МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра радиотехнических систем

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета
_____ И.С. Огнев
(подпись)

«17» мая 2022 г.

Рабочая программа дисциплины
«Статистическая радиофизика»

Направление подготовки
03.03.03 Радиофизика

Направленность (профиль)
Телекоммуникационные системы и технологии

Форма обучения
очная

Программа одобрена
на заседании кафедры
от «13» апреля 2022 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК
физического факультета
протокол № 5 от «11» мая 2022 года

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины являются изучение и освоение новых теорий и моделей, связанных со случайными сигналами, применяемых в радиофизике; в ознакомлении со стохастическими задачами и методами описания стохастических процессов применительно к задачам радиофизики, в частности построение математических моделей стохастических сигналов; применение современных алгоритмов для обработки результатов эксперимента, использование новых информационных технологий, слежение за научной периодикой.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина относится к обязательной части образовательной программы и входит в модуль «Физика колебательных и волновых процессов».

Для освоения данной дисциплиной студенты должны владеть математическим аппаратом векторного и матричного анализа, линейной алгебры, дифференциального исчисления, уметь решать основные типы интегральных и дифференциальных уравнений, знать специальные функции и их свойства, знать основы теории вероятностей и математической статистики, иметь представление об основных понятиях радиотехники.

Полученные в курсе знания необходимы для изучения последующих дисциплин модуля «Физика колебательных и волновых процессов», а также для продолжения обучения в магистратуре по направлению Радиофизика.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	**Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)**	**Перечень планируемых результатов обучения**
Общепрофессиональные компетенции		
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физики и радиофизики и использовать их в профессиональной деятельности, в том числе в сфере педагогической деятельности.	**ИД-ОПК-1.1** Осуществляет постановку задачи, выбирает способ её решения	Знать методы описания случайных величин и процессов; основные модели случайных процессов; характеристики случайных процессов.
	ИД-ОПК-1.2 Применяет математический аппарат, физические законы и теории для решения прикладных и теоретических задач, в том числе педагогической деятельности.	Уметь определять статистические характеристики радиофизических процессов.
ОПК-2 Способен проводить теоретические и	**ИД-ОПК-2.1.** Осуществляет обоснованный выбор	Уметь описывать реальные радиофизические процессы статистическими моделями.

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
экспериментальные исследования объектов, систем и процессов, обрабатывать и представлять экспериментальные данные.	способов и средств измерений и применяет их при проведении экспериментальных исследований.	
	ИД-ОПК-2.2. Проводит обработку и представление полученных данных и оценку погрешности результатов измерений	Владеть навыками применения методов статистического анализа для обработки полученных данных.

4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **5** зачёт. ед., **180** акад. час. Из них:
2 зачёт. ед., **72** акад. час. – 5 семестр;
3 зачёт. ед., **108** акад. час. – 6 семестр.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации *(по семестрам)* Формы ЭО и ДОТ *(при наличии)*
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Введение. Основы теории случайных процессов	5	11	6		2		4	Задания для самостоятельной работы. Самостоятельная работа №1
2	Статистический модели шумов	5	8	4		1		3	Задания для самостоятельной работы. Самостоятельная работа №2
3	Линейные преобразования	5	9	6		1		4	Задания для самостоятельной работы. Самостоятельная работа №3
4	Нелинейные преобразования случайных процессов	5	6	1		1		4,7	Задания для самостоятельной работы. Самостоятельная работа №4
	Аттестация промежуточная	5					0,3		Зачёт
	Всего за 5 семестр		**34**	**17**		**5**	**0,3**	**15,7**	**72**
5	Узкополосные случайные процессы	6	4	4	8	0,5		0,5	Защита лабораторных работ
6	Элементы теории выделения сигналов на фоне шумов	6	5	5	8	0,5		0,5	Защита лабораторных работ

7	Случайные волновые поля	6	4	4	9	0,5		0,5	Защита лабораторных работ
8	Элементы теории информации	6	4	4	9	0,5		0,5	Защита лабораторных работ
	Аттестация промежуточная	6				2	0,5	33,5	Экзамен
	Всего за 6 семестр		**17**	**17**	**34**	**4**	**34**	**35,5**	**108**
	ИТОГО		**51**	**34**	**34**	**9**	**34,3**	**51,2**	**180**

Содержание дисциплины

Тема 1.

Введение. Основы теории случайных процессов. Историческая справка. Физика возникновения флуктуаций. Единство случайных и детерминированных процессов. Примеры проявлений в различных областях и в радиофизике. Понятие случайного процесса. Функция распределения и плотность распределения значений в одном сечении случайного процесса. Многомерные распределения. Моментные функции. Функция корреляции случайного процесса. Характеристическая функция. Разложение характеристической функции по моментам. Кумулянтное разложение. Нормальное распределение. Коэффициент асимметрии и эксцесса. Стационарные и нестационарные случайные процессы. Спектральное представление случайного процесса. Теорема Винера-Хинчина. Свойства энергетического спектра стационарного процесса. Соотношение масштаба корреляции и ширины энергетического спектра. Обобщение теоремы Винера-Хинчина для нестационарных процессов. Средние по времени характеристики реализации. Эргодические процессы. Дисперсия временного среднего. Центральная предельная теорема. Свойства нормального случайного процесса. Условная плотность нормального распределения. Прогнозирование случайного процесса. Взаимосвязь корреляции и линейной регрессии.

Тема 2.

Статистические модели шумов. Возникновение флуктуаций и шумов в радиофизике: параметрические и непараметрические модели. Марковские процессы. Уравнение Смолуховского. Нормальные Марковские процессы. Диффузионные процессы и уравнения Фокера-Планка-Колмогорова. Процесс с независимыми приращениями и Винеровский процесс. Случайный поток импульсов. Кинетическая теория дробового шума. Распределение Пуассона. Функция корреляции дробового шума. Энергетический спектр дробового шума. Формула Шоттки. Термодинамическая теория теплового шума. Формула Найквиста.

Тема 3.

Линейные преобразования случайных процессов. Линейная фильтрация случайных процессов. Изменения корреляционной функции и энергетического спектра линейным фильтром. Белый шум на входе линейной инерционной системы. Моделирование корреляционных связей на ЭВМ. Нормализация закона распределения процесса на выходе линейной инерционной системой. Взаимная корреляция шумов на выходе двух линейных систем. Непрерывность и дифференцируемость случайного процесса в среднеквадратическом смысле, необходимые и достаточные условия. Статистические свойства производной случайного процесса.

Тема 4.

Нелинейные преобразования случайных процессов. Случайный процесс на выходе нелинейной системы. Преобразование закона распределения значений. Методы моделирования случайных процессов на ЭВМ. Функция корреляции случайного процесса на выходе безинерционной нелинейной системы. Энергетический спектр случайного процесса на выходе нелинейной системы. Метод дифференциального уравнения для расчета преобразования функции корреляции нормального процесса. Корреляционная

функция и энергетический спектр на выходе квадратичного детектора. Дисперсия флуктуаций случайного процесса на выходе линейного детектора. Корреляционная функция на выходе предельного ограничителя. Плотность распределения процесса на выходе одностороннего и двустороннего детекторов.

Тема 5.

Узкополосные случайные процессы. Квазигармонические флуктуации и узкополосный случайный процесс. Аналитический сигнал. Энергетические характеристики сопряженных процессов. Взаимная корреляция сопряженных процессов. Корреляция квадратурных составляющих. Распределения огибающей и фазы нормального узкополосного шума. Распределение огибающей смеси "сигнал+шум". Распределение фазы смеси "сигнал+шум". Теорема Котельникова для случайного процесса с ограниченным спектром. Дискретизация процесса и обрезание спектра процесса.

Тема 6.

Элементы теории выделения сигналов на фоне шумов. Обнаружение сигнала на фоне шума, оптимизация отношения сигнал/шум. Согласованная фильтрация. Корреляционный прием. Согласованный фильтр и отношение правдоподобия. Критерии обнаружения: максимального правдоподобия и идеального наблюдателя, Неймана-Пирсона. Выбор пороговых значений. Выделение сигнала из шума. Оптимальный прием. Адаптивные системы.

Тема 7.

Случайные волновые поля. Понятие случайного волнового поля. Статистическая однородность и изотропность. Обобщение теоремы Винера-Хинчина. Случайный волновой пучок. Угловой энергетический спектр.

Тема 8.

Элементы теории информации. Количественное определение информации. Средняя собственная и взаимная информации. Свойства средней собственной и взаимной информации. Взаимосвязь информационного и термодинамического понятий энтропии. Кодирование и декодирование сигналов. Пропускная способность канала связи. Теорема Шеннона.

Перечень лабораторных работ

1. Исследование случайного процесса с применением линейного регрессионного анализа.
2. Исследование спектра и функции корреляции случайного процесса после преобразования.
3. Исследование интегральной функции распределения случайных процессов.

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – даёт первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Даётся краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных учёных, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также даётся анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, чёткая

структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний. Выработка у студентов навыков и практики применения теории к анализу конкретных видов систем. Решение типовых задач, в том числе связанных с анализом конкретных типов радиотехнических систем.

Лабораторное занятие – занятие, посвящённое практическому освоению конкретных умений и навыков с помощью математических моделей на ЭВМ и закреплению полученных на лекции знаний.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса используются:
– для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации;
– программы Microsoft Office, издательская система LaTex;
– для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются: Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Учебно-методическое и информационное обеспечение дисциплины

а) основная литература

1. Тихонов В. И. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем: учеб. пособие для вузов. / В. И. Тихонов, В. Н. Харисов; УМО по университетскому политехническому образованию - 2-е изд.,испр. - М.: Радио и связь : Горячая линия - Телеком, 2004. - 608 с.
2. Рожков И. Т. Основы статистической радиофизики: учеб. пособие для вузов.. Ч. 1. / И. Т. Рожков; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова, Науч.-метод. совет ун-та - Ярославль: ЯрГУ, 2008. - 103 с. http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20080703.pdf

б) дополнительная литература

1. Тихонов, В. И., Случайные процессы : примеры и задачи : учеб. пособие для вузов / В. И. Тихонов, Б. И. Шахтарин, В. В. Сизых. Т. 1: Случайные величины и процессы, М., Радио и связь, 2003, 399с
2. Тихонов В. И. Случайные процессы. Примеры и задачи: учеб. пособие для вузов / В. И. Тихонов, Б. И. Шахтарин, В. В. Сизых; УМО вузов по университет. политех. образованию. Т. 3: Оптимальная фильтрация, экстраполяция и моделирование. / под ред. В. В. Сизых - Б.м.: Б.и., 2004. - 407 с.
3. Тихонов В. И. Случайные процессы. Примеры и задачи: учеб. пособие для вузов / В. И. Тихонов, Б. И. Шахтарин, В. В. Сизых. Т. 5: Оценка сигналов, их параметров и спектров. Основы теории информации. - 2-е изд. - Б.м.: Б.и., 2012. - 399 с.
4. Рожков И. Т. Основы статистической радиофизики: учеб. пособие для вузов.. Ч. 2. / И. Т. Рожков; Науч.-метод. совет ун-та ; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова - Ярославль: Б.и., 2007. - 115 с.

5. Рожков И. Т. Основы статистической радиофизики: учеб. пособие для вузов / И. Т. Рожков; Яросл. гос. ун-т им. П. Г. Демидова, Науч.-метод. совет ун-та. Ч. 3. - Б.м.: Б.и., 2009. - 112 с.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).
2. Электронная библиотека elibrary.ru;
3. Открытый международный архив электронных препринтов arXiv.org;
4. Базы патентов, открытый поиск wipo.int;
5. Базы данных ВИНИТИ viniti.msk.su;
6. Информационно-поисковая система РГБ rsl.ru.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения лабораторных работ;
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор:
Профессор кафедры
радиотехнических систем, д.т.н., профессор В.Е. Туров

Приложение №1 к рабочей программе дисциплины «Статистическая радиофизика»

Фонд оценочных средств для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов по дисциплине

1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации

Устный опрос

Опрос проводится по вопросам к зачёту или вопросам к экзамену (в соответствующем семестре).

Критерии оценивания ответов на вопросы опроса

Критерий	Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)	Продвинутый уровень (на «хорошо»)	Высокий уровень (на «отлично»)
Соответствие ответа вопросу	Хотя бы частичное (*не относящееся к вопросу не подлежит проверке*)	Полное	Полное
Полнота ответа	Вопрос раскрыт на 50 и более %	Ответ почти полный, без ошибок, не хватает отдельных элементов и тонкостей	Ответ полный и без ошибок

Защита лабораторных работ

Защита лабораторных работ осуществляется путём собеседования по отчёту о лабораторной работе, в ходе которого проверяются знания теоретических основ (по вопросам из методических указаний к выполнению работ), умение соблюдать методику эксперимента, работать с оборудованием, а также защищаются результаты работы.

Критерии оценивания заданий для самостоятельной работы, отчётов по лабораторным работам и защиты работ

Критерий	Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Качество модели	Адекватная объекту исследований и заданным условиям	Адекватная объекту исследований и заданным условиям	Адекватная объекту исследований и заданным условиям
Методика	Соблюдена не полностью, есть отступления, повлекшие погрешности или выход в режимы, не описываемые моделью	Соблюдена, однако выясняется, что студент не понимает, почему именно предписанные действия следует предпринимать	Соблюдена полностью и осмысленно
Отчёт	Имеет 1-2 недостатка, однако в целом соответствует	Имеет некоторые незначительные недостатки в	Соответствует всем требованиям к отчёту по лабораторным работам,

	требованиям к отчёту по лабораторным работам и читабелен	оформлении или представлении результатов	аккуратно оформлен
Результаты исследования	В целом соответствуют заданию и адекватны объекту, однако погрешность результатов не контролировалась	Соответствуют заданию, адекватны объекту, имеется статистическая обработка результатов	Полностью соответствуют заданию, корректно отображают объект исследования в заданных условиях, погрешность контролировалась, обработка результатов проведена
Объяснения и выводы	Объяснения отрывочны, выводы бессодержательные, причины расхождения с теорией (если требовалось) не объяснены	В объяснениях есть гипотезы и аргументы в их пользу, однако не продемонстрировано уверенное владение методологией и терминологией в данной области	Объяснения проводятся с отсылками к наименованиям и формулировкам законов, указанием методов, аргументация логичная, сделанные выводы соответствуют свойствам исследуемого объекта
Ответы на вопросы при допуске и защите	Правильные ответы на большинство вопросов, однако, излишне краткие или с ошибками в терминологии.	Полные ответы практически на все вопросы с незначительными недостатками и некоторой нехваткой терминологической лексики	Развёрнутые, корректные ответы на все вопросы, с отсылками к наименованиям и формулировкам законов, указанием методов, аргументация логичная.

Контрольные вопросы для защиты лабораторных работ

1. Принцип получения массива данных случайного процесса.
2. Напишите формулы для математического ожидания и дисперсии случайного процесса при усреднении по ансамблю, по времени и по выборке. Для каких случайных процессов они дают одинаковые результаты?
3. Расскажите порядок расчета и построения гистограмм распределения вероятностей случайного процесса.
4. Укажите примеры практического использования характеристик параметров выбросов случайных процессов.
5. Приведите пример физического центрирования случайного процесса из области радиофизики.
6. Дайте определение точечной оценки параметра и доверительного интервала.
7. Расскажите о распределении Стьюдента. Для каких целей оно используется.
8. Дайте определение выборочных: среднего, дисперсии и коэффициента корреляции массива данных.
9. Какой критерий применяется при выводе уравнения регрессии?
10. Как практически можно использовать уравнение линейной регрессии? Приведите пример.
11. Укажите примеры практического использования факта превышения порога выбросами электрических процессов.

12. Влияет ли величина отношения сигнал-шум на поведение линейной регрессии для массива выборки случайного процесса. Если да, то почему?

13. Расскажите порядок нахождения распределения вероятностей по массиву экспериментальных данных.

14. Какие характеристики случайного процесса можно определит, зная аналитическое выражение плотности вероятности этого процесса.

15. Запишите полное аналитическое выражение гауссовой плотности вероятности.

16. Поясните смысл дисперсии случайного электрического процесса.

17. Дать определение автокорреляционной и взаимно корреляционной функций и коэффициента корреляции.

18. Пояснить основные свойства корреляционных функций.

19. Пояснить метод экспериментального определения спектральной плотности.

20. Рассказать о методах преобразования случайных процессов (линейных и нелинейных).

21. Пояснить физический смысл интервала корреляции случайного процесса.

22. Привести формулы, устанавливающие связь функции корреляции случайного процесса с его спектральной плотностью.

23. Дать определение эффективного напряжения случайного процесса.

24. Какими характеристиками описывают случайный процесс?

25. Дать определение плотности вероятности случайного процесса, математического ожидания, дисперсии, среднеквадратичного значения и написать соответствующие формулы.

26. Описать принципы формирования случайных процессов и привести примеры их использования в науке и технике.

27. Пояснить виды законов распределения случайных процессов.

28. Пояснить методику экспериментального определения интегральных и дифференциальных функций распределения случайных процессов.

29. Какие критерии используются для оцеки параметров случайного процесса? Пояснить критерий $\chi 2$.

30. Какие характеристики случайного процесса можно определить, зная одномерную и двухмерную плотность вероятности?

31. Дать определение плотности вероятности случайного процесса.

32. Дать определение характеристической функции случайного процесса.

33. Пояснить свойства математического ожидания и дисперсии случайного процесса.

34. Привести примеры практического применения функции распределения случайного процесса.

35. Дайте определение вероятности случайного процесса.

36. Какие основные статистические характеристики случайных процессов вам известны?

37. Дайте определение стационарного случайного процесса.

38. Определите эргодическое свойство стационарного случайного процесса.

39. Перечислите основные свойства интегральной функции распределения вероятностей.

40. Какие статистические свойства процесса характеризует одномерная (многомерная) плотность вероятности? Как она измеряется?

41. Какие свойства имеет дифференциальная функция распределения?

42. Как определяют среднее значение и дисперсию случайного процесса усреднением по ансамблю реализаций и усреднением по времени?

43. Как найти плотность вероятности мгновенных значений гармонического (треугольного) сигнала со случайной равновероятной фазой? Дать физическое пояснение результата.

44. Приведите пример дискретного эргодического случайного процесса. Изобразите график его плотности вероятности и функции распределения вероятностей.

45. Дайте определение одномерной характеристической функции вероятностей случайного процесса.

Практические задания с примерами их решения

Задачи нахождения характеристик случайного процесса

Пример 1. Случайная величина x имеет плотность вероятности

$$f(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \dfrac{a}{(1+x)^3} & x\geq 0\end{cases}.$$

Найти a, функцию распределения F(x) и вероятность попадания в отрезок [0,1].

Решение

Коэффициент a *найдем из условия нормировки*

$$\int_{-\infty}^{\infty} f(x)dx=1.$$

Подставляя сюда плотность вероятности, получаем

$$\int_{0}^{\infty}\frac{a}{(1+x)^3}dx=\frac{a}{2}=1.$$

Отсюда $a=2$.

При известной плотность вероятности $f(x)$ *нетрудно найти функцию распределения F(x):*

$$F(x)=\int_{-\infty}^{x} f(x')dx'=\begin{cases}0 & \mathrm{x}<0\\ 1-(1+x)^2 & \mathrm{x}\geq 0\end{cases}$$

и вероятность попадания в отрезок [0,1]:

$$P(0<x<1)=F(1)-F(0)=3/4$$

Задание 1. Случайная величина x имеет плотность вероятности

$$f(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \dfrac{2}{(1+x)^3} & x\geq 0\end{cases}$$

Найти среднее x и ее дисперсию.

Задание 2. Непрерывная случайная величина x равномерно распределена на интервале a<x </x

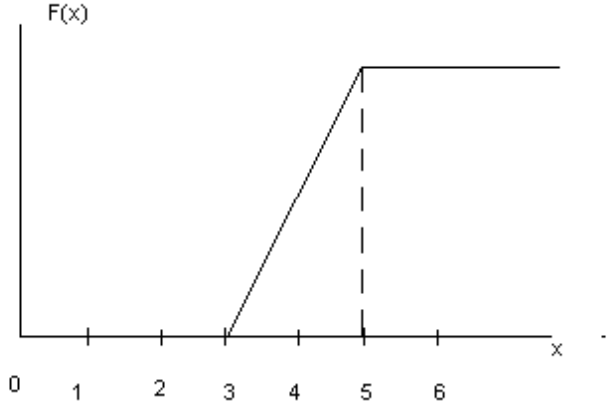
Найти среднее x и ее дисперсию.

Задание3. Случайная величина x имеет одностороннюю экспоненциальную плотность вероятности

$$f(x)=\begin{cases}0 & x<0\\ \lambda\exp(-\lambda x) & x\geq 0\end{cases}$$

Найти среднее x и дисперсию.

Задание4. Функция распределения F(x) задана графически



Найти ее аналитическое выражение, плотность вероятности, вероятность того, что x примет значение от 3,5 до 4,5.

Задание 5. Плотность вероятности f(x) случайной величины x имеет вид

$$f(x)=\alpha\exp(-|x|) \qquad -\infty < x < \infty$$

Найти α, среднее, дисперсию и вероятность попадания x в интервал –1<x

Задание 6.Случайный процесс представляет собой аддитивную смесь полезного сигнала и шума

$$y(t)=S(t)+n(t),$$

где n(t) – помеха с известным математическим ожиданием mn(t) = 0 и дисперсией Dn(t) = Dn.

Найти математическое ожидание и дисперсию процесса y(t)

Задание 7.При какой плотности вероятности $f_{\phi}(\phi)$ процесс $U(t)=a\cos(\omega t+\phi)$

будет стационарным в широком смысле.

Задание 8.Случайный процесс имеет реализацию вида

$$x(t)=a\cos\omega_0 t+b\sin\omega_0 t$$

с постоянным ω_0 и случайными a и b . Найти условие стационарности в широком смысле.

Задание 9.Пусть x(t) - белый шум. Найти функцию корреляции $\Psi_y(t_1,t_1)$ для Винеровского случайного процесса y(t), интеграла от x(t)

$$y(t)=\int_0^t x(t')dt'$$

Задание 10.Найти корреляционную функцию $K_\xi(\tau)$ и спектральную плотность $S_\xi(\omega)$ для стационарного случайного процесса

$$\xi(\tau)=A_0\cos(\omega_0 t+\phi)$$

где A_0 и ω_0 - постоянные амплитуда и частота, а начальная фаза ϕ равномерно распределена на интервале $[-\pi,\pi]$, то есть

$$f_\phi(\phi)=\frac{1}{2\pi} \qquad -\pi\le\phi\le\pi$$

Задание 11.Найти корреляционную функцию $K_\xi(\tau)$ и спектральную плотность $S_\xi(\omega)$ для стационарного случайного процесса

$$\xi(\tau)=A\cos(\omega t+\phi)$$

где A,ω и ϕ - независимые случайные амплитуда, частота и начальная фаза; A,ω заданы одномерными плотностями вероятности $f_A(A), f_\omega(\omega)$, а начальная фаза ϕ равномерно распределена на интервале $[-\pi,\pi]$, то есть

$$f_\phi(\phi)=\frac{1}{2\pi} \qquad -\pi\le\phi\le\pi$$

Задание 12.Найти спектральную плотность процесса $\xi(t)$ с нулевым матожиданием и корреляционной функцией

$$K_\xi(\tau)=\sigma^2\exp\left(-\alpha|\tau|\right)$$

Задание 13.Найти спектральную плотность процесса $\xi(t)$ с нулевым матожиданием и корреляционной функцией

$$K_\xi(\tau)=\sigma^2\exp\left(-\alpha|\tau|\right)\cos(\omega_0\tau)$$

Задание 14.Найти корреляционную функцию $K_\xi(\tau)$ для низкочастотного прямоугольного спектра

$$S_\xi(\omega)=\begin{cases} S_0 & |\omega|\le h \\ 0 & |\omega|>h \end{cases}$$

Задание 15. Найти корреляционную функцию $K_\xi(\tau)$ для стационарного процесса с

$$S_{0\xi}(\omega)=\begin{cases} C_0 & |\omega-\omega_0|\le\Delta\omega \\ 0 & |\omega-\omega_0|>\Delta\omega \end{cases}$$

односторонней спектральной плотностью

Задание 16. Найти корреляционную функцию $K_\xi(\tau)$ для стационарного процесса с односторонней спектральной плотностью

$$S_{0\xi}(\omega)=C_0\exp\left\{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2h^2}\right\}$$

Задание 17.Найти корреляционную функцию $K_\xi(\tau)$ и спектральную плотность $S_\xi(\omega)$ для случайного процесса с амплитудной модуляцией

$$\xi(\tau)=A\cos(\omega t+\phi)$$

где A,ω и ϕ - независимые случайные амплитуда, частота и начальная фаза; A,ω заданы одномерными плотностями вероятности $f_A(A), f_\omega(\omega)$, а начальная фаза ϕ равномерно распределена на интервале $[-\pi,\pi]$, то есть

$$f_\phi(\phi)=\frac{1}{2\pi} \qquad -\pi\le\phi\le\pi$$

Задачи нахождения отклика линейного фильтра на воздействие случайного процесса

Задание 18.Найти корреляционную функцию на выходе идеальной дифференцирующей цепи

$$y(t)=\frac{dx(t)}{dt},$$

когда на входе стационарный процесс $x(t)$.

Задание 19.Найти корреляционную функцию на выходе цепи, описываемой выражением

$$y(t)=\frac{dx(t)}{dt}+x(t),$$

когда на входе стационарный процесс $x(t)$.

Решение:

Учитывая линейность преобразования $y(x)$, нетрудно найти математическое ожидание $y(t)$

$$m_y(t)=M\left[y(t)\right]=M\left[\frac{dx(t)}{dt}+x(t)\right]=\frac{dM[x(t)]}{dt}+M[x(t)]=\frac{dm_x(t)}{dt}+m_x(t)$$

Для стационарного процесса $m_x(t) = const = m_x$. *Поэтому в нашем случае*

$$m_y(t) = m_x(t)$$

Для определения корреляционной функции найдем центрированную случайную функцию

$$\tilde{y}(t) \equiv y(t) - m_y(t) = \frac{dx(t)}{dt} + x(t) - \left[\frac{dm_x(t)}{dt} + m_x(t)\right] = \frac{d\left[x(t) - m_x(t)\right]}{dt} + \left[x(t) - m_x(t)\right]$$
$$= \frac{d\tilde{x}(t)}{dt} + \tilde{x}(t)$$

Теперь по определению корреляционной функции $K_y(t_1, t_2)$ *:*
$K_y(t_1, t_2) = M\left[\tilde{y}(t_1)\tilde{y}(t_2)\right]$.

Подставляя сюда $\tilde{y}(t)$*, получаем*

$$K_y(t_1, t_2) = M\left[\left(\frac{d\tilde{x}(t_1)}{dt} + \tilde{x}(t_1)\right)\left(\frac{d\tilde{x}(t_2)}{dt} + \tilde{x}(t_2)\right)\right] =$$
$$\frac{\partial^2 K_x(t_1, t_2)}{\partial t_1 \partial t_2} + \frac{\partial K_x(t_1, t_2)}{\partial t_1} + \frac{\partial K_x(t_1, t_2)}{\partial t_2} + K_x(t_1, t_2)$$

Для стационарного процесса $K_x(t_1, t_2) = K_x(t_2 - t_1) = K_x(\tau)$. *Поэтому в нашем случае*

$$K_y(t_1, t_2) = -\frac{d^2 K_x(\tau)}{d\tau^2} + K_x(\tau) = K_y(\tau)$$

То есть стационарный в широком смысле процесс остается стационарным.

Задание 20.Найти корреляционную функцию на выходе идеальной интегрирующей цепи

$$y(t) = \int_0^t x(t')dt',$$

когда на входе стационарный процесс $x(t)$.

Задание 21.Найти спектр и корреляционную функцию на выходе дифференцирующей RC цепи, когда на входе белый шум.

Задание 22.Найти спектр и корреляционную функцию на выходе интегрирующей RC цепи, когда на входе белый шум.

Задание 23.Найти спектр и корреляционную функцию на выходе идеального фильтра с АЧХ

$$C(\omega)=\begin{cases}1 & |\omega-\omega_0|\le\Delta_c/2\\ 0 & |\omega-\omega_0|>\Delta_c/2\end{cases}\qquad \omega\ge 0$$

когда на входе белый шум.

Задание 24.Найти спектр и корреляционную функцию на выходе идеального фильтра с АЧХ

$$C(\omega)=\exp\left\{-\frac{(\omega-\omega_0)^2}{2\beta^2}\right\}\qquad \omega\ge 0$$

когда на входе белый шум.

Задачи нахождения отклика нелинейного фильтра на воздействие случайного процесса

Задание 25.Найти плотность вероятности напряжения y на выходе двустороннего квадратичного детектора

$$y=\beta x^2,\qquad \beta>0$$

когда входной шум x распределен по нормальному закону:

$$f_x(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi 2\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Решение:

В нашем случае обратное преобразование $x=h(y)$ *неоднозначно: имеются две ветви*

$$h_1(y)=\sqrt{\frac{y}{\beta}},\qquad h_2(y)=-\sqrt{\frac{y}{\beta}}$$

С учетом этого плотность вероятности напряжения y *определяется суммированием плотностей вероятности по обеим ветвям:*

$$f_y(y)=\begin{cases}f_x(h_1(y))\left|\frac{dh_1(y)}{dy}\right|+f_x(h_2(y))\left|\frac{dh_2(y)}{dy}\right| & y\ge 0\\ 0 & y<0\end{cases}$$

Подставляя $h_{1,2}(y)$ *и* $f_x(x)$*, получаем*

$$f_y(y)=\begin{cases}\dfrac{1}{\sqrt{\pi 2 y\beta\sigma^2}}\exp\left\{-\dfrac{y}{2\beta\sigma^2}\right\} & y\ge 0\\ 0 & y<0\end{cases}$$

Задание 26.Найти плотность вероятности напряжения y на выходе одностороннего линейного детектора

$$y=\begin{cases}\beta x & x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

$\beta>0$, когда входной шум x распределен по нормальному закону:

$$f_x(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi 2\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Задание 27.Найти плотность вероятности напряжения y на выходе одностороннего квадратичного детектора

$$y=\begin{cases}\beta x^2 & x\ge 0\\ 0 & x<0\end{cases}$$

$\beta>0$, когда входной шум x распределен по нормальному закону:

$$f_x(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi 2\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Задание 28.Найти плотность вероятности напряжения y на выходе кусочно-линейного детектора

$$y=\begin{cases}\beta_1 x & x\ge 0\\ \beta_2 x & x<0\end{cases}$$

когда входной шум x распределен по нормальному закону:

$$f_x(x)=\frac{1}{\sqrt{\pi 2\sigma^2}}\exp\left\{-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}\right\}$$

Задание 29.Найти среднее и дисперсию напряжения y на выходе двустороннего линейного детектора

$$y = \beta|x| = \begin{cases} \beta x & x \geq 0 \\ -\beta x & x < 0 \end{cases}$$

когда входной шум x распределен по нормальному закону:

$$f_x(x) = \frac{1}{\sqrt{\pi 2\sigma^2}} \exp\left\{-\frac{(x)^2}{2\sigma^2}\right\}$$ </x

Самостоятельные работы №1-4

Задания формируются из задач по образцу вышеприведённых.

Критерии оценивания задач
в рамках выполнения самостоятельных работ 1-4

По каждому заданию оценивается соответствие нижеследующим критериям, по результатам присваиваются баллы:

полное соответствие – 3 балла,
с незначительными недостатками – 2 балла,
с существенными недостатками – 1 балл,
не соответствует или задание не выполнено – 0 баллов.

Показатели	Критерии
Формулы	Корректные, в стандартных обозначениях или обозначения раскрыты
Ход решения	Имеется не только правильный ответ с правильными единицами измерения (для размерных величин), но и приводящие к ответу выкладки или критерии
Объяснения	Развёрнутые, корректные ответы на все вопросы, с отсылками к наименованиям и формулировкам законов, указанием методов, аргументация логичная.
Графики (если необходимо)	Верный вид зависимости, по осям указаны аргумент и имя функции со своими единицами, есть шкалы на осях, нанесены контрольные метки, соответствующие заданию.
Схемы (если необходимо)	Представлен правильный набор элементов или блоков в стандартных обозначениях, правильно соединённых друг с другом, указаны их номиналы (если это возможно по имеющимся данным), указаны места соединения или шины

Суммируются баллы за каждое задание.

Оценка за работу проставляется по количеству набранных баллов:
менее 60% от максимально возможного количества баллов – неудовлетворительно,
60-75% от максимально возможного количества баллов – удовлетворительно,
76-85% от максимально возможного количества баллов – хорошо,
86-100% от максимально возможного количества баллов – отлично.

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Список вопросов к зачету

1. Понятие случайного процесса. Функция распределения и плотность распределения значений в одном сечении случайного процесса. Многомерные распределения.
2. Моментные функции. Функции корреляции случайного процесса.
3. Характеристическая функция. Разложение характеристической функции по моментам. Кумулянтное разложение. Нормальное распределение. Коэффициент асимметрии и эксцесса.
4. Стационарные и нестационарные случайные процессы.
5. Спектральное представление случайного процесса. Теорема Винера-Хинчина. Свойства энергетического спектра случайного процесса. Соотношения масштаба корреляции и ширины энергетического спектра.
6. Обобщение теоремы Винера-Хинчина для нестационарных процессов.
7. Средние по времени характеристики реализации. Эргодические процессы. Дисперсия временного среднего. Центральная предельная теорема.
8. Свойства нормального случайного процесса. Условная плотность нормального распределения.
9. Прогнозирование случайного процесса. Взаимосвязь корреляции и линейной регрессии.
10. Марковские процессы. Уравнение Смолуковского. Нормальные марковские процессы.
11. Марковские цепи.
12. Диффузионные процессы и уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова.
13. Процесс с независимыми приращениями и винеровский процесс.
14. Случайный поток импульсов. Распределение Пуассона. Термодинамическая теория теплового шума.
15. Формула Найквиста. Флуктуационно-диссипативная теорема.
16. Линейная фильтрация случайных процессов. Изменения корреляционной функции и энергетического спектра линейным фильтром.
17. Белый шум на входе линейной инерционной системы. Нормализация закона распределения процесса на выходе линейной инерционной системой.
18. Взаимная корреляция шумов на выходе двух линейных систем.
19. Непрерывность и дифференцируемость случайного процесса в среднеквадратическом смысле, необходимые и достаточные условия. Статистические свойства производной случайного процесса.
20. Случайный процесс на выходе нелинейной системы. Преобразование закона распределения значений.
21. Функция корреляции случайного процесса на выходе безынерционной нелинейной системы. Энергетический спектр случайного процесса на выходе нелинейной системы.
22. Корреляционная функция и энергетический спектр на выходе квадратичного детектора.
23. Дисперсия флуктуаций случайного процесса на выходе линейного детектора.
24. Корреляционная функция на выходе предельного ограничителя.
25. Плотность распределения процесса на выходе одностороннего и двустороннего детекторов.

Список вопросов к экзамену

1. Квазигармонические флуктуации и узкополосный случайный процесс.
2. Аналитический сигнал. Энергетические характеристики сопряженных процессов.
3. Взаимная корреляция сопряженных процессов.
4. Корреляция квадратурных составляющих.
5. Распределение огибающей и фазы нормального узкополосного шума.
6. Распределение огибающей смеси «сигнал+шум».
7. Теорема Котельникова для случайного процесса с ограниченным спектром.
8. Дискретизация и ограничение спектра процесса.
9. Обнаружение сигнала на фоне шума, оптимизация отношения сигнал-шум.
10. Согласованная фильтрация.
11. Корреляционный прием.
12. Согласованный фильтр и отношение правдоподобия.
13. Прием сигналов в канале с помехами.
14. Понятие о статистических критериях принятия решения.
15. Критерий идеального наблюдателя.
16. Критерий максимального правдоподобия.
17. Критерий Неймана-Пирсона.
18. Критерий минимального среднего риска.
19. Выбор пороговых значений.
20. Выделение сигнала из шума.
21. Оптимальный прием.
22. Адаптивные системы.
23. Оценка параметров сигналов.
24. Понятие случайного волнового поля.
25. Статистическая однородность и изотропность.
26. Обобщение теоремы Винера-Хинчина.
27. Случайный волновой пучок.
28. Угловой энергетический спектр.
29. Дифракция и взаимодействие случайных волн.
30. Рассеяние волн в случайно неоднородных средах.
31. Количественное определение информации.
32. Средняя собственная информация и взаимная информация.
33. Свойства собственной и взаимной информации.
34. Взаимосвязь информационного и термодинамического понятий энтропии.
35. Пропускная способность канала связи. Теорема Шеннона.
36. Кодирование и декодирование сигналов.
37. Блочные корректирующие коды.
38. Сверточные корректирующие коды.

Критерии оценивания ответов на вопросы билета

Критерий	**Пороговый уровень (на «удовлетворительно»)**	**Продвинутый уровень (на «хорошо»)**	**Высокий уровень (на «отлично»)**
Соответствие ответа вопросу	Хотя бы частичное (*не относящееся к вопросу не подлежит проверке*)	Полное	Полное
Полнота ответа	Вопрос раскрыт на 50 и более %	Ответ почти полный, без ошибок, не хватает отдельных элементов и тонкостей	Ответ полный и без ошибок

3. Правила выставления оценки на экзамене.

В экзаменационные билет включается два теоретических вопроса. На подготовку к ответу даётся не менее 0,5 часа.

По итогам экзамена выставляется одна из оценок: «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» или «неудовлетворительно».

Оценка «Отлично» выставляется студенту, который демонстрирует глубокое и полное владение содержанием материала и понятийным аппаратом квантовой механики; осуществляет межпредметные связи; умеет связывать теорию с практикой. Студент даёт развернутые, полные и четкие ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, соблюдает логическую последовательность при изложении материала. Грамотно использует терминологию квантовой механики

Оценка «Хорошо» выставляется студенту, ответ которого на экзамене в целом соответствуют указанным выше критериям, но отличается меньшей обстоятельностью, глубиной, обоснованностью и полнотой. В ответе имеют место отдельные неточности (несущественные ошибки), которые исправляются самим студентом после дополнительных и (или) уточняющих вопросов экзаменатора.

Оценка «Удовлетворительно» выставляется студенту, который даёт недостаточно полные и последовательные ответы на вопросы экзаменационного билета и дополнительные вопросы, но при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагается в терминах квантовой механики, но при этом допускаются ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент не обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или даёт неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; дает неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или даёт неверные ответы.

Оценка «Неудовлетворительно» выставляется также студенту, который взял экзаменационный билет, но отвечать отказался.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины
«Статистическая радиофизика»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Статистическая радиофизика» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе дисциплины лежит специальный математический аппарат, с помощью которого «Статистическая радиофизика» позволяет решать довольно сложные и громоздкие задачи. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом статистической радиофизики.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы статистической радиофизики. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо самостоятельно еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом статистической радиотехники и проведения расчетов, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде самостоятельных работ (в аудитории) в ходе изучения дисциплины. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце всего курса изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса и один практический. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Критерии оценивания всех элементов, из которых формируется оценка за зачёт и за экзамен, приведены ниже.

Устный опрос. Опрос проводится по вопросам к зачёту или вопросам к экзамену (в соответствующем семестре).

Защита лабораторных работ. Защита лабораторных работ осуществляется путём собеседования по отчёту о лабораторной работе, в ходе которого проверяются знания теоретических основ (по вопросам из методических указаний к выполнению работ), умение соблюдать методику

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать литературу из рабочей программы. Особенно рекомендуется использовать учебную литературу с подробно разобранными решениями задач, в том числе многотомный сборник задач Тихонова П.П., Шахтарина Б.П., Сизых В.В.