МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра цифровых технологий и машинного обучения

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета
_____ И.С. Огнев
(подпись)

«17» мая 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
«Цифровая фильтрация»

Направление подготовки
03.03.03 Радиофизика

Направленность (профиль)
Телекоммуникационные системы и технологии

Форма обучения
очная

Программа одобрена
на заседании кафедры
от «28» апреля 2022 года, протокол № 9

Программа одобрена НМК
физического факультета
протокол № 5 от «11» мая 2022 года

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины «Цифровая фильтрация» является подготовка студентов по вопросам анализа и синтеза цифровых фильтров, а также их применения для обработки цифровых сигналов.

В процессе преподавания дисциплины решаются следующие задачи:

- изучение основных этапов проектирования цифровых фильтров (ЦФ); синтез и анализ ЦФ и их математическое описание в виде структур;
- изучение принципов построения многоскоростных систем ЦОС;
- изучение основ теории вейвлет-преобразования;
- изучение основ теории адаптивной фильтрации цифровых сигналов;
- ознакомление с базовыми вопросами обработки цифровых изображений;
- изучение современных средств компьютерного моделирования базовых методов и алгоритмов цифровой обработки сигналов (ЦОС).

2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Основы беспроводных телекоммуникаций» относится к блоку Б1 и является курсом по выбору.

Для изучения дисциплины требуется знание основ теории сигналов и теории цепей дискретного времени, изучаемых в дисциплинах «Цифровые цепи и сигналы» и «Динамика цифровых колебательных систем». Формируемые навыки в ходе освоения дисциплины «Цифровая фильтрация» на этапах дальнейшего обучения могут являться средством выполнения научных работ.

В свою очередь данная дисциплина, помимо самостоятельного значения, является вспомогательной для дисциплин «Цифровые следящие системы», «Цифровая обработка сигналов».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-1. Способен осуществлять сбор и обработку исходных данных для решения поставленных профессиональных задач в области радиофизики, осуществлять поиск, анализ и выбор методов их решения	ИД_ПК-2.3 Проводит теоретические исследования телекоммуникационных устройств, систем и сетей.	Знать: – методы математического описания линейных дискретных систем; – основные этапы проектирования цифровых фильтров; – основные методы синтеза и анализа частотно-избирательных цифровых фильтров; – методы математического описания цифровых фильтров в виде структуры; – принципы построения систем интерполяции и децимации, а также банков фильтров; – основы теории вейвлет-преобразования; – основы теории адаптивной фильтрации; – базовые элементы теории цифровой обработки изображений. Уметь: – объяснять математическое описание линейных дискретных систем в виде алгоритмов; – выполнять компьютерное моделирование линейных дискретных систем на основе их математического описания; – задавать требования к частотным характеристикам цифровых фильтров; – обосновывать выбор типа цифрового фильтра, КИХ- или БИХ-фильтра; – синтезировать цифровой фильтр и анализировать его характеристики средствами компьютерного моделирования; – обосновывать выбор структуры цифрового фильтра; – объяснять принципы построения систем интерполяции и децимации, а также банков фильтров; – объяснять принципы построения систем на базе вейвлет-преобразования и теории адаптивной фильтрации. Владеть навыками: построения, анализа и компьютерного моделирования систем цифровой обработки сигналов.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетных единицы, 72 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)* *Формы ЭО и ДОТ (при наличии)*
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Введение в цифровые фильтры	7	2					1	Тестирование
2	Специальные типы цифровых фильтров	7	4					1	Тестирование, задание для самостоятельной работы
3	Синтез КИХ-фильтров	7	2		6			2	Задание для самостоятельной работы
4	Синтез БИХ-фильтров	7	2		6			2	Задание для самостоятельной работы
5	Интерполяция, децимация и банки фильтров	7	2		6			2	Задание для самостоятельной работы
6	Теория вейвлет-преобразования	7	2		7	3		2	
7	Теория адаптивной фильтрации	7	1		7	2		2	
8	Фильтрация и улучшение изображений (опционально)	7	1					2	
	Всего		**16**		**32**	**5**			
		7					0,3	1,7	Зачет
	Всего с зачетом		**17**		**34**	**5**	**0,3**	**15,7**	

Содержание разделов дисциплины:

Тема № 1

Введение в цифровые фильтры

Общие положения, математический аппарат, классификации цифровых фильтров. БИХ- и КИХ-фильтры (достоинства и недостатки). Свертка (периодическая и линейная,

свойства свертки). Передаточная функция, АЧХ, ФЧХ, импульсная характеристика, переходная характеристика.

Определение цифрового фильтра в широком и узком смысле. Способы реализации цифровых фильтров. Процесс проектирования цифровых фильтров. Способы задания требований к цифровым фильтрам.

Тема № 2

Специальные типы цифровых фильтров

Групповая задержка, фазовая задержка. КИХ-фильтры с линейной ФЧХ (доказательство симметричности и антисимметричности импульсной характеристики для случая КИХ-фильтров с линейной ФЧХ, фильтры типа 1, типа 2, типа 3, типа 4, их достоинства и недостатки, расположение нулей КИХ-фильтров с линейной фазой). Всепропускающие фильтры, их свойства и применение. Минимально-фазовые и максимально-фазовые системы. Системы с обратной связью.

Тема № 3

Синтез КИХ-фильтров

Требования, предъявляемые при синтезе частотно-избирательных КИХ-фильтров (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ). Методы синтеза КИХ-фильтров (метод окон, метод частотной выборки, метод Паркса-Макклеллана).

Синтез КИХ-фильтров методом окон (общая формулировка, определение окна, этапы синтеза, явление Гиббса, общие свойства и характеристики окон, примеры оконных функций, достоинства и недостатки метода). Оптимальное окно Кайзера (суть оптимальности, параметры, определяющие окно).

Постановка задачи оптимального синтеза. Мера близости. Чебышёвская мера близости. Среднеквадратическая мера близости. Основные этапы оптимального синтеза цифровых фильтров. Синтез КИХ-фильтров методом Паркса-Макклеллана (общая формулировка метода, теорема чередования, алгоритм замены Ремеза, достоинства и недостатки алгоритма Паркса-Макклеллана).

Тема № 4

Синтез БИХ-фильтров

Методы синтеза БИХ-фильтров (синтез БИХ-фильтров на основе аналоговых фильтров прототипов и синтез БИХ-фильтров в цифровой области). Способы задания спецификаций для синтеза БИХ-фильтров.

Аналоговые фильтры прототипы. Фильтр Баттерворта (квадрат АЧХ, передаточная функция, нули и полюса, частота среза и ее нахождение через спецификации фильтра, этапы синтеза фильтра, вывод формулы на вычисление порядка фильтра). Фильтры Чебышёва типа 1 и типа 2 (полиномы Чебышёва и их свойства, квадрат АЧХ, передаточная функция, нули и полюса, частота среза, этапы синтеза фильтра, вывод формулы на вычисление порядка фильтра). Эллиптический фильтр или фильтр Золотарева-Кауэра (эллиптические функции Якоби и их свойства, квадрат АЧХ, суть оптимальности фильтра, формула для вычисления порядка фильтра).

Синтез БИХ-фильтров на основе аналоговых фильтров прототипов. Свойства отображения, преобразовывающего аналоговый фильтр в цифровой. Два способы перехода от аналогового ФНЧ к желаемому цифровому, частотно-избирательному фильтру: ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ. Метод инвариантного преобразования импульсной характеристики (общая формулировка).

Билинейное z-преобразование (общая формулировка, графическая интерпретация, конформное отображение, свойства, соотношение между частотными шкалами

аналогового и цифрового фильтров, достоинства и недостатки метода, этапы синтеза цифрового фильтра на основе данного метода).

Синтез БИХ-фильтров в цифровой области. Метод размещения нулей и полюсов (общая формулировка, достоинства и недостатки, пример синтеза цифрового фильтра на основе данного метода).

Тема № 5

Интерполяция, децимация и банки фильтров

Методы изменения частоты дискретизации. Цепи децимации с целочисленным коэффициентом *M*. Проектирование и реализация дециматора. Цепи интерполяции с целочисленным коэффициентом *L*. Проектирование и реализация интерполятора. Цепи преобразования частоты с рациональным коэффициентом *L/M*.

Многоскоростные тождества. Банки фильтров. Равномерный банк фильтров. *L*-полосный КИХ-фильтр. Двухканальный банк фильтров (структурная схема, вывод условия точного восстановления).

Тема № 6

Теория вейвлет-преобразования

Основные проблемы практического использования преобразования Фурье. Определение вейвлета. Построение вейвлет-базиса. Непрерывное вейвлет-преобразование. Диадное вейвлет-преобразование. Основные признаки вейвлета. Основные свойства вейвлет-анализа. Дискретное вейвлет-преобразование и его связь с кратномасштабным анализом. Масштабирующая функция. Вейвлет-функция. Быстрое вейвлет-преобразование. Частотный подход к выполнению вейвлет-преобразования (алгоритм Малла). Идеология построения алгоритма фильтрации на основе вейвлет-преобразования (основные этапы и параметры).

Тема № 7

Теория адаптивной фильтрации

Адаптивный фильтр. Основные компоненты, входящие в состав адаптивного фильтра. Алгоритм быстрейшего спуска. Адаптивный алгоритм наименьших квадратов и его сходимость. Поверхность производительности. Примеры приложений адаптивной обработки сигналов (задача системной идентификации, задача подавления узкополосной помехи в широкополосном сигнале, задача подавления широкополосной помехи на основе адаптивного самонастраивающегося фильтра).

Тема № 8

Фильтрация и улучшение изображений (опционально)

Обработка изображений. Улучшение и восстановление изображений. Цифровое изображение как функция. Почему изображение может получиться плохо? Тоновое распределение и градационные преобразования. Фильтрация изображений. Виды шумов. Маска и веса. Кросс-корреляция и свертка. Нелинейная фильтрация. Медианный фильтр. Детали реализации кросс-корреляции и свертки.

Преобразование Фурье. Базисные функции преобразования Фурье. Дискретное преобразование Фурье и его обращение. Информативность фазы и амплитуды. Теорема о свертке и фильтрация в частотной области.

Список лабораторных работ

1. Синтез цифровых КИХ-фильтров методом окон.
2. Синтез цифровых БИХ-фильтров методом билинейного z-преобразования.

3. Синтез оптимальных по Чебышёву КИХ-фильтров.
4. Многоскоростная цифровая обработка сигналов.
5. Обработка сигналов на основе вейвлет-преобразования.
6. Применение адаптивной фильтрации в обработке цифровых сигналов.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция с элементами лекции-беседы – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Задействованы:

– интерактивная лекция.

Лабораторное занятие – дает возможность получить навыки практической работы с лабораторными макетами электронных устройств, а также с современной измерительной аппаратурой и системами компьютерного моделирования.

Консультации – вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

Асинхронная консультация (в рамках онлайн курса) – занятие по окончанию модуля, на котором проводится консультация по изученному материалу, формам заданий текущего контроля, ответы на вопросы студентов по дисциплине.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В ходе осуществления образовательного процесса используются:

– графические, аудио- и видеоматериалы;
– мультимедийные презентации;
– для моделирования систем обработки цифровых сигналов используется пакет MATLAB. В случае отсутствия лицензионной версии, пакет MATLAB может быть заменен на бесплатный, высокоуровневый, интерпретируемый язык программирования Octave, обладающий подобными возможностями для решения задач в области теории информации;

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT» http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Брюханов Ю. А., Приоров А. Л., Джиган В. И., Хрящев В. В. Основы цифровой обработки сигналов: учеб. пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2013. – 343 с.
2. Приоров А. Л., Волохов В. А., Лаврентьев А. М. Основы цифровой обработки сигналов. Лабораторный практикум: учеб. пособие. – Ярославль: ВУНЦ ВВС «ВВА им. профессора Н. Е. Жуковского и Ю. А. Гагарина» (филиал), 2012. – 195 с.

б) дополнительная литература

1. Тараканов А. Н., Хрящев В. В., Приоров А. Л. Адаптивная цифровая обработка сигналов: учеб. пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2001. – 134 с. [Электронный ресурс]. - URL: http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20010738.pdf
2. Брюханов Ю. А., Приоров А. Л. Цифровые фильтры: учеб. пособие. – Ярославль: ЯрГУ, 2002. – 287 с.
3. Брюханов Ю. А. Цифровые цепи и сигналы: учеб. пособие. 2-е изд. – Ярославль: ЯрГУ, 2005. – 153 с.
4. Брюханов Ю. А. Лабораторный практикум по курсу «Цифровые цепи и сигналы»: учеб. пособие, 2-е изд. – Ярославль: ЯрГУ, 2007. – 139 с.
5. Хрящев В. В., Приоров А. Л., Волохов В. А. Основы теории цепей: сборник задач. – Ярославль: ЯрГУ, 2008. – 119 с.

в) ресурсы сети «Интернет»:

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения лабораторных работ;
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор:

Ассистент кафедры ИКР_____Лебедев А. А.____

Приложение №1 к рабочей программе дисциплины

«Цифровая фильтрация»

Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации

Дополнительный тест № 1

Введение в систему компьютерного моделирования MATLAB

1. Дан вектор-строка x. Что произойдет с этим вектором при выполнении в MATLAB команды `x'`? Выберите правильный ответ (ответы).

а) Вектор x останется вектором-строкой, а его элементы будут расположены в обратном порядке.

б) Вектор x будет транспонирован.

в) Каждый элемент вектора x будет возведен в степень 2.

г) Вектор x станет вектром-столбцом.

2. Дан вектор x, который определяется и инициализируется в MATLAB следующей командой:

```
x = [1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 12];
```

Что произойдет с вектором x при выполнении команды:

```
y = x(2:2:end);
```

Выберите правильный ответ (ответы).

а) `x = [2 4 6 8 10 12];`

б) Если считать вектор x дискретным сигналом с периодом дискретизации T_∂, то вектор y будет дискретным сигналом с периодом дискретизации $2T_\partial$.

в) Вектор y будет состоять из значений с нечетными номерами вектора x.

г) В вектор y запишется каждый второй элемент вектора x.

3. Какая (какие) из следующих арифметических операция в MATLAB являются поэлементными.

а) `+;`

б) `./;`

в) `.*;`

г) `.^;`

4. Допустим в MATLAB выполняются следующие команды:

```
A = [1 2; 3 4; 5 6];
B = [1 2 3; 4 5 6];
```

Какая (какие) из следующих команд в MATLAB являются верными для данного случая?

а) `C = A * B;`
б) `C = A' * B;`
в) `C = B + A;`
г) `C = A' + B;`

5. Пусть дана следующая матрица:

$$A = \begin{bmatrix} 16 & 2 & 3 & 13 \\ 5 & 11 & 10 & 8 \\ 9 & 7 & 6 & 12 \\ 4 & 14 & 15 & 1 \end{bmatrix}.$$

Какое (какие) из следующих MATLAB-выражений для обращения к индексам матрицы позволят получить матрицу вида:

$$B = \begin{bmatrix} 16 & 2 \\ 5 & 11 \\ 9 & 7 \\ 4 & 14 \end{bmatrix}.$$

а) `B = A(:, 1:2);`
б) `B = A(:, 0:2);`
в) `B = A(0:4, 0:2);`
г) `B = A(1:4, 1:2);`

6. Рассмотрим магический квадрат, изображенный на гравюре Альбрехта Дюрера «Меланхолия». Представим этот квадрат как матрицу, состоящую из четырех строк и четырех столбцов. В MATLAB это можно реализовать следующей командой:

```
A = [16 3 2 13; 5 10 11 8; 9 6 7 12; 4 15 14 1];
```

Чему равны суммы элементов вдоль строк, столбцов и главной диагонали этой матрицы. Выберите правильный ответ.

а) Сумма элементов вдоль строк, столбцов и главной диагонали одинакова и равна 36.

б) Сумма элементов вдоль строк больше суммы элементов вдоль столбцов и суммы элементов вдоль главной диагонали.

в) Сумма элементов вдоль строк, столбцов и главной диагонали одинакова и равна 34.

г) Суммы элементов вдоль строк, столбцов и главной диагонали различаются.

Замечание. Для решения задачи воспользуйтесь командами MATLAB `sum` и `diag`.

7. Рассмотрим магический квадрат из предыдущего вопроса. Представим его как матрицу в MATLAB. Выполним последовательно над этой матрицей следующие операции: вначале возведен каждый элемент этой матрицы в третью степень; к каждому элементу получившейся матрицы добавим значении 100; из каждого элемента получившейся матрицы вычислим квадратный корень; просуммируем все элементы получившейся матрицы. Чему равен результат итогового суммирования с точностью до второго знака после запятой?

Результат суммирования = .

8. Чему равны модуль и угол следующего комплексного числа: `2 + 2*i`. Результат запишите с точностью до второго знака после запятой. Для решения задачи воспользуйтесь MATLAB-функциями `abs` и `angle`.

Модуль = .

Угол = .

9. Какая из следующих функций позволяет сгенерировать матрицу, состоящую из элементов случайной величины с равномерным распределением.

а) `ones(N,M);`

б) `zeros(N,M);`

в) `rand(N,M);`

г) `randn(N,M);`

10. Пусть A является матрицей из десяти строк и десяти столбцов, а x – вектор, состоящий из десяти элементов. Для выполнения матричного умножения Ax можно воспользоваться следующим кодом:

```
A = ones(10, 10);
x = ones(10, 1);
v = zeros(10, 1);
for i = 1:10
  for j = 1:10
    v(i) = v(i) + A(i, j) * x(j);
  end
end
```

Какая (какие) из следующих команд позволят **векторизовать** код, представленный выше, и получить аналогичный результат умножения матрицы на вектор?

а) `v = A * x;`

б) `v = Ax;`

в) `v = sum(A * x);`

г) `v = A .* x;`

11. Пусть есть два **вектора-столбца** v и w, состоящие из семи элементов. Рассмотрим следующий код:

```
v = ones(7, 1);
w = ones(7, 1);
z = 0;
for i = 1:7
  z = z + v(i) * w(i);
end
```

Какая (какие) из следующих команд в MATLAB позволят вычислить `z` аналогичным образом, что и в коде выше.

а) `z = sum(v .* w);`

б) `z = v * w;`

в) `z = v' * w;`

г) `z = v .* w;`

12. Пусть есть матрица X, состоящая из семи строк и семи столбцов. Выполним над этой матрицей следующие преобразования: вычисление натурального логарифма от каждого элемента, возведение в квадрат каждого элемента, добавление единицы к каждому элементу, деление каждого элемента на 4. Выполнить эти операции можно с использованием следующего кода:

```
X = ones(7,7);
for i = 1:7
  for j = 1:7
    A(i, j) = log (X(i, j));
    B(i, j) = X(i, j) ^ 2;
    C(i, j) = X(i, j) + 1;
    D(i, j) = X(i, j) / 4;
  end
end
```

Какая (какие) из следующих команд корректно вычислят A, B, C или D?

а) `B = X ^ 2;`
б) `D = X / 4;`
в) `B = X .^ 2;`
г) `C = X + 1;`

13. Какая из следующий команд позволяет визуализировать сигнал в виде набора отсчетов, то есть «диаграммы, состоящей из леденцов на палочке» (англ. Lollipop Diagram).

а) `plot`.
б) `surf`.
в) `mesh`.
г) `stem`.

14. Какая из следующих MATLAB-команд позволяет поместить текст над графиком функции?

а) `title`.
б) `xlabel`.
в) `axis`.
г) `ylabel`.

15. Какую (какие) из следующих команд можно использовать для визуализации функции одной переменной так, чтобы цвет линии, описывающей функцию, был красным.

а) `plot(x, y, 'Color', 'red');`
б) `plot(x, y);`
в) `plot(x, y, 'red');`
г) `plot(x, y, 'r');`

16. Рассмотрим радиоимпульс с линейной частотной модуляцией (англ. Linear Chirp) $x(t) = \cos(2\pi f_0 t + \alpha\pi t^2)$, где $\alpha = \dfrac{f_1 - f_0}{t1}$, f_0 –частота колебания радиоимпульса в момент времени 0, $\dfrac{f_0 + f_1}{2}$ – мгновенная частота в момент времени t_1. Напишите MATLAB-код, который вычислит продискретизированную версию сигнала $x(t)$ с частотой дискретизации $f_\partial = 8000$ Гц на интервале $0 \le t \le 2$ сек. Установите $f_0 = 0$ Гц и $f_1 = 10$ Гц, а $t_1 = 2$ сек. Визуализируйте дискретную версию сигнала $x(t)$ с использованием команды `plot`. Какое количество раз сигнал пересекает ось абсцисс?

Число пересечений = .

17. Дана последовательность $x(n)$ конечной длины, состоящая из четырех отсчетов $x(0)=1$, $x(1)=0$, $x(2)=0$, $x(3)=1$. Чему равно дискретное преобразование Фурье (ДПФ) этой последовательности. При вычислении ДПФ можно воспользоваться MATLAB-функцией `fft`.

$X(0)=$.

$X(1)=$.

$X(2)=$.

$X(3)=$.

18. Напишите MATLAB-код, который позволит вычислить выход $y(n)$ ЛИС-системы, описываемой следующим линейным разностным уравнением с постоянными коэффициентами:

$$y(n)+2y(n-1)=x(n)-\frac{1}{2}x(n-1),$$

где $y(0)=0$, $x(n)=\delta(n)+\frac{1}{2}\delta(n-1)$. Какое (какие) из следующих утверждений является (являются) правильными?

а) Фильтр является устойчивым, но выход $y(n)$ расходится из-за выбранного входного сигнала $x(n)$.

б) $y(5)=2$.

в) $y(5)=1$.

г) Фильтр является математически неустойчивым. Запуск MATLAB-кода показывает, что $|y(50)|>10^{13}$.

д) Выход $y(n)$ представляет расходящиеся осцилляции относительно нуля, то есть при увеличении n абсолютная величина $y(n)$ увеличивается, а знаки $y(n)$ чередуются.

19. Какая из следующих команд позволяет сгенерировать значения случайной величины с математическим ожиданием равным 5 и дисперсией равной 4? Для вычисления математического ожидания и дисперсии в MATLAB можно воспользоваться командами `mean` и `var`, соответственно.

а) `r = 1 + 2 * randn(100,1);`

б) `r = 5 + 2 * randn(100,1);`

в) `r = 1 + 4 * randn(100,1);`

г) `r = 5 + 4 * randn(100,1);`

20. Откройте и запустите файл `image_filtering.m`, находящийся в папке с тестом. Код в файле позволяет выполнить двумерную фильтрацию цифрового изображения с использованием двумерной ЛИС-системы. Посмотрите на обработанное изображение и ответьте на следующий вопрос. С использованием какого из двух фильтров (ФНЧ, ФВЧ) было обработано входное изображение?

а) ФНЧ.

б) ФВЧ.

Замечание. При ответе на вопрос обязательно обратите внимание на визуализированную, вместе с исходным и обработанным изображениями, двумерную амплитудно-частотную характеристику (АЧХ) фильтра. Она представляет собой функцию двух пространственных частот, а не одной частоты, как в одномерном случае. Если посмотреть на график АЧХ сверху (нажмите кнопку Rotate 3D в меню графика), то ровно

в центре визуализированной картинки будет находиться точка с нулевыми значениями пространственных частот.

Тест по теме № 1

Введение в цифровые фильтры

1. Представьте себе, что вам необходимо настроить испанскую гитару. В процессе настройки вы слышите два звуковых фрагмента, которые представлены ниже.

Фрагмент А.

Фрагмент Б.

В каждом из фрагментов проиграны одновременно две ноты (звучат две струны). Какой из следующих вариантов ответов является правильным?

а) Фрагмент А – струна не настроена; Фрагмент Б – струна настроена.

б) Фрагмент А – струна настроена; Фрагмент Б – струна настроена.

в) Фрагмент А – струна не настроена; Фрагмент Б – струна не настроена.

г) Фрагмент А – струна настроена; Фрагмент Б – струна не настроена.

Замечание. Для понимания настройки шестиструнной гитары смотрим следующее видео. А математически все выглядит так. Пусть частота опорной гармоники равняется $\hat{\omega}_0$ радиан, а частота настраиваемой – $\hat{\omega}$ радиан. При настройке гитары «на слух» необходимо сделать так, чтобы $\hat{\omega} = \hat{\omega}_0$. Процедура настройки такова:

1. Перенести $\hat{\omega}$ близко к $\hat{\omega}_0$.

2. Когда $\hat{\omega} \approx \hat{\omega}_0$ проиграть обе гармоники (струны) вместе.

3. Для описания пункта 2, математически, используем тригонометрию:

$$x(n) = \cos(\hat{\omega}_0 n) + \cos(\hat{\omega} n) = 2\cos\left(\frac{\hat{\omega}_0 - \hat{\omega}}{2} n\right)\cos\left(\frac{\hat{\omega}_0 + \hat{\omega}}{2} n\right) \approx$$

$$\approx 2\cos(\Delta_{\hat{\omega}} n)\cos(\hat{\omega}_0 n).$$

Тогда $\cos(\Delta_{\hat{\omega}} n)$ – это сигнал «ошибки», который модулирует несущее колебание, то есть $\cos(\hat{\omega}_0 n)$. Когда $\hat{\omega} \approx \hat{\omega}_0$, сигнал «ошибки» является достаточно слабым для того, чтобы его можно было услышать. Использование модуляции позволяет перенести сигнал ошибки в слышимую область частот и почувствовать его, как амплитудные осцилляции несущего колебания.

2. Используя команду `run signal_stft.p` запустите в MATLAB p-файл (аналог m-файла, но со скрытым кодом), находящийся в папке с тестовым заданием. Запущенный код позволит сгенерировать некоторый сигнал, состоящий из нескольких гармонических колебаний. Эти колебания следуют друг за другом и разделены паузами. Сам сигнал в Workspace пакета MATLAB недоступен. Проанализируйте спектрограмму этого сигнала, полученную на основе оконного преобразования Фурье, и выберите правильный ответ из вариантов ниже.

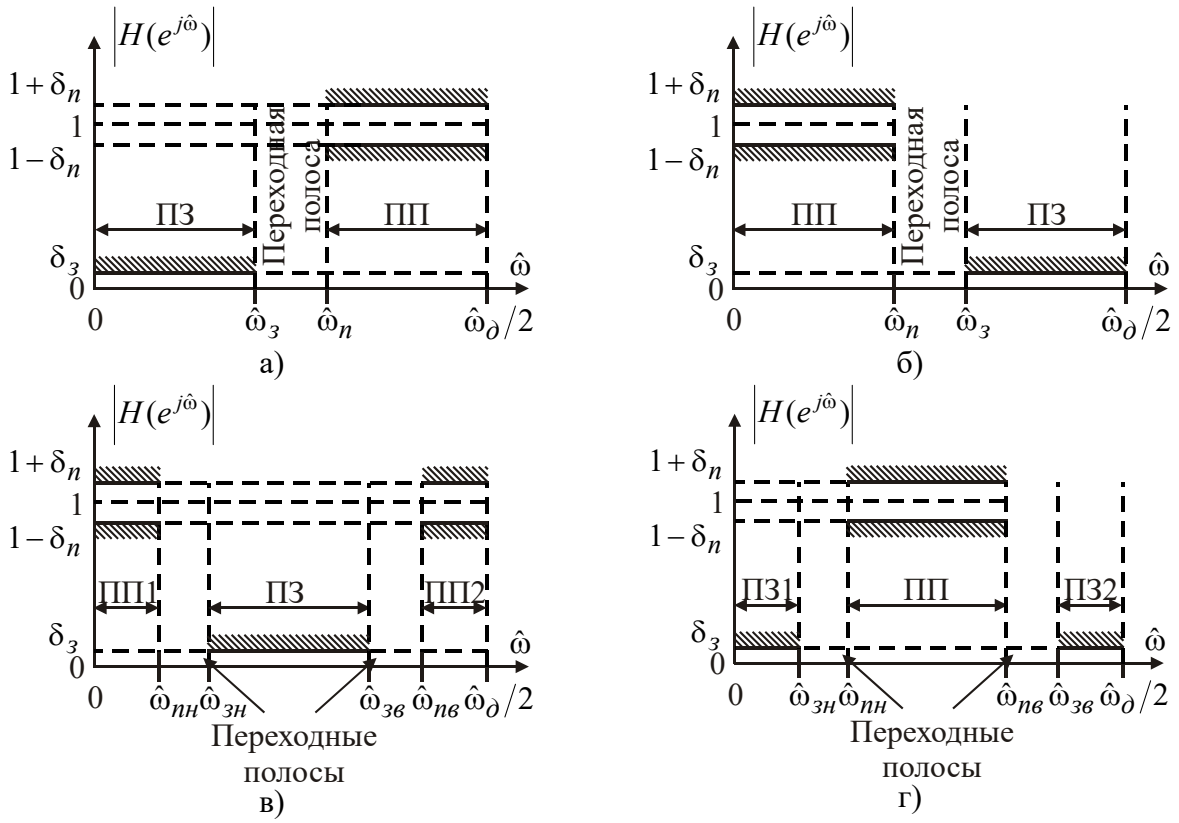
а) Сгенерированный сигнал состоит из трех гармоник разной частоты, которые следуют в порядке: гармоника с частотой f_1 [Гц], затем – f_2 [Гц], далее – f_3 [Гц], где $f_1 < f_2 < f_3$.

б) Сгенерированный сигнал состоит из трех гармоник разной частоты, которые следуют в порядке: гармоника с частотой f_3 [Гц], затем – f_2 [Гц], далее – f_1 [Гц], где $f_1 < f_2 < f_3$.

в) Сгенерированный сигнал состоит из трех гармоник разной частоты, которые следуют в порядке: гармоника с частотой f_1 [Гц], затем – f_3 [Гц], далее – f_2 [Гц], где $f_1 < f_2 < f_3$.

г) Кто-нибудь заметил здесь большее количество гармонических колебаний!

3. На рисунке ниже представлены четыре диаграммы требований к АЧХ частотно-избирательных КИХ-фильтров. Какая из диаграмм требований соответствует заданию спецификаций для режекторного фильтра.



4. Необходимо синтезировать цифровой КИХ-фильтр нижних частот, который удовлетворяет следующим спецификациям:

$$\hat{\omega}_п = 0.18\pi,\ \hat{\omega}_з = 0.22\pi,\ \delta_п = 0.0001,\ \delta_з = 0.001.$$

Для расчета коэффициентов импульсной характеристики вам предлагается использовать метод окон. Какие оконные функции, представленные ниже, подойдут для решения данной задачи?

а) Окно Бартлетта.
б) Окно Хэннинга.
в) Окно Хэмминга.
г) Окно Блэкмена.

5. Необходимо синтезировать цифровой КИХ-фильтр нижних частот, который удовлетворяет следующим спецификациям:

$$\hat{\omega}_п = 0.18\pi,\ \hat{\omega}_з = 0.22\pi,\ \delta_п = 0.01,\ \delta_з = 0.001.$$

Для расчета коэффициентов импульсной характеристики вам рекомендуют использовать метод окон и оконную функцию Блэкмена. Какой порядок синтезированного фильтра, а также максимальное отклонение АЧХ от 1 в полосе пропускания (ПП) и максимальное отклонение АЧХ от 0 в полосе задерживания (ПЗ) будут получены в данном случае.

Порядок фильтра = .
Макс. откл. АЧХ в ПП = .
Макс. откл. АЧХ в ПЗ = .

6. Какие из следующих систем являются линейными?

а) Амплитудная модуляция:

$$y(n) = x(n)\cos(\hat{\omega}_н n),$$

где $x(n)$ – передаваемое сообщение, а $\cos(\hat{\omega}_н n)$ – несущее колебание.

б) $y(t) = \dfrac{d^2}{dt^2}x(t)$.

в) Растягивание (сжатие) временной шкалы: $y(t) = x(\alpha t)$. Например, если вы проигрываете LP-45 виниловую пластинку со скоростью 33 об/мин, то коэффициент $\alpha = 33/45$.

г) Ограничение сигнала по амплитуде вида:

$$y(n) = \begin{cases} x(n), & x(n) \le M, \\ M, & иначе. \end{cases}$$

д) Вычисление преобразования Фурье дискретного времени $X(e^{j\hat{\omega}})$ (англ. Discrete-Time Fourier Transform) последовательности $x(n)$.

7. Какие из следующих систем являются инвариантными к сдвигу?

а) Амплитудная модуляция:

$$y(n) = x(n)\cos(\hat{\omega}_н n),$$

где $x(n)$ – передаваемое сообщение, а $\cos(\hat{\omega}_н n)$ – несущее колебание.

б) $y(t) = \dfrac{d^2}{dt^2}x(t)$.

в) Растягивание (сжатие) временной шкалы: $y(t) = x(\alpha t)$. Например, если вы проигрываете LP-45 виниловую пластинку со скоростью 33 об/мин, то коэффициент $\alpha = 33/45$.

г) Ограничение сигнала по амплитуде вида:

$$y(n) = \begin{cases} x(n), & x(n) \le M, \\ M, & иначе. \end{cases}$$

д) Вычисление преобразования Фурье дискретного времени $X(e^{j\hat{\omega}})$ (англ. Discrete-Time Fourier Transform) последовательности $x(n)$.

8. Представим себе, что в качестве импульсной характеристики ЛИС-системы выступает импульсный отклик помещения. Этот отклик можно получить с использованием микрофона, который записывает звук, представляющий рассеивание импульсного источника звука. Примером подобного отклика может выступать импульсный отклик Лозаннского собора, который измерил Докманич И. (Dokmanic I.) и его коллеги, записав звук лопнувшего в соборе воздушного шарика. Прослушайте эту запись. Выполнение операции свертки этой записи (импульсной характеристики собора), например, с записью музыкального фрагмента, полученного с использованием виолончели, позволяет искусственно пересоздать акустику большого пространства собора. В итоге может быть получен следующий музыкальный фрагмент. Ответьте на следующий вопрос. Каким свойствам удовлетворяет импульсный отклик Лозаннского собора?

а) Устойчивость в смысле ограниченный вход – ограниченный выход (ОВОВ).

б) Импульсная характеристика имеет бесконечную длину.

в) Каузальность.

9. Пусть импульсная характеристика ЛИС-системы имеет вид:

$$h(n) = \delta(n) - \delta(n-1),$$

а входное воздействие на систему определяется следующим образом:

$$x(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0, \\ 0, & иначе. \end{cases}$$

Вычислите выход системы в следующие моменты времени: $y(-1)$, $y(0)$, $y(1)$, $y(2)$.

$y(-1) =$.

$y(1) =$.

$y(0) =$.

$y(2) =$.

10. Пусть импульсная характеристика ЛИС-системы имеет вид:

$$h(n) = \delta(n) - \delta(n-1),$$

а входное воздействие на систему определяется следующим образом:

$$x(n) = \begin{cases} n, & n \geq 0, \\ 0, & иначе. \end{cases}$$

Вычислите выход системы в следующие моменты времени: $y(-1)$, $y(0)$, $y(1)$, $y(2)$.

$y(-1) =$.

$y(1) =$.

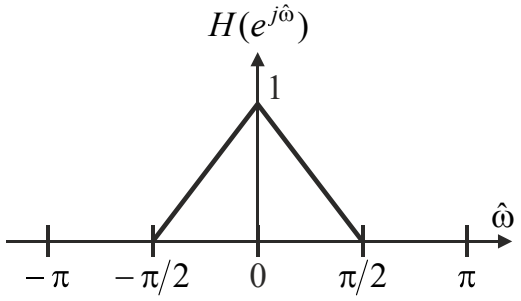
$y(0) =$.

$y(2) =$.

Дополнительный тест № 2

Введение в цифровые фильтры

1. Рассмотрим ФНЧ с частотной характеристикой, представленной на рисунке ниже.



Что является выходом $y(n)$ этого фильтра, если входное воздействие $x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{5}n\right) + \sin\left(\frac{\pi}{4}n\right) + 0.5\cos\left(\frac{3\pi}{4}n\right)$?

$y(n) =$.

Замечание. Обратите внимание на то, что в задаче частотная характеристика представлена в вещественной форме, то есть ФЧХ фильтра предполагается равной нулю. При решении задачи необходимо вспомнить, как воздействует АЧХ на амплитудный спектр сигнала (теорема о свертке). Зная это, какие-то вычисления, связанные с

использованием преобразования Фурье дискретного времени (англ. Discrete-Time Fourier Transform), вам не понадобятся.

2. Пусть $x(n) = \cos\left(\frac{\pi}{2}n\right)$ представляет собой сигнал, подаваемый на вход фильтра с импульсной характеристикой $h(n) = \frac{1}{5}\operatorname{sinc}\left(\frac{\pi}{5}n\right)$. Вычислите сигнал $y(n) = \sum_{m=-\infty}^{\infty} x(m)h(n-m)$ на выходе фильтра и укажите в ответе то, чему равен выход в момент времени $n = 5$, то есть $y(5)$.

$y(5) =$.

Замечание. При решении задачи постарайтесь использовать частотную область и теорему о свертке, предварительно определив форму АЧХ фильтра и его частоту среза.

3. Используя команду `run problem_3.p` запустите в MATLAB p-файл (аналог m-файла, но со скрытым кодом), находящийся в папке с тестовым заданием. Запущенный код позволит построить нуль-полюсную диаграмму фильтра, представляющего собой ЛИС-систему. Проанализируйте диаграмму и определите частотную избирательность (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ) фильтра, его порядок и резонансную частоту.

Частотная избирательность: .

Порядок фильтра = .

Резонансная частота = радиан.

4. Запустите в MATLAB m-файл `problem_4.m`, находящийся в папке с тестовым заданием. Предложенный для анализа код позволяет обработать аддитивную смесь двух гармонических сигналов, имеющих определенные амплитуды, начальные фазы и частоты. В качестве фильтра, участвующего в обработке используется частотно-избирательный БИХ-фильтр. Выберите правильный ответ (ответы) из вариантов, представленных ниже.

а) Используемый фильтр является режекторным.

б) Используемый фильтр является полосовым.

в) Гармоника на частоте 0.01π радиан пропускается, а гармоника на частоте 0.5π радиант подавляется.

г) Гармоника на частоте 0.5π радиан пропускается, а гармоника на частоте 0.01π радиант подавляется.

д) Обе гармоники пропускаются используемым фильтром.

5. Вычислить z-преобразование последовательности $x(n) = n \cdot 1(n)$, указав область сходимости $X(z)$.

$X(z) =$.

Замечание. Если область сходимости z-преобразования в ответе будет отсутствовать, ответ засчитан не будет!

6. Вычислить обратное z-преобразование $X(z) = \frac{1}{\left(1 - 0.4z^{-1}\right)^2}$, $|z| > 0.4$.

$x(n) =$.

Замечание. При решении задачи обратите внимание на кратность полюса.

7. Дано разностное уравнение, описывающее ЛИС-систему:

$$y(n) - 5y(n-1) + 6y(n-2) = x(n-1).$$

Определить передаточную функцию $H(z)$ этой системы.

$H(z) =$.

8. ЛИС-система описывается разностным уравнением

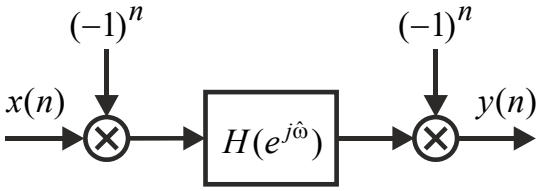
$$y(n) - y(n-1) + 0.25y(n-2) = x(n) - 0.25x(n-1).$$

Найдите импульсную характеристику $h(n)$ этой системы, а также отклик $y(n)$ системы на $x(n) = (0.5)^n 1(n)$, при нулевых начальных условиях.

$h(n) =$.

$y(n) =$.

9. Рассмотрим систему, представленную на рисунке ниже. Пусть $H(e^{j\hat{\omega}})$ является частотной характеристикой идеального ФНЧ с частотой среза $\hat{\omega}_c = \frac{\pi}{4}$. Рассмотрим два сигнала $x_1(n)$ и $x_2(n)$, каждый из которых в отдельности подается на вход системы. Пусть сигналы $x_1(n)$ и $x_2(n)$ являются узкополосными. Полоса частот, в которой сосредоточен сигнал $x_1(n)$, определяется диапазоном $\left[-\frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{4}\right]$ радиан, а сигнала $x_2(n)$ – $\left[-\pi, -\frac{3\pi}{4}\right] \cup \left[\frac{3\pi}{4}, \pi\right]$ радиан. Выберите правильный ответ из представленных ниже вариантов.



а) Оба сигнала $x_1(n)$ и $x_2(n)$ будут пропускаться системой.

б) Сигнал $x_1(n)$ будет пропускаться системой без изменений, а сигнал $x_2(n)$ будет отфильтрован.

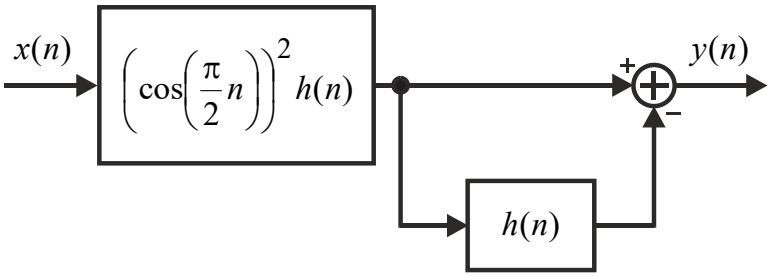
в) Сигнал $x_2(n)$ будет пропускаться системой без изменений, а сигнал $x_1(n)$ будет отфильтрован.

г) Оба сигнала $x_1(n)$ и $x_2(n)$ будут отфильтрованы системой.

Замечание. При решении задачи используйте частотную область. Вспомните то, что $(-1)^n = \cos(\pi n) = e^{j\pi n}$, а перемножение сигналов во временной области соответствует свертке их частотных образов в частотной области. Дополнительно необходимо отметить, что преобразования Фурье дискретного времени (англ. Discrete-Time Fourier Transform) от $e^{j\hat{\omega}_0 n}$ равно $\delta(\hat{\omega} - \hat{\omega}_0)$, где $\delta(\hat{\omega})$ – дельта-функция Дирака, а свертка в частотной области

частотного образа $X(e^{j\hat{\omega}})$ некоторого сигнала $x(n)$ с функцией $\delta(\hat{\omega}-\hat{\omega}_0)$ дает $X(e^{j(\hat{\omega}-\hat{\omega}_0)})$.

10. Пусть $h(n)$ является импульсной характеристикой идеального фильтра с частотой среза $\hat{\omega}_c < \frac{\pi}{2}$ радиан. Какая система является эквивалентом системы, представленной на рисунке ниже? Выберите правильный ответ из представленных ниже вариантов.



а) Идеальный ФНЧ с уровнем АЧХ в полосе пропускания равным 1 и частотой среза $\hat{\omega}_c$.

б) Идеальный ФВЧ с уровнем АЧХ в полосе пропускания равным 0.5 и частотой среза $\pi-\hat{\omega}_c$.

в) Идеальный ФВЧ с уровнем АЧХ в полосе пропускания равным 0.25 и частотой среза $\hat{\omega}_c$.

г) Идеальный ФВЧ с уровнем АЧХ в полосе пропускания равным 1 и полосой пропускания $[\hat{\omega}_c, \pi-\hat{\omega}_c]$.

д) Идеальный ФНЧ с уровнем АЧХ в полосе пропускания равным 1 и частотой среза $\hat{\omega}_c/2$.

е) Идеальный ФНЧ с уровнем АЧХ в полосе пропускания равным 0.5 и частотой среза $2\hat{\omega}_c$.

Замечание. При решении задачи, во-первых, необходимо вспомнить то, что $\cos^2(x) = \frac{1+\cos(2x)}{2}$. Во-вторых, воспользоваться замечанием, указанным в задаче № 9. В-третьих, вспомнить, что каскадное (последовательное) соединение двух ЛИС-систем приводит к перемножению их передаточных функций (частотных характеристик), а параллельное – к сложению.

Тест по теме № 2

Специальные типы цифровых фильтров

1. Нарисовать АЧХ идеального ФВЧ на интервале от 0 до 4π радиан. Положить частоту среза фильтра равной значению 0.5π радиан.

Ответ изобразите ниже!

Замечание. При изображении АЧХ обязательно подпишите оси и единицы измерения по ним. При отсутствии последнего ответ засчитан не будет!

2. Записать математическое выражение, описывающее групповое время задержки (групповую задержку) линейной инвариантной к сдвигу системы.

$\tau_г(\hat{\omega}) =$.

3. Как в **общем случае** выглядят условия безыскаженной передачи сигналов. Выберите правильный ответ из вариантов, представленных ниже.

а) $y(n) = k \cdot x(n)$.

б) $y(n) = k \cdot x^2(n - n_0)$.

в) $y(n) = k \cdot x(n - n_0)$.

г) $y(n) = x(n - n_0)$.

4. Какую форму имеют АЧХ и ФЧХ цифрового фильтра для случая, когда выполняются условия безыскаженной передачи сигналов? Выберите правильный ответ из вариантов, представленных ниже.

а) АЧХ и ФЧХ являются линейными в пределах заданной области частот, занимаемой спектром сигнала.

б) АЧХ и ФЧХ являются постоянными в пределах заданной области частот, занимаемой спектром сигнала.

в) АЧХ является линейной, а ФЧХ является постоянной в пределах заданной области частот, занимаемой спектром сигнала.

г) АЧХ является постоянной, а ФЧХ является линейной в пределах заданной области частот, занимаемой спектром сигнала.

5. Какой из двух спектров несет больше информации о сигнале? Выберите правильный ответ.

а) Амплитудный спектр.

б) Фазовый спектр.

Замечание. При ответе на вопрос обязательно вспомните анонс к лекции «КИХ-фильтры с линейной ФЧХ», представленный на странице курса.

6. Для каких фильтров групповое время задержки (групповая задержка) равно константе? Выберите правильный ответ (ответы) из вариантов, представленных ниже.

а) Всепропускающие фильтры.

б) КИХ-фильтры с линейной ФЧХ.

в) КИХ-фильтры с симметричной импульсной характеристикой.

г) КИХ-фильтры с антисимметричной импульсной характеристикой.

7. Пусть ноль КИХ-фильтра четвертого порядка с линейной ФЧХ находится в точке $z_0 = 2 \cdot e^{-j\frac{\pi}{2}}$. В каких точках будут находиться оставшиеся нули фильтра, предполагая, что его импульсная характеристика является вещественной?

Нули: .

8. Для каких из следующих типов КИХ-фильтров с линейной ФЧХ возможен синтез ФВЧ? Выберите правильный ответ (ответы) из вариантов, представленных ниже.

а) Фильтр типа I.

б) Фильтр типа II.

в) Фильтр типа III.
г) Фильтр типа IV.

9. Какие из следующих фильтров будут иметь АЧХ равную константе во всем диапазоне частот. Выберите правильный ответ (ответы) из вариантов, представленных ниже.

а) Всепропускающие фильтры.
б) КИХ-фильтры с линейной ФЧХ.
в) КИХ-фильтры с нелинейной ФЧХ.
г) КИХ-фильтры с симметричной и антисимметричной импульсной характеристикой.

10. Какие из фильтров, описываемых передаточными функциями $H(z)$ ниже, являются всепропускающими. Выберите правильный ответ (ответы) из вариантов, представленных ниже.

а) $H(z) = \dfrac{z^{-1} - a^*}{1 - a \cdot z^{-1}}$, где a – комплексный коэффициент, символ * обозначает комплексное сопряжение.

б) $H(z) = \dfrac{1 - a \cdot z^{-1}}{z^{-1} - a^*}$, где a – комплексный коэффициент, символ * обозначает комплексное сопряжение.

в) $H(z) = \dfrac{d - c \cdot z^{-1} + z^{-2}}{1 - c \cdot z^{-1} + d \cdot z^{-2}}$, где d и c – вещественный коэффициенты.

г) $H(z) = \dfrac{1 - c \cdot z^{-1} + d \cdot z^{-2}}{d - c \cdot z^{-1} + z^{-2}}$, где d и c – вещественный коэффициенты.

11. Пусть полюс всепропускающего фильтра второго порядка находится в точке $z_\times = 0.5 \cdot e^{j\frac{\pi}{2}}$. В каких точках будут находиться нули и полюсы, предполагая то, что коэффициенты рекурсивной и нерекурсивной частей фильтра являются вещественными?

Нули: .

Полюсы: .

12. Какой из фильтров может быть использован для выравнивания групповой задержки при компенсации фазовых нелинейностей. Выберите правильный ответ из вариантов, представленных ниже.

а) Всепропускающие фильтры.
б) КИХ-фильтры с линейной ФЧХ.
в) КИХ-фильтры с нелинейной ФЧХ.
г) КИХ-фильтры с симметричной и антисимметричной импульсной характеристикой.

13. Необходимо синтезировать цифровой КИХ-фильтр верхних частот, который удовлетворяет следующим спецификациям:

$$\hat{\omega}_з = 0.18\pi,\ \hat{\omega}_п = 0.22\pi,\ \delta_п = 0.01,\ \delta_з = 0.001.$$

Для расчета коэффициентов импульсной характеристики вам рекомендуют использовать метод окон и оконную функцию Блэкмена, а частотную характеристику идеального фильтра задать в виде:

$$H_u(e^{j\hat{\omega}}) = \begin{cases} e^{-j\alpha\hat{\omega}}, & |\hat{\omega}| \le \hat{\omega}_c, \\ 0, & 0 < |\hat{\omega}| \le \pi. \end{cases}$$

Определите порядок фильтра, его тип (I, II, III, IV) и возможность синтеза ФВЧ (возможно или невозможно) для полученного типа, предполагая, что искусственного изменения четности порядка не происходило.

Порядок фильтра = .

Тип фильтра: .

Возможность синтеза ФВЧ: .

14. Какие из фильтров с импульсными характеристиками, представленными ниже имеют, линейную ФЧХ? Выберите правильный ответ (ответы) из вариантов, представленных ниже.

а) $h(0) = 1$, $h(1) = 1$, $h(2) = 1$.

б) $h(0) = 1$, $h(1) = 1$, $h(2) = -1$.

в) $h(0) = 1$, $h(1) = 2$, $h(2) = 3$.

г) $h(0) = 1$, $h(1) = 2$, $h(2) = 3$, $h(3) = 2$, $h(4) = 1$.

15. КИХ-фильтр с линейной ФЧХ обладает следующими свойствами:

– $h(n)$ – действительная импульсная характеристика, $h(n) = 0$ при $n < 0$ и при $n > 5$;

– $\sum_{n=0}^{5} (-1)^n h(n) = 0$;

– $H(z) = 0$ в точке $z = 0.7e^{j\pi/4}$;

– $\int_{-\pi}^{\pi} H(e^{j\hat{\omega}}) d\hat{\omega} = 4\pi$.

Определите тип (I, II, III, IV) этого фильтра.

Тип фильтра: .

Задание для самостоятельной работы № 1

Специальные типы цифровых фильтров

Задания для самостоятельной работы могут быть взяты из главы № 4 книги Хрящев В. В., Приоров А. Л., Волохов В. А. Основы теории цепей: сборник задач. – Ярославль: ЯрГУ, 2008. Предлагаемые для решения номера задач № 4.1–4.21 расположены на стр. 95–101.

Задание для самостоятельной работы № 2

Синтез КИХ-фильтров

1. Синтезировать методом окон КИХ-фильтр нижних частот с линейной ФЧХ, удовлетворяющий следующим спецификациям:

$$0.99 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 1.01, \; 0 \le |\hat{\omega}| \le 0.19\pi,$$

$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.01,\ 0.21\pi \le |\hat{\omega}| \le \pi.$$

2. Синтезировать методом окон КИХ-фильтр с линейной ФЧХ порядка $N = 24$, для аппроксимации частотной характеристики фильтра с АЧХ, приведенной ниже:

$$\left|H_u(e^{j\hat{\omega}})\right| = \begin{cases} 1, & |\hat{\omega}| \le 0.2\pi, \\ 0, & 0.2\pi < |\hat{\omega}| \le \pi. \end{cases}$$

3. Используя метод окон синтезировать КИХ-фильтр верхних частот минимального порядка с граничной частотой в полосе задерживания (ПЗ) $\hat{\omega}_з = 0.22\pi$, граничной частотой в полосе пропускания (ПП) $\hat{\omega}_п = 0.28\pi$, и отклонении АЧХ от 0 в ПЗ $\delta_з = 0.003$.

4. Синтезировать методом окон КИХ-фильтр нижних частот с линейной ФЧХ, удовлетворяющий следующим спецификациям:

$$0.99 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 1.01,\ 0 \le |\hat{\omega}| \le 0.3\pi,$$

$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.01,\ 0.35\pi \le |\hat{\omega}| \le \pi.$$

5. Вычислить параметры окна Кайзера β и N для синтеза ФНЧ с частотой среза $\hat{\omega}_c = \pi/4$, отклонением АЧХ от 0 в ПЗ $\delta_з = 0.01$ и шириной переходной полосы $\Delta\hat{\omega} = 0.02\pi$.

6. Вычислить параметры окна Кайзера β и N для синтеза ФНЧ с частотой среза $\hat{\omega}_c = \pi/2$, отклонением АЧХ от 0 в ПЗ $\delta_з = 0.002$ и шириной переходной полосы $\Delta\hat{\omega}$ не превышающей 0.1π.

7. Рассмотрим полосовой фильтр, обладающий спецификациями приведенными ниже:

$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.01,\ 0 \le |\hat{\omega}| \le 0.2\pi,$$

$$0.95 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 1.05,\ 0.3\pi \le |\hat{\omega}| \le 0.7\pi,$$

$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.02,\ 0.8\pi \le |\hat{\omega}| \le \pi.$$

а) Синтезировать методом окон КИХ-фильтр с линейной ФЧХ по заданным спецификациям с использованием окна Блэкмена.
б) Синтезировать методом окон КИХ-фильтр с линейной ФЧХ по заданным спецификациям с использованием окна Кайзера.

8. Рассмотрим режекторный фильтр, обладающий спецификациями приведенными ниже:

$$0.95 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 1.05,\ 0 \le |\hat{\omega}| \le 0.2\pi,$$

$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.005,\ 0.22\pi \le |\hat{\omega}| \le 0.75\pi,$$

$$0.95 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 1.05,\ 0.8\pi \le |\hat{\omega}| \le \pi.$$

Синтезировать методом окон КИХ-фильтр с линейной ФЧХ по заданным спецификациям.

9. Синтезировать методом окон полосовой КИХ-фильтр типа 2 с линейной ФЧХ, удовлетворяющий следующим спецификациям:

$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.0050,\ 0 \le |\hat{\omega}| \le 0.1\pi,$$
$$0.995 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 1.0050,\ 0.25\pi \le |\hat{\omega}| \le 0.6\pi,$$
$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.0025,\ 0.8\pi \le |\hat{\omega}| \le \pi.$$

10. Синтезировать методом окон многополосный КИХ-фильтр с линейной ФЧХ, удовлетворяющий следующим спецификациям:

$$0.99 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 1.01,\ 0 \le |\hat{\omega}| \le 0.3\pi,$$
$$\left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.01,\ 0.35\pi \le |\hat{\omega}| \le 0.55\pi,$$
$$0.49 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.51,\ 0.6\pi \le |\hat{\omega}| \le \pi.$$

11. Какую оконную функцию (функции) можно использовать для синтеза КИХ-фильтра нижних частот с граничной частотой в ПП $\hat{\omega}_n = 0.35\pi$, шириной переходной полосы $\Delta\hat{\omega} = 0.025\pi$ и максимальным отклонением АЧХ от 0 в ПЗ $\delta_з = 0.003$.

12. Используя метод окон синтезировать КИХ-фильтр нижних частот минимального порядка с граничной частотой в ПП $\hat{\omega}_n = 0.45\pi$, граничной частотой в ПЗ $\hat{\omega}_з = 0.5\pi$ и максимальным отклонением АЧХ от 0 в ПЗ $\delta_з = 0.005$.

13. Синтезировать методом окон КИХ-фильтр нижних частот с линейной ФЧХ порядка $N = 128$, граничной частотой в ПП $\hat{\omega}_n = 0.48\pi$, граничной частотой в ПЗ $\hat{\omega}_з = 0.52\pi$, используя для аппроксимации частотной характеристики фильтра окно Кайзера.

14. Необходимо произвести фильтрацию аналогового сигнала $x_a(t)$ с использованием аналогового фильтра нижних частот (ФНЧ) с частотой среза $f_c = 2$ кГц, шириной переходной полосы $\Delta f = 500$ Гц и минимально допустимым затуханием в ПЗ $\alpha_з = 50$ дБ. Рассматриваемый аналоговый фильтр реализован в цифровом виде, который представлен на рис. 1. Синтезировать цифровой фильтр с частотной характеристикой $H(e^{j\hat{\omega}})$, необходимый для реализации аналогового ФНЧ с указанными выше спецификациями. Частоту дискретизации $f_д$ положить равной 10 кГц.

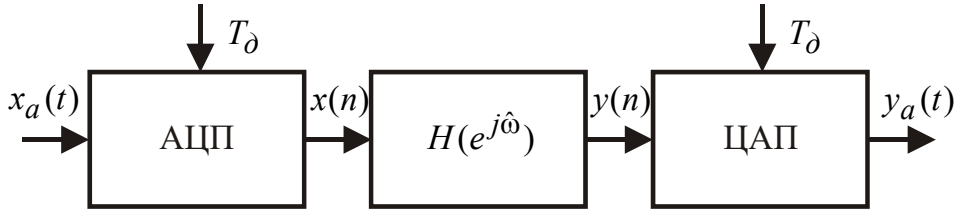


Рис. 1. Структурная схема к задаче 14

Задание для самостоятельной работы № 3

Синтез БИХ-фильтров

1. Найти минимальный порядок и частоту среза по уровню $1/\sqrt{2}$ от максимума амплитудно-частотной характеристики (АЧХ) аналогового фильтра Баттерворта, удовлетворяющего следующим спецификациям:

$$\left|H_a(j\Omega)\right| = 0.95,\ \Omega = 16\pi,$$

$$\left|H_a(j\Omega)\right| \le 0.1,\ \Omega = 24\pi.$$

2. Используя билинейное z-преобразование синтезировать цифровой фильтр нижних частот (ФНЧ) Баттерворта первого порядка, который имеет частоту среза $\hat{\omega}_c = 0.5\pi$ [рад] по уровню $1/\sqrt{2}$ от максимума АЧХ.

3. Используя билинейное z-преобразование синтезировать цифровой полосовой фильтр (ПФ) Баттерворта второго порядка, который имеет частоту среза $\hat{\omega}_{сн} = 0.4\pi$ [рад] и $\hat{\omega}_{св} = 0.6\pi$ [рад] по уровню $1/\sqrt{2}$ от максимума АЧХ.

4. Дана передаточная функция цифрового фильтра:

$$H(z) = \frac{2}{1-0.5z^{-1}} - \frac{1}{1-0.25z^{-1}}.$$

Если положить, что рассматриваемая выше передаточная функция цифрового фильтра получена с использованием метода билинейного z-преобразования, найти аналоговый фильтр-прототип, который был использован для ее синтеза.

5. Доказать, что билинейное z-преобразование отображает ось $j\Omega$ p-плоскости в единичную окружность $|z| = 1$ z-плоскости, а левую p-полуплоскость $\mathrm{Re}(p) < 0$ p-плоскости во внутрь единичной окружности $|z| < 1$ z-плоскости.

6. Используя билинейное z-преобразование, синтезировать цифровой фильтр верхних частот Чебышёва типа I, спецификации на который приведены ниже:

$$0 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 0.1,\ 0 \le |\hat{\omega}| \le 0.1\pi,$$

$$0.9 \le \left|H(e^{j\hat{\omega}})\right| \le 1.0,\ 0.3\pi \le |\hat{\omega}| \le \pi.$$

7. Необходимо с использованием билинейного z-преобразования синтезировать цифровой ФНЧ, удовлетворяющий следующим спецификациям:

$$\hat{\omega}_п = 0.375\pi \text{ [рад]},\ \hat{\omega}_з = 0.5\pi \text{ [рад]},\ \delta_п = 0.01,\ \delta_з = 0.01.$$

Определить порядок аналоговых фильтров-прототипов Баттерворта, Чебышева типа I и типа II, Золотарева-Кауэра, которые могут быть использованы для синтеза фильтра по заданным спецификациям.

8. Требуется разработать цифровой ФНЧ Баттерворта на основе передаточной функции аналогового фильтра-прототипа:

$$H_a(p) = \frac{1}{p^2 + \sqrt{2}p + 1}.$$

Используя билинейное z-преобразование, получить передаточную функцию цифрового фильтра с частотой среза $f_c = 150$ [Гц] по уровню $1/\sqrt{2}$ от максимума АЧХ и частотой дискретизации $f_\partial = 1.28$ [кГц].

9. Требуется разработать цифровой ФВЧ Баттерворта на основе передаточной функции аналогового фильтра-прототипа:

$$H_a(p) = \frac{1}{p+1}.$$

Используя билинейное z-преобразование, получить передаточную функцию цифрового фильтра с частотой среза $f_c = 30$ [Гц] по уровню $1/\sqrt{2}$ от максимума АЧХ и частотой дискретизации $f_\partial = 150$ [Гц].

10. Разработать, используя билинейное z-преобразование, цифровой ПФ Баттерворта, удовлетворяющий следующим спецификациям:

полоса пропускания: 200–300 [Гц],
частота дискретизации: 2 [кГц],
порядок фильтра: 2.

Задание для самостоятельной работы № 4

Интерполяция, децимация и банки фильтров

1. Даны две последовательности $x(n)$ и $y(n)$, имеющие следующий вид:

$$x(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0, \\ 0, & n < 0, \end{cases}$$

$$y(n) = x(2n).$$

Как связаны между собой их z-преобразования?

2. Даны две последовательности $x(n)$ и $y(n)$, имеющие следующий вид:

$$x(n) = \begin{cases} 1, & n \geq 0, \\ 0, & n < 0, \end{cases}$$

$$y(n) = x(3n).$$

Как связаны между собой их z-преобразования?

3. Последовательность $x(n)$, получена путем дискретизации аналогового узкополосного сигнала с частотой дискретизации 10 кГц. Однако для ее практического использования необходимо, чтобы она была получена путем дискретизации того же сигнала, но с частотой 12 кГц. Построить и определить основные параметры системы, которая позволит изменить частоту дискретизации последовательности $x(n)$ с 10 кГц на 12 кГц.

4. Звукозапись, записанная на цифровую аудиоленту (DAT), обладает частотой дискретизации 48 кГц, а звукозапись, записанная на компакт диск (CD), обладает частотой дискретизации 44.1 кГц. Построить систему и определить ее параметры для преобразования звукозаписи с частотой дискретизации 44.1 кГц в звукозапись с частотой дискретизации 48 кГц.

5 Дана некоторая последовательность $x(n)$, полученная путем дискретизации аналогового узкополосного сигнала. Спектр последовательности $x(n)$ удовлетворяет следующему выражению:

$$X(e^{j\omega}) = 0,\ 0.1\pi < |\omega| < \pi .$$

Дана последовательность $y(n) = x(nN)$, где N – целое число. Найти наибольшее значение N, для которого последовательность $x(n)$ может быть однозначно восстановленной по последовательности $y(n)$.

6. Определить являются ли устройства повышения и понижения частоты дискретизации:

а) линейными системами;

б) инвариантными к сдвигу системами.

1.2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов к зачету:

1. Общие положения, математический аппарат, классификации цифровых фильтров.
2. БИХ- и КИХ-фильтры (достоинства и недостатки).
3. Свертка (периодическая и линейная, свойства свертки). Передаточная функция, АЧХ, ФЧХ, импульсная характеристика, переходная характеристика.
4. Определение цифрового фильтра в широком и узком смысле.
5. Способы реализации цифровых фильтров.
6. Процесс проектирования цифровых фильтров. Способы задания требований к цифровым фильтрам.
7. Групповая задержка, фазовая задержка.
8. КИХ-фильтры с линейной ФЧХ (доказательство симметричности и антисимметричности импульсной характеристики для случая КИХ-фильтров с линейной ФЧХ, фильтры типа 1, типа 2, типа 3, типа 4, их достоинства и недостатки, расположение нулей КИХ-фильтров с линейной фазой).
9. Всепропускающие фильтры, их свойства и применение.
10. Минимально-фазовые и максимально-фазовые системы. Системы с обратной связью.
11. Требования, предъявляемые при синтезе частотно-избирательных КИХ-фильтров (ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ).
12. Методы синтеза КИХ-фильтров (метод окон, метод частотной выборки, метод Паркса-Макклеллана).
13. Синтез КИХ-фильтров методом окон (общая формулировка, определение окна, этапы синтеза, явление Гиббса, общие свойства и характеристики окон, примеры оконных функций, достоинства и недостатки метода). Оптимальное окно Кайзера (суть оптимальности, параметры, определяющие окно).
14. Постановка задачи оптимального синтеза. Мера близости. Чебышёвская мера близости. Среднеквадратическая мера близости. Основные этапы оптимального синтеза цифровых фильтров.
15. Синтез КИХ-фильтров методом Паркса-Макклеллана (общая формулировка метода, теорема чередования, алгоритм замены Ремеза, достоинства и недостатки алгоритма Паркса-Макклеллана).
16. Методы синтеза БИХ-фильтров (синтез БИХ-фильтров на основе аналоговых фильтров прототипов и синтез БИХ-фильтров в цифровой области).
17. Способы задания спецификаций для синтеза БИХ-фильтров.
18. Аналоговые фильтры прототипы.

19. Фильтр Баттерворта (квадрат АЧХ, передаточная функция, нули и полюса, частота среза и ее нахождение через спецификации фильтра, этапы синтеза фильтра, вывод формулы на вычисление порядка фильтра).
20. Фильтры Чебышёва типа 1 и типа 2 (полиномы Чебышёва и их свойства, квадрат АЧХ, передаточная функция, нули и полюса, частота среза, этапы синтеза фильтра, вывод формулы на вычисление порядка фильтра).
21. Эллиптический фильтр или фильтр Золотарева-Кауэра (эллиптические функции Якоби и их свойства, квадрат АЧХ, суть оптимальности фильтра, формула для вычисления порядка фильтра).
22. Синтез БИХ-фильтров на основе аналоговых фильтров прототипов. Свойства отображения, преобразовывающего аналоговый фильтр в цифровой. Два способы перехода от аналогового ФНЧ к желаемому цифровому, частотно-избирательному фильтру: ФНЧ, ФВЧ, ПФ, РФ.
23. Метод инвариантного преобразования импульсной характеристики (общая формулировка).
24. Билинейное z-преобразование (общая формулировка, графическая интерпретация, конформное отображение, свойства, соотношение между частотными шкалами аналогового и цифрового фильтров, достоинства и недостатки метода, этапы синтеза цифрового фильтра на основе данного метода).
25. Синтез БИХ-фильтров в цифровой области. Метод размещения нулей и полюсов (общая формулировка, достоинства и недостатки, пример синтеза цифрового фильтра на основе данного метода).
26. Методы изменения частоты дискретизации.
27. Цепи децимации с целочисленным коэффициентом M. Проектирование и реализация дециматора.
28. Цепи интерполяции с целочисленным коэффициентом L. Проектирование и реализация интерполятора.
29. Цепи преобразования частоты с рациональным коэффициентом L/M.
30. Многоскоростные тождества.
31. Банки фильтров. Равномерный банк фильтров. L-полосный КИХ-фильтр.
32. Двухканальный банк фильтров (структурная схема, вывод условия точного восстановления).
33. Основные проблемы практического использования преобразования Фурье.
34. Определение вейвлета. Построение вейвлет-базиса.
35. Непрерывное вейвлет-преобразование.
36. Диадное вейвлет-преобразование.
37. Основные признаки вейвлета.
38. Основные свойства вейвлет-анализа.
39. Дискретное вейвлет-преобразование и его связь с кратномасштабным анализом.
40. Масштабирующая функция. Вейвлет-функция.
41. Быстрое вейвлет-преобразование. Частотный подход к выполнению вейвлет-преобразования (алгоритм Малла).
42. Идеология построения алгоритма фильтрации на основе вейвлет-преобразования (основные этапы и параметры).
43. Адаптивный фильтр.
44. Основные компоненты, входящие в состав адаптивного фильтра.
45. Алгоритм быстрейшего спуска.
46. Адаптивный алгоритм наименьших квадратов и его сходимость. Поверхность производительности.
47. Примеры приложений адаптивной обработки сигналов (задача системной идентификации, задача подавления узкополосной помехи в широкополосном

сигнале, задача подавления широкополосной помехи на основе адаптивного самонастраивающегося фильтра).

48. Обработка изображений. Улучшение и восстановление изображений.
49. Цифровое изображение как функция.
50. Почему изображение может получиться плохо?
51. Тоновое распределение и градационные преобразования.
52. Фильтрация изображений.
53. Виды шумов.
54. Маска и веса. Кросс-корреляция (взаимная корреляция) и свертка в двумерном случае.
55. Нелинейная фильтрация (медианный фильтр, билатеральная фильтрация, нелокальные средние).
56. Детали реализации кросс-корреляции и свертки для двумерного случая.
57. Преобразование Фурье для двумерного случая.
58. Базисные функции преобразования Фурье для двумерного случая.
59. Дискретное преобразование Фурье и его обращение для двумерного случая.
60. Информативность фазы и амплитуды.
61. Теорема о свертке и фильтрация в частотной области для двумерного случая.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины
«Цифровая фильтрация»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Одной из основных форм усвоения учебного материала по дисциплине «**Основы цифровой обработки сигналов**» является самостоятельная работа студента, причем в достаточно большом объеме. По всем темам предусмотрены задания самостоятельной работы, на которых происходит закрепление изученного материала и отработка навыков анализа и синтеза систем цифровой обработки сигналов.

Освоить вопросы дисциплины «**Основы цифровой обработки сигналов**» самостоятельно студенту достаточно сложно. Посещение всех предусмотренных лекционных и лабораторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных самостоятельных занятий в течение семестра сдать зачет практически невозможно.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

а) Для самостоятельной работы рекомендуется использовать учебную литературу, указанную в разделе № 7 данной рабочей программы.

б) Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»– электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в сети Интернет).

в) Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (http://window.edu.ru/library).

Целью создания информационной системы «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» (ИС «Единое окно») является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных Интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам» создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005–2008 гг. Головной разработчик проекта – Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ «Информика») www.informika.ru.

ИС «Единое окно» объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России.