. Целью освоения дисциплины является формирование целостного философски осмысленного представления об этике науки как одной из важнейших характеристик всей современной научной деятельности.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 часа.
4. Содержание дисциплины:

1. Этика как наука о морали. Основания морали.

Происхождение этики. Специфика этического познания. Проблема обоснования морали. Мораль и нравы. Метаэтика. Формирование прикладной этики. Наука как объект изучения этики. Роль научной этики в современной российской науке.

2. Становление этики науки.

Разделение наук о природе и наук о духе в неокантианстве. Ценностная основа наук о духе. Представление о ценностной нейтральности и самодостаточности науки в 1-й половине XX века. Моральная рефлексия о науке во 2-й половине XX века. Плюрализм точек зрения на соотношение науки и этики в наше время. Наука и этика в эпоху глобализации.

3. Современная профессиональная этика.

Этика науки и этика ученого. Условия возникновения и функции профессиональной этики. Связь профессионализма и нравственности. Этика науки в системе профессиональной этики. Кодексы профессиональной этики, их взаимосвязь с универсальными требованиями морали.

4. Структура научной деятельности в ценностно-этическом контексте.

Знание как ценность. Идеал научности: различные понимания. Ценности научного поиска. Гуманистические ценности науки: бескорыстность, правдивость, толерантность, идея служения обществу. Культурно-мировоззренческая функция науки в социуме.

5. Этика и деонтология науки. Этические проблемы науки XXI века.

Этика науки и этика частных наук. Соотношение универсальных моральных требований, общенаучных моральных требований и норм частных наук. Различия в ценностном и нормативном аспекте точных, естественных и гуманитарных наук. Условия и предпосылки появления прикладной этики. Необходимость морального контроля областей знания, касающихся жизни и благополучия людей. Биоэтика. Биомедицинская этика. Политическая этика. Понятие и виды глобальных проблем человечества. Роль науки в их возникновении и осмыслении. Наука и экологический кризис. Экологическая этика. Этическое осмысление процессов глобализации и угроз, связанных с ней (терроризм, массовая миграция, бедность, эпидемии и т.д.).

6. Проблемы свободы и социальной ответственности в этике и деонтологии.

Понятие ответственности в этике; виды ответственности. Необходимые моральные ограничения науки как вида человеческой деятельности. Возможность различного использования научных результатов. Этика науки и этика технологии. Ответственность ученого перед человечеством, страной, научным сообществом, научной школой. Национальная принадлежность и космополитизм ученого.

7. Этика ученого сообщества.

Моратории на различные виды научных исследований. Запрет негуманных методов проведения экспериментов. Запрет социальноопасных исследований. Идеологическая нейтральность.

Признание заслуг конкурентов и коллег. Необходимость публичного признания ошибок. Нормы этикета в научном сообществе. Научные школы, направления, корпорации. Правила научного общения, дискуссии, полемики.

**5. Форма промежуточной аттестации:** зачет.



**Аннотация дисциплины**  
**«Электронное обучение и дистанционные образовательные технологии»**

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Электронное обучение и дистанционные образовательные технологии» относится к обязательным дисциплинам вариативной части блока Б1.

**2. Цели освоения дисциплины**

Ознакомление с компьютерными методами формирования информационно-образовательной среды и применением электронного обучения и дистанционных технологий

3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетные единицы, 108 часов.

**4. Содержание дисциплины:**

**1. Информационно-образовательная среда учебного процесса.** Формирование понятия электронной информационно-образовательной среды. Применяемые модели. Информационно-образовательное пространство, построенное с помощью интеграции информации на традиционных и электронных носителях, компьютерно-телекоммуникационных технологиях взаимодействия, включающее в себя виртуальные библиотеки, распределенные базы данных, учебно-методические комплексы и расширенный аппарат дидактических подходов

**2. Компьютерные технологии в образовательном процессе.** Применения компьютерных технологий в образовательном процессе. Компьютерное тестирование. Информационное обеспечение и иллюстративная поддержка образовательного процесса. Электронные обучающие системы. Виртуальный практикум

**3. Электронный учебный контент: жанры.** Курсы для ВУЗовского образования. Корпоративные курсы. Курсы для поддержки очных и заочных тренингов. Курсы широкого профиля для коммерческой продажи. Курсы от вендоров («Основы фотошопа») и др.

**4. Структура электронной обучающей системы.** Структура электронной обучающей системы. Современное состояние электронных обучающих комплексов. Параметры, определяющие качество системы. Примеры реализации.

**5. Виртуальный практикум.** Виртуальный практикум. Компьютерные симуляторы. Примеры реализации.

**6. Структура применения современной электронной обучающей системы.** Структура применения современной электронной обучающей системы. Обучающая траектория. Методическое сопровождение.

**7. Разработка электронного ресурса.** Разработка электронного ресурса. Подходы и среды. Состав команды. Оформление. Создание и применение отдельных компонентов. Создание гипертекстовых документов. Специализированные среды.

**8. Специализированные среды. Moodle. WebTutor.** Moodle – модулярная объектно-ориентированная динамическая обучающая среда. Участники образовательного процесса. Порог доступности для различных групп. Виды ресурсов теоретической части курса. Виды ресурсов практической части. Доступ к системе. Разработка и использование образовательных ресурсов в среде Moodle. WebTutor – возможности применения.

**5. Форма промежуточной аттестации:** зачет.

**Аннотация дисциплины**  
**«Дискретная математика и математическая кибернетика»**

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Дискретная математика и математическая кибернетика» относится к обязательным дисциплинам вариативной части блока Б1.
2. Целями освоения дисциплины «Дискретная математика и математическая кибернетика» являются:
  - усвоение аспирантами знаний из основных разделов современной дискретной математики, о методах и аппарате дискретной математики, о подходах к разработке алгоритмов и о способах оценки сложности их выполнения;
  - изучение вопросов применения понятий и методов дискретной математики в математике и ее приложениях;
  - формирование у аспирантов общей математической культуры.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единиц, 216 часов.
4. Содержание дисциплины:

### **1. Математическое программирование**

1. Теоремы о достижении нижней грани функции (функционала) на множестве (в евклидовых пространствах, в метрических пространствах, в гильбертовых пространствах).
2. Выпуклые множества, выпуклые функции, сильно выпуклые функции, их свойства.
3. Критерии оптимальности в гладких выпуклых задачах минимизации.
4. Правило множителей Лагранжа.
5. Теорема Куна-Таккера, двойственная задача, ее свойства.
6. Метод проекции градиента (в евклидовых пространствах, в гильбертовом пространстве).
7. Метод Ньютона.
8. Метод покоординатного спуска.
9. Метод штрафных функций.
10. Метод барьерных функций.
11. Метод динамического программирования.
12. Устойчивость задач оптимизации. Метод стабилизации (регуляризация по Тихонову).
13. Линейное программирование. Симплекс-метод. Двойственные задачи линейного программирования.

### **2. Исследование операций, теория игр**

1. Антагонистические игры. Матричные игры, теорема о минимаксе.
2. Выпукло-вогнутые антагонистические игры. Теорема существования седловой точки.
3. Бескоалиционные игры  $n$  лиц. Равновесие по Нэшу.
4. Принцип гарантированного результата. Минимаксные задачи.
5. Многокритериальная оптимизация. Оптимальность по Парето. Лексикографический подход.
6. Кооперативные игры ( $s$ -ядро, вектор Шепли).
7. Задача распределения ресурсов (модель Гросса, принцип уравнивания Гермейера).

8. Иерархические игры.
9. Потоки в сетях (теорема Форда-Фалкерсона, задача и алгоритмы поиска кратчайшего пути в графе, задача составления расписаний, транспортная задача).

### **3. Оптимальное управление**

1. Постановка задач оптимального управления, их классификация.
2. Принцип максимума Понтрягина. Краевая задача принципа максимума.
3. Линейная задача быстрогодействия, ее свойства (существование решения, число переключений).
4. Принцип максимума и вариационное исчисление.
5. Управляемость и наблюдаемость в линейных системах, их взаимосвязь (взаимодвойственность). Теоремы Калмана, Красовского.
6. Метод динамической регуляризации в задаче наблюдения.
7. Дифференциальные игры.

### **4. Дискретная оптимизация**

1. Целочисленное линейное программирование (метод Гомори, свойства унимодулярности матрицы ограничений).
2. Метод ветвей и границ (на примере задач целочисленного или булева линейного программирования).
3. Временная сложность решения задач дискретной оптимизации. Основные классы сложности (P, NP, NPC).
4. NP-трудные задачи (задача о рюкзаке, задача коммивояжера).

### **5. Теория функциональных систем**

1. Проблема полноты. Теорема о полноте систем функций двузначной логики.
2. Алгоритм распознавания полноты систем функций k-значной логики.
3. Теорема Слупецкого.
4. Особенности k-значных логик.
5. Автоматы. Регулярные события и их представление в автоматах.
6. Эксперименты с автоматами.
7. Алгоритмическая неразрешимость проблемы полноты для автоматов.
8. Вычислимые функции. Эквивалентность класса рекурсивных функций и класса функций, вычислимых на машинах Тьюринга.
9. Алгоритмическая неразрешимость проблемы эквивалентности слов в ассоциативных исчислениях.

### **6. Комбинаторный анализ и теория графов**

1. Основные комбинаторные числа.
2. Оценки и асимптотики для комбинаторных чисел.
3. Графы и сети. Оценки числа графов и сетей различных типов.
4. Плоские и планарные графы. Формула Эйлера для плоских графов. Необходимые условия планарности в теореме Понтрягина-Куратовского (без доказательства достаточности).
5. Экстремальная теория графов. Теорема Турана.
6. Теорема Рамсея.

### **7. Теория кодирования**

1. Алфавитное кодирование. Критерии однозначности декодирования. Неравенство Крафта-Макмиллана.
2. Оптимальное кодирование. Построение кодов с минимальной избыточностью.

3. Самокорректирующиеся коды. Граница упаковки. Коды Хемминга, исправляющие единичную ошибку.
4. Конечные поля и их основные свойства.
5. Коды Боуза—Чоудхури—Хоквингема.

## **8. Управляющие системы**

1. Понятие управляющей системы.
2. Основные модельные классы управляющих систем: дизъюнктивные нормальные формы, формулы, контактные схемы, схемы из функциональных элементов, автоматы, машины Тьюринга, операторные алгоритмы.
3. Основные проблемы теории управляющих систем.

## **9. Дизъюнктивные нормальные формы**

1. Проблема минимизации булевых функций. Дизъюнктивные нормальные формы (ДНФ). Постановка задачи в геометрической форме.
2. Локальные алгоритмы построения ДНФ. Построение ДНФ «сумма тупиковых» с помощью локального алгоритма.
4. Невозможность построения ДНФ «сумма минимальных» в классе локальных алгоритмов.

## **10. Синтез и сложность управляющих систем**

1. Асимптотически оптимальный метод синтеза схем из функциональных элементов.
2. Асимптотически оптимальный метод синтеза контактных схем.
3. Инвариантные классы и их свойства.
4. Синтез схем для функций из некоторых инвариантных классов.
5. Нижние оценки сложности реализации булевых функций параллельно-последовательными контактными схемами.
6. Нижние оценки сложности реализации булевых функций формулами в произвольном базисе.

## **11. Эквивалентные преобразования управляющих систем**

1. Эквивалентные преобразования формул двузначной логики.
2. Эквивалентные преобразования контактных схем.
3. Эквивалентные преобразования операторных алгоритмов.
4. Пример Линдона.

## **12. Надежность и контроль функционирования управляющих систем**

1. Построение надежных контактных схем из ненадежных контактов.
2. Логический подход к контролю исправности и диагностике неисправностей управляющих систем. Тесты.

## **13. Математическая экономика**

1. Модель межотраслевого баланса В.В. Леонтьева. Продуктивные матрицы. Критерии продуктивности. Теорема Фробениуса-Перрона. Свойства числа Фробениуса-Перрона. Теорема об устойчивости примитивных матриц.
2. Динамическая модель В.В. Леонтьева. Теорема о магистрали Моришимы. Экономическая интерпретация вектора Фробениуса - Перрона.
3. Линейные задачи оптимального распределения ресурсов. Экономическая интерпретация двойственности в задачах линейного программирования.

4. Модель Кокса-Росса-Рубинштейна. Оценка стоимости опциона.
5. Модель олигополистической конкуренции Курно. Теорема Нэша..
6. Модель Эрроу-Дебре. Конкурентное равновесие. Сведение вопроса о существовании конкурентного равновесия к решению задачи дополнителности. Замкнутость отображений спроса и предложения. Теорема Эрроу-Дебре.
7. Неподвижные точки. Теоремы Брауэра и Какутани. Лемма Гейла - Никайдо - Дебре. Теорема Фань-Цзы.
8. Оптимальность по Парето конкурентного равновесия (первая теорема теории благосостояния). Теорема Дебре (вторая теорема теории благосостояния). Сравнительная статика в моделях конкурентного равновесия.
9. Проблемы коллективного выбора. Парадокс Эрроу.
10. Индексы неравенства и кривая Лоренца. Теорема мажоризации.

**5. Форма промежуточной аттестации:** кандидатский экзамен.

## Аннотация дисциплины «Дискретизация непрерывных моделей»

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Дискретизация непрерывных моделей» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.
2. Целями дисциплины «Дискретизация непрерывных моделей» являются:
  - усвоение аспирантами знаний об основных подходах к математическому уточнению интуитивного понятия алгоритм, их эквивалентности, о методах доказательства алгоритмической неразрешимости проблем, о способах оценки сложности выполнения алгоритмов;
  - изучение вопросов применения понятий и методов теории алгоритмов в математике и ее приложениях, в частности, в исследованиях криптосистем;
  - формирование у аспирантов общей математической культуры.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 5 зачетных единиц, 180 часов.
4. Содержание дисциплины:

**Раздел 1.** Введение. Принципы построения и изучения курса. Краткое содержание. Роль иместо курса в формировании специалистов. Рекомендации по изучению курса, самостоятельной работе и литературе. О формах контроля и отчетности при изучении курса.

**Раздел 2.** Алгоритмы в интуитивном смысле. Примеры алгоритмов из различных разделов математики: алгебры, теории чисел, математической логики, математического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и т.д. Основные свойства алгоритмов. Дискретность, детерминированность, элементарность шагов и массовость алгоритмов.

**Раздел 3.** Уточнение понятия алгоритма. Необходимость математического уточнения интуитивного понятия алгоритма, примеры математических проблем, сформулированных в конце XIX - начале XX в., приведших к уточнению понятия алгоритма. Неразрешимые алгоритмические проблемы в теории алгоритмов, алгебре, математической логике, теории чисел, математическом анализе, топологии.

**Раздел 4.** Машины Тьюринга. Внешний и внутренний алфавиты, команды и программа машины Тьюринга. Различные варианты машин Тьюринга: многоленточные и одноленточные, с одномерной и многомерной лентой, с потенциально бесконечной в обе стороны лентой, с непродолжаемой влево лентой и т.д. Словарные алгоритмы, реализуемые машинами Тьюринга. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость по Тьюрингу. Вычислимость по Тьюрингу элементарных теоретико-числовых функций. Разрешимые и нерешимые множества слов. Операции над машинами Тьюринга. Композиция машин Тьюринга. Разветвление. Заикливание. Диаграммы машин Тьюринга. Циклический сдвиг, копирование. Тезис Тьюринга. Замкнутость класса правильно вычислимых по Тьюрингу функций относительно операций суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации. Тезис А.Тьюринга.

**Раздел 5.** Частично рекурсивные функции. Простейшие (исходные) функции. Операции суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации. Примитивно рекурсивные функции. Примеры примитивно рекурсивных теоретико-числовых функций.

Частично рекурсивные и рекурсивные функции, примеры. Операции над примитивными, рекурсивными и частично рекурсивными функциями. Тезис А. Черча. Нумерация пар и n-ок

натуральных чисел. Нумерационные функции. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества и предикаты. Теорема Э. Поста. Теорема о графике функции. Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.

**Раздел 6.** Арифметизация теории машин Тьюринга. Геделева нумерация слов в конечных и счетных алфавитах. Нумерация команд и программ машин Тьюринга. Нумерация конфигураций. Построение примитивно рекурсивных функций, описывающих работу машин Тьюринга.

Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции. Универсальные частично рекурсивные функции. Неразрешимость проблем останова, самоприменимости и бесмертия для машин Тьюринга. Нормальная форма С. Клини. Универсальные машины Тьюринга.

Неразрешимые алгоритмические проблемы. Неразрешимость проблемы выводимости для полусистем Туэ. Неразрешимость проблемы равенства для полугрупп и групп. Теоремы А.А. Маркова и С.И. Адяна об алгоритмической неразрешимости проблем распознавания полугрупповых и групповых свойств. Неразрешимые проблемы в математической логике.

**Раздел 7.** Сложность алгоритмов. Многоленточные машины Тьюринга: внешний и внутренний алфавиты, программы. Сложностные характеристики работы машины Тьюринга: временная (число шагов) и емкостная (объем памяти), связь между ними. Сложностные характеристики работы машины Тьюринга в худшем случае: временная и емкостная сигнализирующие функции (сложности, характеристики алгоритма), связь между ними. Сложностные классы. Другие сложностные характеристики.

**Раздел 8.** Недетерминированные машины Тьюринга. Недетерминированные многоленточные машины Тьюринга: внешний и внутренний алфавиты, программы. Классы P и NP. NP-трудные и NP-полные задачи. Теорема Кука об NP-полноте проблемы выполнимости для логики высказываний. Примеры NP-полных проблем из различных разделов математики: дискретной математики, теории булевых функций, математической логики, теории графов, алгебры, теории чисел, теории автоматов и языков и т.д.

**Раздел 9.** Трудноразрешимые задачи. Нижние оценки. Задачи, требующие экспоненциального времени и памяти (из теории автоматов и языков, из теории разрешимых элементарных теорий, например, теорема Рабина - Фишера о сложности разрешения арифметики Пресбургера и поля действительных чисел).

Неэлементарные задачи. Определение класса элементарных функций. Задачи, требующие неэлементарного времени для решения: из теории регулярных выражений, из математической логики (неэлементарность элементарной сингулярной (слабой) теории функции следования, неэлементарность элементарной теории свободной группы и т.д.).

**Раздел 10.** Неразрешимые алгоритмические проблемы в топологии, математическом анализе, теории дифференциальных уравнений. Значение существования алгоритмически неразрешимых проблем и трудно разрешимых проблем для математики и ее приложений.

**5. Форма промежуточной аттестации:** зачет.

## Аннотация дисциплины «Верификация программного обеспечения»

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Верификация программного обеспечения» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.
2. Цель дисциплины «Верификация программного обеспечения» – изучение общих основ моделирования программ, способов спецификации свойств программ, методов и приемов исследования свойств программ, анализа и доказательства корректности программ и их моделей.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.
4. Содержание дисциплины:
  1. **Дедуктивный анализ корректности программ на примере «простого» языка программирования.**  
Спецификация программ с помощью пред- и постусловий. Доказательство корректности программ относительно спецификации, инвариантов и ограничивающей функции. Построение инвариантов и ограничивающих функций.
  2. **Построение моделей параллельных и распределенных систем.**  
Асинхронные и синхронные процессы. Взаимодействие процессов. Структура Крипке. Метод проверки модели. Верификация моделей и теория автоматов. Автоматы над бесконечными словами. Структура Крипке как автомат Бюхи. Темпоральная логика линейного времени LTL. Формула LTL как обобщенный автомат Бюхи. Редукция автомата Бюхи для формулы LTL. Пересечение языков структуры Крипке и автомата Бюхи. Проверка пустоты автомата Бюхи. Проверка модели «на лету».
  3. **Верификация моделей для логики CTL.**  
Темпоральная логика CTL. Верификация моделей для CTL. Верификация моделей и неподвижные точки. Символьная верификация моделей для CTL. Двоичные диаграммы решений. Диаграммы ROBDD. Построение и манипуляция ROBDD.
  4. **Теория временных автоматов.**  
Временные автоматы Бюхи и Мюллера. Моделирование, спецификация и верификация систем реального времени с помощью временных автоматов.
  5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.



**Аннотация дисциплины**  
**«Геометрические вопросы комбинаторной оптимизации»**

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Геометрические вопросы комбинаторной оптимизации» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.
2. Цель освоения дисциплины «Геометрические вопросы комбинаторной оптимизации» состоит в изучении геометрической природы задач и алгоритмов комбинаторной оптимизации. Приводятся основные факты общей теории выпуклых многогранных множеств. Рассматривается унифицированная геометрическая интерпретация задач и алгоритмов. Изучаются комбинаторно-геометрические характеристики труднорешаемости задач. Проводится анализ многочисленных комбинаторных задач относительно их сложности.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.
4. Содержание дисциплины:
  - 1. Векторные, аффинные и евклидовы пространства**
    - 1.1. Определение линейной комбинации и линейной оболочки
    - 1.2. Определение линейной зависимости и линейной независимости векторов
    - 1.3. Определение линейного многообразия
    - 1.4. Определение аффинной комбинации и аффинной оболочки
    - 1.5. Определение гиперплоскости
  - 2. Выпуклые множества**
    - 2.1. Определение выпуклого множества
    - 2.2. Определение замкнутого / открытого полупространства
    - 2.3. Определение выпуклой комбинации и выпуклой оболочки
    - 2.4. Определение отделимых и строго отделимых множеств
    - 2.5. Определение опорной гиперплоскости
  - 3. Выпуклые многогранники. Теорема Вейля-Минковского**
    - 3.1. Определение многогранного множества (полиэдра)
    - 3.2. Определение выпуклого многогранника
    - 3.3. Теорема о гранях многогранника
    - 3.4. Определение вершины, ребра, фасеты многогранника
    - 3.5. Теорема Вейля-Минковского для выпуклых многогранников
    - 3.6. Определение выпуклого конуса
    - 3.7. Определение конической комбинации и конической оболочки
    - 3.8. Теорема Вейля-Минковского для конусов
    - 3.9. Теорема Вейля-Минковского для полиэдров
  - 4. Примеры выпуклых многогранников**
    - 4.1. Определение симплекса
    - 4.2. Определение  $k$ -смежностного многогранника
    - 4.3. Определение куба (гиперкуба)
    - 4.4. Определение простого многогранника

- 4.5. Определение кроссполитопа
- 4.6. Определение симплициального многогранника
- 5. Циклические многогранники**
  - 5.1. Теорема Штейница для трехмерных многогранников
  - 5.2. Определение циклического многогранника
  - 5.3. Теорема о  $\lfloor \frac{n}{2} \rfloor$  смежности циклического многогранника
- 6. Формула Эйлера-Пуанкаре**
  - 6.1. Теорема Эйлера
  - 6.2. Определение  $f$ -вектора многогранника
  - 6.3. Теорема Эйлера-Пуанкаре
- 7. Геометрическая интерпретация задач**
  - 7.1. Геометрическая постановка задачи коммивояжера
  - 7.2. Геометрическая постановка задачи о разрезе
  - 7.3. Геометрическая постановка задачи о назначениях
  - 7.4. Геометрическая постановка задачи сортировки
  - 7.5. Определение многогранника задачи
  - 7.6. Фундаментальная теорема линейного программирования
- 8. Конусные разбиения**
  - 8.1. Определения конуса решения задачи
  - 8.2. Определение конусного разбиения пространства
  - 8.3. Диаграмма Вороного
  - 8.4. Интерпретация задачи комбинаторной оптимизации применительно к конусному разбиению
  - 8.5. Теорема о размерности пересечения конусов
- 9. Линейные разделяющие деревья**
  - 9.1. Определение линейного разделяющего дерева задачи
  - 9.2. Определение бинарного разбиения пространства
  - 9.3. Теорема о связи линейных разделяющих деревьев и бинарных разбиений
  - 9.4. Теорема о необходимых сравнениях
- 10. Алгоритмы прямого типа**
  - 10.1. Теорема о попарносмежных выпуклых множествах
  - 10.2. Определение линейного разделяющего дерева прямого типа
  - 10.3. Теорема о высоте дерева прямого типа
  - 10.4. Геометрическая интерпретация алгоритма прямого типа
  - 10.5. Сложность задачи выбора наибольшего числа в массиве
- 11. Разрезной многогранник**
  - 11.1. Определение разрезного многогранника
  - 11.2. Теорема о 3-смежности разрезного многогранника
  - 11.3. Неотрицательное конусное разбиение пространства
  - 11.4. Граф конусного разбиения
  - 11.5. Граф конусного разбиения задачи о разрезе с неотрицательными весами
  - 11.6. Конусные разбиения пространства по множеству точек на сфере
- 12. Релаксационные многогранники**
  - 12.1. Корневой полуметрический многогранник
  - 12.2. Релаксационный многогранник задачи о разрезе

- 12.3. Теорема о полуцелых вершинах корневого полуметрического многогранника.
  - 12.4. Теорема об условии полиномиальной разрешимости задачи целочисленного программирования на корневом полуметрическом многограннике
  - 12.5. Решение задачи об ориентированном максимальном разрезе на корневом полуметрическом многограннике
5. **Форма промежуточной аттестации:** зачет.

## Аннотация дисциплины

### «Математические основы защиты информации и информационной безопасности»

**Направление** 01.06.01 Математика и механика

**Направленность (профиль)** «Дискретная математика и математическая кибернетика»

1. Дисциплина «Математические основы защиты информации и информационной безопасности» относится к дисциплинам по выбору вариативной части блока Б1.
2. Целями дисциплины «Математические основы защиты информации и информационной безопасности» является приобретение фундаментальных и профессиональных знаний, умений и навыков, содействует дальнейшей фундаментализации образования, развитию логического мышления и формированию математического и общенаучного мировоззрения. Целью изучения дисциплины является овладение базовыми понятиями и методами в области защиты информации, прежде всего криптографическими методами, овладение современным математическим аппаратом, используемым в криптографии для дальнейшего использования в приложениях.
3. Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетные единицы, 144 часа.
4. Содержание дисциплины:

#### **1. Методы и системы защиты информации**

*1.1. Законодательные и правовые основы защиты компьютерной информации информационных технологий.*

Безопасность информационных ресурсов и документирование информации; государственные информационные ресурсы; персональные данные о гражданах; права на доступ к информации; разработка и производство информационных систем; вычислительные сети и защита информации; нормативно-правовая база функционирования систем защиты информации; компьютерные преступления и особенности их расследования; российское законодательство по защите информационных технологий; промышленный шпионаж и законодательство, правовая защита программного обеспечения авторским правом.

*1.2. Проблемы защиты информации в информационных системах.*

Меры по обеспечению сохранности информации и угрозы ее безопасности в информационных системах; основные задачи обеспечения безопасности информации в информационных системах; защита локальных сетей и операционных систем; интеграция систем защиты; Internet в структуре информационно-аналитического обеспечения информационных систем; рекомендации по защите информации в Internet.

*1.3. Содержание системы средств защиты компьютерной информации в информационных системах.*

Защищенная информационная система и система защиты информации; принципы построения систем защиты информации и их основы; законодательная, нормативно-методическая и научная база системы защиты информации; требования к содержанию нормативно-методических документов по защите информации; научно-методологический базис, стратегическая направленность и инструментальный базис защиты информации;

структура и задачи (типовой перечень) органов, выполняющих защиту информации; организационно-правовой статус службы информационной безопасности; организационно-технические и режимные меры; политика безопасности: организация секретного делопроизводства и мероприятий по защите информации; программно-технические методы и средства защиты информации; программно-аппаратные методы и средства ограничения доступа к компонентам компьютера; типы несанкционированного доступа и условия работы средств защиты; вариант защиты от локального несанкционированного доступа и от удаленного ИСД; средства защиты, управляемые модемом, надежность средств защиты.

## **2 . Информационная безопасность**

### *2.1.Изучение традиционных симметричных криптосистем.*

Основные этапы становления криптографии.

Теоретические основы криптографии: основные понятия и определения; общее понятие шифра, алгебраическая и вероятностная модели шифра; простейшие исторические шифры и их криптоанализ; основные классы шифров и их свойства: шифры перестановки и шифры замены; шифр перестановки «скитала»; шифрующие таблицы; применение магических квадратов; шифры простой замены; полибианский квадрат; система шифрования Цезаря; система шифрования Вижинера; шифр «двойной квадрат» Уитстона; одноразовая система шифрования; шифрование методом Вернама; роторные машины; шифрование методом гаммирования; методы генерации псевдослучайных последовательностей чисел.

### *2.2.Применение симметричных криптосистем для защиты компьютерной информации в информационных системах.*

Блочные системы шифрования: изучение американских стандартов шифрования данных DES и AES;

основные режимы работы алгоритмов DES и AES;

отечественные стандарты шифрования данных ГОСТ 28147-89 и ГОСТ Р 34.12-2015;

режимы работы блочных шифров ГОСТ Р 34.13-2015: режим простой замены; режим гаммирования; режим гаммирования с обратной связью; режим выработки имитовставки; сравнение блочных и поточных шифров; надежность шифров.

### *2.3.Применение ассиметричных криптосистем для защиты компьютерной информации в информационных системах.*

Концепция криптосистемы с открытым ключом;

однаправленные функции;

системы шифрования с открытым ключом: криптосистема шифрования данных RSA (процедуры шифрования и расшифрования в этой системе); безопасность и быстродействие криптосистемы RSA;

схемашифрования Полига-Хеллмана;

схема шифрования Эль-Гамала, комбинированный метод шифрования.

### *2.4.Методы идентификации и проверки подлинности пользователей компьютерных систем.*

Основные понятия и концепции;

идентификация и механизмы подтверждения подлинности пользователя;

взаимная проверка подлинности пользователей;

протоколы идентификации с нулевой передачей знаний; упрощенная схема идентификации с нулевой передачей знаний;

проблема аутентификации данных и электронная цифровая подпись;

однаправленные хэш-функции; алгоритм безопасного дешифрования SHA; однаправленные хэш-функции на основе симметричных блочных алгоритмов; отечественный стандарт хэш-функции ГОСТ Р 34.11-2012;

алгоритм цифровой подписи RSA;

алгоритм цифровой подписи Эль Гамала (EGSA); алгоритм цифровой подписи DSA; отечественные стандарты цифровой подписи ГОСТ Р 34.10-94 и ГОСТ Р 34.10-2012; протоколы распределения ключей.

#### *2.5. Защита компьютерных систем от удаленных атак через сеть Internet.*

Режим функционирования межсетевых экранов и их основные компоненты; маршрутизаторы; шлюзы сетевого уровня; усиленная аутентификация; основные схемы сетевой защиты на базе межсетевых экранов; применение межсетевых экранов для организации виртуальных корпоративных сетей; программные методы защиты.

#### *2.6. Изучение существующих аппаратно-программных средств криптографической защиты компьютерной информации серии КРИПТОН.*

Основные элементы средств защиты сети от несанкционированного доступа; устройства криптографической защиты данных; контроллер смарт-карт SCAT-200; программно-аппаратная система защиты от НСД КРИПТОН-ВЕТО; защита от НСД со стороны сети абонентское шифрование и ЭЦП; шифрование пакетов, аутентификация, защита компонентов ЛВС от НСД; защита абонентского пункта, маршрутизаторов и устройств контроля; технология работы с ключами.

#### *2.7. Методы защита программ от изучения и разрушающих программных воздействий (программных закладок и вирусов).*

Классификация способов защиты; защита от отладок и дизассемблирования; способы встраивания защитных механизмов в программное обеспечение; понятие разрушающего программного воздействия; модели взаимодействия прикладной программы и программной закладки; методы перехвата и навязывания информации; методы внедрения программных закладок; компьютерные вирусы как особый класс разрушающих программных воздействий; защита от РПВ; понятие изолированной программной среды.

#### *2.8. Комплексная защита процесса обработки информации в компьютерных системах на основе стохастической интеллектуальной информационно-технологии.*

Возможности СИИТ для обеспечения комплексной защиты программ в момент их выполнения и данных при их обработке в компьютере; метод верификации программного обеспечения для контроля корректности, реализуемости и защиты от закладок; разработка транслятора исходного текста программ, обеспечивающего их защиту на логическом (алгоритмическом) и физическом уровне от НСД, программных закладок и вирусов; метод защиты от НСД и разрушающих программных воздействий процесса хранения, обработки информации; защита арифметических вычислений в компьютерных системах; основные направления создания защищенных компьютерных систем нового поколения на основе СИИТ.

### **5. Форма промежуточной аттестации: зачет.**