МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра математического моделирования

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета

_______________ П.Н.Нестеров

«18» мая 2021 г.

Рабочая программа дисциплины
«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Направление подготовки
01.06.01 Математика и механика

Направленность (профиль)
«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры математического моделирования
от «13» апреля 2021 года, протокол № 8

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» является разработка фундаментальных основ и применение математического моделирования, численных методов и комплексов программ для решения научных и технических, фундаментальных и прикладных проблем.

2. Место дисциплины в структуре программы аспирантуры

Дисциплина «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» относится к вариативной части. Данная дисциплина направлена на подготовку к сдаче кандидатского экзамена научной специальности.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине – знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, характеризующие этапы формирования компетенций и обеспечивающие достижение планируемых результатов освоения программы аспирантуры, и критерии их оценивания

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций:

Профессиональные компетенции:

-способностью самостоятельно осваивать, создавать и использовать новые математические понятия, гипотезы, теоремы, методы, физико-математические модели и численные алгоритмы и программы, в том числе для прикладных исследований (ПК-1)

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
ПК-1	способностью самостоятельно осваивать, создавать и использовать новые математические понятия, гипотезы, теоремы, методы, физико-математические модели и численные алгоритмы и программы, в том числе для прикладных исследований	Знать: – Основы математического моделирования; – Численные методы Уметь: – Применять численные методы для решения научных и технических, фундаментальных и прикладных проблем; – Разрабатывать новые численные методы; – Разрабатывать новые математические модели. Владеть навыками: – реализовывать эффективные численные методы и алгоритмы в виде комплексов проблемно-ориентированных программ

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единицы, 216 акад. часов

Дисциплина изучается со 2 по 5 семестр. Формой итоговой промежуточной аттестации по дисциплине во втором и четвертом семестре является зачет, в пятом семестре экзамен.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий и их трудоемкость (в академических часах)					Формы текущего контроля успеваемости **Форма промежуточной аттестации** ***(по семестрам)***
			лекции	практические	лабораторные	консультации	самостоятельная работа	
1.	Понятие меры и интеграла Лебега. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций. Пространства Соболева. Элементы спектральной теории.	2	4			2	42	Контрольная работа
2.	Экстремальные задачи в евклидовых пространствах. Выпуклые задачи на минимум. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование. Основы вариационного исчисления.	2	2				10	Самостоятельная работа
3.	Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов.	2	2				10	Самостоятельная работа
	Всего за 2 семестр		**8**			**2**	**62**	Зачет
1.	Принятие решений. Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения.	3	3				15	Индивидуальное задание
2.	Исследование операций и задачи искусственного интеллекта. Искусственный интеллект. Распознавание образов.	3	3				15	Самостоятельная работа

	Всего за 3 семестр		**6**				**30**	
1.	Численные методы. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей. Вычислительные методы линейной алгебры. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Сплайн-аппроксимация.	4	2			1	10	
2.	Вычислительный эксперимент. Принципы проведения вычислительного эксперимента.	4	2			1	9	
3.	Алгоритмические языки. Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.	4	2				9	
	Всего за 4 семестр		**6**			**2**	**28**	**Зачет**
1.	Основные принципы математического моделирования. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей.	5	1				10	Самостоятельная работа
2.	Методы исследования математических моделей. Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.	5	1				10	Индивидуальное задание
3.	Математические модели в научных исследованиях. Математические модели в статистической механике, экономике, биологии. Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос.	5	4			2	44	Контрольная работа
	Всего за 5 семестр		**6**			**2**	**64**	**Экзамен**
	Всего		**26**			**6**	**184**	

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Математические основы

1.1.Элементы теории функций и функционального анализа

Понятие меры и интеграла Лебега. Метрические и нормированные пространства. Пространства интегрируемых функций. Пространства Соболева. Линейные непрерывные функционалы. Теорема Хана-Банаха. Линейные операторы. Элементы спектральной теории. Дифференциальные и интегральные операторы.

1.2.Экстремальные задачи. Выпуклый анализ

Экстремальные задачи в евклидовых пространствах. Выпуклые задачи на минимум. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование. Задачи на минимакс. Основы вариационного исчисления. Задачи оптимального управления. Принцип максимума. Принцип динамического программирования.

1.3.Теория вероятностей. Математическая статистика

Аксиоматика теории вероятностей. Вероятность, условная вероятность. Независимость. Случайные величины и векторы. Элементы корреляционной теории случайных векторов. Элементы теории случайных процессов. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения. Элементы теории проверки статистических гипотез. Элементы многомерного статистического анализа. Основные понятия теории статистических решений. Основы теории информации.

Раздел 2. Информационные технологии

2.1. Принятие решений

Общая проблема решения. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы. Метод последовательного принятия решения.

2.2. Исследование операций и задачи искусственного интеллекта

Экспертизы и неформальные процедуры. Автоматизация проектирования. Искусственный интеллект. Распознавание образов.

Раздел 3. Компьютерные технологии

3.1.Численные методы

Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей. Численное дифференцирование и интегрирование. Численные методы поиска экстремума. Вычислительные методы линейной алгебры. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др. Численные методы вейвлет-анализа.

3.2.Вычислительный эксперимент

Принципы проведения вычислительного эксперимента. Модель, алгоритм, программа.

3.3.Алгоритмические языки

Представление о языках программирования высокого уровня. Пакеты прикладных программ.

Раздел 4. Методы математического моделирования

4.1.Основные принципы математического моделирования

Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике. Универсальность математических моделей. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы. Вариационные принципы построения математических моделей

4.2.Методы исследования математических моделей
Устойчивость. Проверка адекватности математических моделей.

4.3.Математические модели в научных исследованиях
Математические модели в статистической механике, экономике, биологии. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.
Задачи редукции к идеальному прибору. Синтез выходного сигнала идеального прибора. Проверка адекватности модели измерения и адекватности результатов редукции.
Модели динамических систем. Особые точки. Бифуркации. Динамический хаос. Эргодичность и перемешивание. Понятие о самоорганизации. Диссипативные структуры. Режимы с обострением.

5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная

информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов. Академическая лекция, как правило, состоит из трех частей: вступления (введения), изложения и заключения:

- *вступление* (введение) определяет тему, план и цель лекции. Оно призвано заинтересовать и настроить аудиторию, сообщить, в чём заключается предмет лекции и (или) её актуальность, основная идея (проблема, центральный вопрос), связь с предыдущими и последующими занятиями, поставить её основные вопросы. Введение должно быть кратким и целенаправленным.
- *изложение* является основной частью лекции, в которой реализуется научное содержание темы, ставятся все узловые вопросы, приводится вся система доказательств с использованием наиболее целесообразных методических приемов. Каждое теоретическое положение должно быть обосновано и доказано, приводимые формулировки и определения должны быть четкими, насыщенными глубоким содержанием.
- *заключение* обобщает в кратких формулировках основные идеи лекции, логически ее завершая. В заключении могут даваться рекомендации о порядке дальнейшего изучения основных вопросов лекции самостоятельно по указанной литературе.

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине (или ее разделе) и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Обучающиеся знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки специалиста. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках курса, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости).

Программное обеспечение для создания и демонстрации презентаций, иллюстраций и

других учебных материалов:
- Microsoft Windows (в составе Microsoft Imagine Premium Electronic Software Delivery).
- Microsoft OfficeSTD 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232 Microsoft Open License №0005279522
- MikTeX (свободно распространяемое ПО).

Для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ -- Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ - NEXT" (АБИС "БУКИ - NEXT""БУКИ - NEXT").

Для работы с алгебраическими структурами используется система алгоритмов GAP, имеющаяся в свободном доступе в Интернете.

1. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, необходимых для освоения дисциплины

а) основная:

1. Боровков А. А. Математическая статистика: учебник для вузов. / А. А. Боровков - 4-е изд., стереотип. - СПб.: Лань, 2010. - 703 с.
2. Горлач, Б.А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс] : учебно-методическое пособие / Б.А. Горлач. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2013. — 320 с. — Режим доступа: https://e.lanbook.com/book/4864.

б) дополнительная:

1. А.Н. Колмогоров, С.В.Фомин. Функциональный анализ. М.: Наука, 1984.
2. Ф.П. Васильев. Численные методы решения экстремальных задач. М.:Наука. 1981.
3. А.А. Боровков. Теория вероятностей. М.: Наука. 1984.
4. А.А. Боровков. Математическая статистика. М.: Наука. 1984.
5. Бахвалов Н. С. Численные методы: учебное пособие / Н. С. Бахвалов, Н. П. Жидков, Г. М. Кобельков; Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (МГУ) 7-е изд. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2012. 636 с.
6. А.А. Самарский, А.П. Михайлов. Математическое моделирование. М.:ФИЗМАТЛИТ. 1997. – 316с.
7. Математическое моделирование. – Под ред. А.Н. Тихонова, В.А. Садовничего и др. М.: Изд-во Моск. ун-та, 1993.
8. Н.Н. Калиткин. Численные методы. М.:Наука. 1978.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ
2. Электронная библиотека ЯрГУ: http://www.lib.uniyar.ac.ru/
3. http://mech.math.msu.su/department/

(**http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php**).

4. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (http://www.edu.ru раздел Учебно-методическая библиотека) или по прямой ссылке (http://www.edu.ru/library).
5. Электронно-библиотечная система "Университетская библиотека online" (www.biblioclub.ru).
6. http:// www.tc26.ru
7. http:// www.nist.gov/manuscript-publicftion-search.cfm?pub_id=919061

6. http://habrahabr.ru/post/210684/

8. http://www.nist.gov/customcf/get pdf.cfm?pub id=919061
9. http://www.streebog.info/news/opredeleny-pobediteli-konkursa-po issledovaniyu-khesh-funksii-stribog/

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:
-учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа, практических занятий (семинаров); групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации;
-помещения для самостоятельной работы;
-помещения для хранения и профилактического обслуживания оборудования.

Специальные помещения укомплектованы специализированной мебелью и техническими средствами обучения, служащими для представления информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор(ы) :

Зав. кафедрой компьютерных сетей,
д.ф.-м.н., профессор С.Д. Глызин

Приложение к №1 рабочей программе дисциплины «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Оценочные средства
для проведения текущей и/или промежуточной аттестации аспирантов
по дисциплине

1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

1.1 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Задания для самостоятельной работы

Задача 1. *На плоскости параметров* α, β *системы*

$$\begin{aligned} \dot{x} &= x - 2y + \alpha x(x^2 + y^2)\,, \\ \dot{y} &= x - y + \beta xy - y(x^2 + y^2)\,, \end{aligned} \tag{1.59}$$

построить область, для которой реализуется бифуркация Андронова-Хопфа.

Задача 2. *Определить положительные значения параметров системы Лоренца*

$$\begin{aligned} \dot{x} &= \sigma(y - x)\,, \\ \dot{y} &= rx - y - xz\,, \\ \dot{z} &= -bz + xy, \end{aligned} \tag{1.60}$$

при которых происходит бифуркация Андронова-Хопфа.

$$\begin{aligned} z_1' &= \gamma_1 z_1 + (d_{11} z_1^2 + d_{12} z_2^2) z_1, \\ z_2' &= \gamma_2 z_2 + (d_{21} z_1^2 + d_{22} z_2^2) z_2, \end{aligned} \tag{1.65}$$

где $\gamma_j = (A_1 a_j, b_j)$, $d_{jk} = \big(F_3(a_j, a_k, a_k) + F_3(a_k, a_j, a_k) + F_3(a_k, a_k, a_j), b_j\big)$, $d_{jj} = \big(F_3(a_j, a_j, a_j), b_j\big)$, $j, k = 1, 2$, $j \neq k$. Отметим, что функции $z_j(\tau)$ в данном случае вещественные.

Задача 3. *Выделите класс ненулевых квадратичных нелинейностей* $F_2(x, x)$, *для которых нормальная форма задачи* (1.1), *с нулевым собственным числом кратности два, имеет вид* (1.65)

Задача 4. *В предположении, что* $F_2(x,x) \neq 0$, *выполните в* (1.1) *замену*

$$x = \varepsilon(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)a_2) + \varepsilon^2 x_1(t,\tau) + \ldots, \quad \tau = \varepsilon t. \tag{1.66}$$

С помощью замены (1.66) *решите следующие задачи:*

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).

2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.

Задача 5. *В предположении, что* $F_2(x,x) \neq 0$, *выполните в* (1.1) *замену*

$$x = \varepsilon\big(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)e^{i\omega t}a_2 + \bar{z}_2(\tau)e^{-i\omega t}\bar{a}_2\big) + \varepsilon^2 x_1(t,\tau) + \ldots, \quad \tau = \varepsilon t. \tag{1.71}$$

С помощью замены (1.71) *решите следующие задачи:*

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).

2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.

$$\begin{aligned}
\dot{\xi}_1 &= \gamma_{11}\xi_1 + k_1\xi_1\xi_2\cos(\psi+\delta_1) + (b_{11}\xi_1^2 + b_{12}\xi_2^2)\xi_1,\\
\dot{\xi}_2 &= \gamma_{21}\xi_2 + k_2\xi_2\xi_1\cos(\psi-\delta_2) + (b_{21}\xi_1^2 + b_{22}\xi_2^2)\xi_2,\\
\dot{\psi}_1 &= \delta - 2k_1\xi_2\sin(\psi+\delta_1) - k_2\xi_2\sin(\psi-\delta_2) + c_1\xi_1^2 + c_2\xi_2^2,
\end{aligned} \tag{1.99}$$

Задача 6. *Найти состояния равновесия системы* (1.99) *и исследовать их на устойчивость.*

Задача 7. *При фиксированных значениях параметров численно построить устойчивые траектории системы* (1.99).

Задача 8. *Изучить численными методами изменения фазового портрета системы* (1.99) *при изменении одного из ее параметров и фиксированных остальных.*

$$\begin{aligned}
z_1' &= \alpha_1 z_1 + \beta_1\bar{z}_1 z_2,\\
z_2' &= \alpha_2 z_2 + \beta_2\bar{z}_1^2.
\end{aligned} \tag{1.106}$$

Здесь $\alpha_1 = (A_1a_1, b_1)$, $\alpha_2 = (A_1a_2, b_2)$, $\beta_1 = \big(F_{20}(\bar{a}_1, a_2) + F_{20}(a_2, \bar{a}_1), b_1\big)$, $\beta_2 = \big(F_{20}(a_1, a_1), b_2\big)$.

Задача 9. *Изучить качественное поведение системы* (1.106) *при различных значениях входящих параметров.*

Задача 10. *Построить следующее по порядку малости приближение нормальной формы* (1.106).

Задача 11. *Докажите, что корни квазимногочлена* $\lambda + \frac{\pi}{2}e^{-\lambda}$ *лежат в левой комплексной полуплоскости за исключением одной пары* $\pm i\frac{\pi}{2}$.

Критерии оценки результатов самостоятельной работы

Описание процедуры выставления оценки

Оценка **«отлично»:**

- Все задания решены верно,
- Оформлены по требованиям,
- Решение изложено достаточно полно и чётко.
- Даны правильные формулировки, точные определения, понятия терминов.

Оценка **«хорошо»**:

- Все задания решены верно,
- Оформлены по требованиям,
- Но, решение изложено недостаточно полно и чётко (не менее 70 % от полного)
- При изложении были допущены 1-2 несущественные ошибки;
- Даны правильные формулировки, точные определения, понятия терминов.

Оценка **«удовлетворительно»**:

- Более половины заданий решены верно,
- Все задания оформлены по требованиям,
- Решение изложено недостаточно полно и чётко (не менее 70 % от полного), при изложении некоторых заданий допущена 1 существенная ошибка, приводящая к неверному ответу.
- Студент знает и понимает основные положения данной темы, но допускает неточности в формулировки понятий.

Оценка **«неудовлетворительно»** :

- Более половины заданий решены неверно,
- Решение изложено неполно и нечётко (менее 50 % от полного), при изложении многих задач были допущены существенные ошибки, приводящая к неверному ответу.

Типовые индивидуальные задания

Примерные темы рефератов:

1. Объем газового пузыря, образовавшегося в результате глубинного подводного взрыва, колеблется с периодом, пропорциональным $p^a \rho^b E^c$. Здесь p — давление, ρ — плотность воды, E – полная энергия взрыва. Найти a, b, c.

2. Как сила, действующая на сферу, движущуюся в жидкости зависит от радиуса сферы r, скорости движения v и вязкости η? Размерность вязкости — кг.м^1.сек^1.

3. Существует некоторая поверхность, находясь на которой частица в гравитационном поле совершает колебания с периодом, не зависящим от амплитуды. Найти уравнение этой поверхности $s = s(y)$ где s — длина пути, на котором перемещается частица, y — координата частицы по вертикали.

4. Грузик массы m на пружинке с жесткостью k совершает колебания в жидкости. Насколько велик должен быть коэффициент вязкого трения γ чтобы грузик без колебаний двигался к положению равновесия?

5. Допустим, что все пространственные масштабы в Солнечной системе изменились в α раз. Насколько при этом изменятся временные масштабы?

6. Можно ли покинуть пределы Солнечной системы, если межпланетный корабль движется со скоростью реактивного самолета?

7. Простейшим уравнением, описывающим нелинейные колебания является уравнение Дюффинга $x'' + \omega^2 x + \mu x^3 = 0$. Считая, что $\mu < 0$, выяснить, каков период малых колебаний. При каком значении энергии период стремиться к бесконечности?

8. Как происходят колебания в системе, где возвращающая сила убывает со временем, $x'' + x/t^2 = 0$?

9. Как происходят колебания в системе, где и возвращающая сила, и коэффициент вязкого трения убывает со временем, $x'' + \frac{x}{t} + \frac{x}{t^2} = 0$?

10. Какой должна быть сила, действующая на материальную точку, чтобы численное решение дифференциальных уравнений, полученное с помощью метода Эйлера, совпало с точным?

11. Считая, что μ малый параметр в уравнении Дюффинга, выяснить, как зависят малые колебания от этого параметра.

12. Представим, что Земной шар — твердое тело с постоянной плотностью ρ. Допустим, что в нем сделано отверстие, проходящее через центр. В это отверстие брошен камень. Что будет происходить далее?

13. Рассмотрим движение частицы в центральном поле с потенциалом $U(r) = Ar^n$. В каком случае частица, двигающаяся в таком поле, может упасть на центр?

14. Доказать, что при движении в центральном поле $U = \alpha/r$ величина

$[v \times M] + \frac{\alpha \vec{r}}{r}$ сохраняется. (Напомним, что $M = m[\vec{r}\vec{v}]$.)

15. Многие демографы считают, что уравнение Мальтуса

$$\boldsymbol{x' = ax} \qquad (a)$$

следует заменить другой моделью, лучше согласующейся с кривой роста народонаселения за последние 100 тысяч лет

$$\boldsymbol{x' = ax^{1+\varepsilon}}. \qquad (b)$$

Каково Ваше мнение об этой модели? Какова ее область применения? В чем качественное отличие модели *(a)* и *(b)*?

16. В реакторе началась цепная реакция, в ходе которой скорость изменения концентрации вещества *n* изменяется по закону βn^γ, $(\beta > 0, \gamma > 1)$. В начальный момент этого вещества в реакторе нет. С течением времени вещество вводится в реактор по закону αt^2. Оценить время, через которое реакция закончится, либо простейшая модель, описывающая изменение концентрации, только одного вещества станет неприемлемой?

17. Экологи построили модель, определяющую изменение численности популяции, которая описывается уравнением

$$x' = F(x)$$

Равновесная численность популяции определяется особой точкой этого уравнения x^*. В силу специальных причин оказывается, что $\partial F(x^*)/\partial x = 0$. Устойчиво ли это положение равновесия? Что будет происходить, когда численность популяции x будет близка к x^*?

18. Упрощенной математической моделью некоторой химической реакции является уравнение

$$\dot{x} = (x - a)(x - b)(x - c)(x - d)(x - e),$$
$$x(0) = \overline{x},\ 0 < a < b < c < d < e.$$

Как будет вести себя концентрация $x(t)$ на больших характерных временах при различных значениях $\overline{x}$?

19. Допустим, мы решаем задачу

$$\boldsymbol{n' = n^{\beta},\ \ \beta > 1, n(0) = n_0}$$

с помощью метода Эйлера с шагом по времени τ. Будет ли полученное численное решение согласовываться с решением исходного дифференциального уравнения? Будут ли совпадать их качественные особенности?

20. Скорость таяния снежка, внесенного в помещение, пропорциональна площади его поверхности *S*. Пусть один снежок, имеющий форму шара, в два раза больше по объему, чем второй. Какая часть первого снежка останется, когда первый растает полностью? Рассмотрите также более общую модель, в которой скорость таяния предполагается пропорциональной S^a. При каких показателях *a* процесс таяния снежка занимает конечное время?

21. В начальный момент времени ракеты *A,B,C* находятся в вершинах равностороннего треугольника. В течение всего времени ракета *A* движется к ракете *B,* ракета *B* к ракете *C,* ракета *C* к ракете *A*. Найти закон движения всех ракет, считая их скорости постоянными.

22. Что происходит с итерациями отображения $x_{n+1} = \lambda x_n(1 - x_n)$ при $\lambda > 4$? Существуют ли такие начальные точки *x,* при которых $0 \le x_n \le 1$ при всех *n?*

23. Пусть известно одномерное отображение и *k*-й член последовательности x_n. Можно ли определить по этим данным x_{k-1}, x_{k-2} и т.д. Всегда ли это возможно? Нужна ли для этого какая-либо дополнительная информация?

24. Какие математические модели с дискретным временем могут быть предложены для систем типа "хищник - жертва", "паразит - хозяин" для описания динамики двух видов, конкурирующих за общие ресурсы?

25. Найти приближенное решение уравнения Фейгенбаума, считая, что в *g(x)* входит только постоянная и квадратичный член.

26. Чему равна площадь острова Коха?

27. Чему равна хаусдорфова размерность береговой линии острова Коха?

28. Что является общей чертой нелинейных явлений, при математическом описании которых используют модели, порождающие фракталы?

29. Предложите символическое описание кривой Пеано. Какое наибольшее число раз эта кривая может проходить через одну точку квадрата?

30. Можно ли десять городов соединить между собой непересекающимися дорогами так, чтобы из каждого города выходило пять дорог, входящих в пять других городов?

31. В бесконечной цепочке нервных клеток каждая клетка может находиться в состоянии "покоя" или "возбуждения". "Возбужденная" в момент *t* клетка посылает сигнал, который в момент *t + 1* доходит до соседних клеток. Клетка возбуждается в том и только в том случае, если к ней приходит сигнал от одной из соседних клеток. (Если сигналы приходят с двух сторон, то клетка не возбуждается.) Пусть в начальный момент времени возбуждена одна клетка. Сколько клеток будет возбуждено через *t* секунд?

32. В трапеции *AHCD с* основанием *AB = a* и *CD = b* проведен отрезок A_1B_1, соединяющий середины диагоналей. В трапеции A_1B_1CD ,проведен отрезок, соединяющий середины диагоналей и т.д. Что Вы можете сказать о последовательности длин отрезков $\{A_nB_n\}$?

33. Квадратный трехчлен $f(x) = ax^2 + bx + c$ таков, что уравнение $f(x) = x$ не имеет вещественных корней. Доказать, что уравнение $f(f(x)) = x$ также не имеет вещественных корней.

34. Один из простейших многоклеточных организмов — водоросль "вольвокс" представляет собой сферическую оболочку, сложенную из пятиугольных, шестиугольных и семиугольных клеток. В каждой вершине этого тела сходятся 3 клетки. Биологи заметили, что пятиугольных клеток ровно на 12 больше, чем семиугольных. Почему?

35. Население пункты A, B, C, D расположены в вершинах квадрата. Можно ли построить систему дорог, по которой из каждого населенного пункта можно было бы попасть в каждый, общая длина которой меньше суммы длин диагоналей квадрата?

36. Планета вращается вокруг звезды по круговой орбите с угловой скоростью ω_1. Планета вращается вокруг своей оси со скоростью ω_2.. Вокруг планеты по круговой орбите вращается спутник с угловой скоростью ω_3. В момент времени $t = t_1$ в данном месте планеты произошло затмение звезды спутником планеты. Когда затмение произойдет в следующий раз?

37. Модельная система, описывающая начальную стадию цепной реакции имеет вид

$$u' = u^{\beta_1} v^{\gamma_1},\ v' = u^{\beta_2} v^{\gamma_2},\ u(0) = u_0,\ v(0) = v_0.$$

Возможны ли такие режимы, когда $u \to \infty, v \to const$ при $t \to t_j$?

38. Доказать, что у любого выпуклого многогранника найдутся две грани с одинаковым числом граней.

Критериями оценки реферата являются: новизна текста, обоснованность выбора источников литературы, степень раскрытия сущности вопроса, соблюдения требований к оформлению.

Оценка «**отлично**»: выполнены все требования к написанию реферата: обозначена проблема и обоснована еѐ актуальность, сделан анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция; сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объѐм; соблюдены требования к внешнему оформлению.

Оценка «**хорошо**»: основные требования к реферату выполнены, но при этом допущены недочѐты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объѐм реферата; имеются упущения в оформлении.

Оценка «**удовлетворительно**»: имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата; отсутствуют выводы.

Оценка «**неудовлетворительно**»: тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы или реферат не представлен вовсе.

Типовой вариант контрольной работы

На контрольной работе с аспирантам предлагается следующие типовые задания:

1. Найти функцию Грина краевой задачи
   $u'' + 2\,u' + u = f(x), \quad u(0) = u(1) = 0.$
2. Определить собственные функции и собственные значения следующего интегрального уравнения:
   $$y(x) = \lambda \int_0^{2\pi} \sin(x+s)\, y(s)\, ds$$
3. Найти собственные функции и собственные значения
   $y'' + \lambda y = 0,\ y'(0) = 0,\ y(l) = 0$
4. Решить методом разделения переменных:
   $$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t} = \dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2}, \quad 0 < x < \pi,\ t > 0, \\ \dfrac{\partial u}{\partial x}(0,t) = \dfrac{\partial u}{\partial x}(\pi,t) = 0,\ u(x,0) = 1 + \cos 3x \end{cases}$$
5. Найти функцию Грина краевой задачи
   $u'' + u = f(x), \quad u(0) = u(1) + u'(1) = 0.$

6. Определить собственные функции и собственные значения следующего интегрального уравнения:

$$y(x)=\lambda\int_0^{2\pi}\sin x\cos s\, y(s)\,ds$$

7. Найти собственные функции и собственные значения

$$y''+\lambda y=0,\ y'(0)=0,\ y(l)=0$$

8. Решить методом разделения переменных:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}=4\dfrac{\partial^2 u}{\partial x^2},\ 0<x<\pi,\ t>0, \\ \dfrac{\partial u}{\partial x}(0,t)=\dfrac{\partial u}{\partial x}(\pi,t)=0,\ u(x,0)=1+\cos 5x \end{cases}$$

9. Найти общее решение и построить график интегральной кривой, соответствующей начальным условиям $x' = x(x-2)(x+1), \quad x(0) = 1.$
10. Найти общее решение $(2y - x - 4)dx - (2x - y + 5)dy = 0.$
11. Найти общее решение $y'\cos x + y\sin x = 1.$
12. Найти общее решение $3xy^2 y' + y^3 - 2x = 0.$
13. Найти общее решение $(1 + (x^2 + y^2)x)xdx + ydy = 0.$
14. Найти общее решение $y'' + 2y' + y = e^{-x} + 1;$
15. Найти общее решение $y''' + 2y'' + y' = x + e^{-x};$
16. Найти общее решение системы x'=Ax, если $A = \begin{pmatrix} 5 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 2 \\ 0 & -2 & 3 \end{pmatrix};$
17. Найти общее решение системы x'=Ax, если $A = \begin{pmatrix} 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix};$
18. Найти общее решение $y'' + 2y' + 17y = e^{-x}(1 + \sin 4x);$
19. Найти общее решение $y''' + 2y'' = x + xe^{-2x};$
20. Найти общее решение $y'' - y = \dfrac{4x^2 + 1}{2x\sqrt{x}};$
21. Найти общее решение системы x'=Ax, если $A = \begin{pmatrix} 3 & -1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 2 & -2 & 2 \end{pmatrix};$
22. Найти общее решение системы x'=Ax, если $A = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 0 \\ -1 & 2 & 0 \\ 2 & 2 & 1 \end{pmatrix};$
23. Построить матричную экспоненту матрицы: $\begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}.$
24. Найти все положения равновесия и исследовать их на устойчивость

$$\begin{cases} x' = -\sin y, \\ y' = 2x + \sqrt{1 - 3x - \sin y}. \end{cases}$$

25. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^4 + a\lambda^3 + \lambda^2 + \lambda + b.$
26. Найти общее решение системы: $x' = \begin{pmatrix} 3 & 1 \\ 1 & 3 \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix} e^{2t}.$
27. Найти методом малого параметра два-три члена разложения
$xy' - \varepsilon x^2 - \ln(1 + y) = 0, \ y(1) = 0.$

Критерии оценки результатов контрольной работы

«Отлично» (5 баллов) – ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов. «Хорошо» (4 балла) – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной ошибки и одного недочета, или не более трех недочетов. «Удовлетворительно» (3 балла) – ставится за работу, если обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы. «Неудовлетворительно» (0 баллов) – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки «3» или правильно выполнено менее 2/3 всей работы.

Список заданий к зачету

Зачет выставляется по результатам тестового задания и краткого собеседования со аспирантом после его проверки. Тестовое задание аналогично по своей структуре заданиям из контрольной работы.

Список заданий к экзамену

Экзамен заключается в развернутом ответе на три вопроса из приведенного ниже списка и решения задачи по соответствующим темам. Задания аналогичны тем, которые даются в качестве индивидуальных заданий.

1. Понятие меры и интеграла Лебега.
2. Метрические и нормированные пространства.
3. Пространства интегрируемых функций.
4. Пространства Соболева.
5. Линейные непрерывные функционалы.
6. Теорема Хана-Банаха.
7. Линейные операторы.
8. Элементы спектральной теории.
9. Дифференциальные и интегральные операторы.
10. Экстремальные задачи в евклидовых пространствах.
11. Выпуклые задачи на минимум.
12. Математическое программирование, линейное программирование, выпуклое программирование.
13. Задачи на минимакс.
14. Основы вариационного исчисления.
15. Задачи оптимального управления.
16. Принцип максимума.
17. Принцип динамического программирования.
18. Аксиоматика теории вероятностей.
19. Вероятность, условная вероятность.
20. Независимость.
21. Случайные величины и векторы.
22. Элементы корреляционной теории случайных векторов.
23. Элементы теории случайных процессов.

24. Точечное и интервальное оценивание параметров распределения.

25. Элементы теории проверки статистических гипотез.

26. Элементы многомерного статистического анализа.

27. Основные понятия теории статистических решений.

28. Основы теории информации.

29. Общая проблема решения.

30. Функция потерь. Байесовский и минимаксный подходы.

31. Метод последовательного принятия решения.

32. Экспертизы и неформальные процедуры.

33. Автоматизация проектирования.

34. Искусственный интеллект.

35. Распознавание образов.

36. Интерполяция и аппроксимация функциональных зависимостей.

37. Численное дифференцирование и интегрирование.

38. Численные методы поиска экстремума.

39. Вычислительные методы линейной алгебры.

40. Численные методы решения систем дифференциальных уравнений.

41. Сплайн-аппроксимация, интерполяция, метод конечных элементов.

42. Преобразования Фурье, Лапласа, Хаара и др.

43. Численные методы вейвлет-анализа.

44. Принципы проведения вычислительного эксперимента.

45. Модель, алгоритм, программа.

46. Представление о языках программирования высокого уровня.

47. Пакеты прикладных программ.

48. Элементарные математические модели в механике, гидродинамике, электродинамике.

49. Универсальность математических моделей.

50. Методы построения математических моделей на основе фундаментальных законов природы.

51. Вариационные принципы построения математических моделей

52. Устойчивость.

53. Проверка адекватности математических моделей.

54. Математические модели в статистической механике, экономике, биологии.

55. Методы математического моделирования измерительно-вычислительных систем.

56. Задачи редукции к идеальному прибору.

57. Синтез выходного сигнала идеального прибора.

58. Проверка адекватности модели измерения и адекватности результатов редукции.

59. Модели динамических систем.

60. Особые точки. Бифуркации.

61. Динамический хаос.

62. Эргодичность и перемешивание.

63. Понятие о самоорганизации.

64. Диссипативные структуры.

Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины

<u>Проверка сформированности компетенции ПК-1</u>

Задание 1. Найти функцию Грина краевой задачи $\ddot{u}+2\dot{u}+u= f(x),\ u(0)=\dot{u}(1)=0$.

Варианты ответов:

А) функция Грина не существует

Б) $G(x,s)=\begin{cases}(s-2)x+1,\ 0\le x\le s,\\(s-1)(x-1),\ s<x\le 1.\end{cases}$

В) $G(x,s)=\begin{cases}(s-1)x,\ 0\le x\le s,\\s(x-1),\ s<x\le 1.\end{cases}$

Задание 2. При каких значениях a и b устойчив многочлен $\lambda^4+a\lambda^3+\lambda^2+\lambda\ +b.$

Варианты ответов:

А) $ba^2<a-1$

Б) $0<ba^2$

В) $0<ba^2<a-1$

Задание 3. Построить матричную экспоненту матрицы: $\begin{pmatrix}3 & 2\\1 & 4\end{pmatrix}$.

Варианты ответов:

А) $e^{At}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}e^{2t}+\frac{e^{5t}}{3} & -\frac{2}{3}e^{2t}+\frac{2e^{5t}}{3}\\ \frac{-1}{3}e^{2t}+\frac{e^{5t}}{3} & \frac{1}{3}e^{2t}+\frac{2e^{5t}}{3}\end{pmatrix}$

Б) $e^{At}=\begin{pmatrix}-\frac{2}{3}e^{2t}+\frac{e^{5t}}{3} & -\frac{2}{3}e^{2t}+\frac{2e^{5t}}{3}\\ \frac{-1}{3}e^{2t}+\frac{e^{5t}}{3} & -\frac{1}{3}e^{2t}+\frac{2e^{5t}}{3}\end{pmatrix}$

В) $e^{At}=\begin{pmatrix}\frac{2}{3}e^{2t}+\frac{e^{5t}}{3} & \frac{2}{3}e^{2t}+\frac{2e^{5t}}{3}\\ \frac{1}{3}e^{2t}+\frac{e^{5t}}{3} & \frac{1}{3}e^{2t}+\frac{2e^{5t}}{3}\end{pmatrix}$

Задание 4. Найти общее решение системы x’=Ax, если $A=\begin{pmatrix}5 & -1 & 5\\0 & 3 & 2\\0 & -2 & 3\end{pmatrix}$;

Задание 5. Найти общее решение системы: $x'=\begin{pmatrix}5 & 4\\-4 & -3\end{pmatrix}x+\begin{pmatrix}1\\t\end{pmatrix}e^{-t}$.

Задание 6. Укажите уравнения, решения которых можно найти с помощью метода вариации произвольных постоянных.	**Варианты ответов:** (укажите не менее двух ответов) А) ○ $y'' - 4y' + 3y = e^{5x}$; Б) ○ $y'' - 9y' + 20y = x^2 \cos x$; В) ○ $2y'' - y + 1 = 0$; Г) ○ $y'' + y = 0$.
Задание 7. Фундаментальная система решений уравнения $y'' + 4y' + 20y = 0$ имеет вид …	**Варианты ответов:** А) ○ $y_1 = \cos 4x,\ y_2 = \sin 4x$; Б) ○ $y_1 = e^{-2x},\ y_2 = e^{2x}$; В) ○ $y_1 = e^{-2x}\cos 4x,\ y_2 = e^{-2x}\sin 4x$; Г) ○ $y_1 = e^{-2x},\ y_2 = 1$.
Задание 8. Дано дифференциальное уравнение третьего порядка $y''' + y'' - 2y' = 0$. Корнями его характеристического уравнения являются …	**Укажите ответы:** $\lambda_1 =$; $\lambda_2 =$; $\lambda_3 =$.
Задание 9. Укажите вид частного решения неоднородного дифференциального уравнения $y'' + 6y' = 3x$.	**Варианты ответов:** А) ○ $y = (Ax + B)x$; Б) ○ $y = (Ax + B)e^{-\frac{2}{3}x}$; В) ○ $y = Ax + B$; Г) ○ $y = Ax$.

Задание 10. Найти общее решение $y'' - y = \dfrac{4x^2 + 1}{2x\sqrt{x}}$;

А) $y_0 = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}, \qquad y_ч = \sqrt{x}.$

Б) $y_0 = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}, \qquad y_ч = -2\sqrt{x}.$

В) $y_0 = C_1 e^{-x} + C_2 e^{x}, \qquad y_ч = 2\sqrt{x}.$

Задание 11 Сопоставьте каждому дифференциальному уравнению соответствующий способ решения: 1) $y'x^2 - x^2 - y^2 = 0$; 2) $y''' = x^2 + e^{4x} + 2$; 3) $\sin^2 x\, y' = 1$; 4) $y' = 3x^2 y + x^5$.	**Варианты ответов:** А) разделение переменных, затем – интегрирование; Б) подстановка $\dfrac{y}{x} = t(x)$; В) подстановка $y = u(x)v(x)$; Г) последовательное интегрирование.

Задание 12 Частное решение линейного дифференциального уравнения $y'' - 12y' + 36y = 24\cos x$ имеет вид …

Варианты ответов:

А) ○ $y_ч = xA\cos x$; В) ○ $y_ч = A\cos 6x + B\sin 6x$;

Б) ○ $y_ч = xA\cos x$; Г) ○ $y_ч = A\cos 6x + B\sin x$.

Правильные ответы

Вопрос №	Вариант ответа		Вопрос №	Вариант ответа		Вопрос №	Вариант ответа
1	А		**6**	А, Б		**11**	1Б 2Г 3А 4В
2	В		**7**	В		**12**	Г
3	А		**8**	$\lambda_1 = -2$, $\lambda_2 = 0$, $\lambda_3 = 1$.			
4	$\lambda_1 = 5, \lambda_{2,3} = 3 \pm 2i$ $x = C_1 e^{5t}\begin{pmatrix}1\\0\\0\end{pmatrix} + C_2 e^{3t}\begin{pmatrix}-\cos 2t - \frac{3}{2}\sin 2t\\ -\sin 2t\\ \cos 2t\end{pmatrix} + C_3 e^{3t}\begin{pmatrix}\frac{3}{2}\cos 2t - \sin 2t\\ \cos 2t\\ \sin 2t\end{pmatrix}.$		**9**	А			
5	$x = C_1 e^{t}\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix} + C_2 e^{t}\left[\begin{pmatrix}1\\-1\end{pmatrix}t + \begin{pmatrix}1/4\\0\end{pmatrix}\right] + \begin{pmatrix}t + 3/2\\ -3/2\end{pmatrix}e^{-t}.$		**10**	В			

Каждый правильный ответ оценивается в 1 балл.

Набранное количество баллов от 12-11 соответствует формированию проверяемой компетенции на высоком уровне, 10-9 баллов – на продвинутом уровне, 8-6 баллов – на пороговом уровне, менее 6 баллов – ниже порогового уровня

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины
«Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление»

Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины

Методические указания для аспирантов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Дифференциальные уравнения, динамические системы и оптимальное управление» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе этой дисциплины лежит фундаментальный математический аппарат, с помощью которого решаются довольно сложные и громоздкие задачи. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка практических навыков.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического моделирования. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома аспирантам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы на основе современных методов и приемов математического моделирования, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольной работы и самостоятельных работ. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце первого семестра изучения дисциплины аспиранты сдают зачет, в конце всего курса – экзамен. Зачет по итогам первого семестра выставляется по итогам тестирования и краткого собеседования по его результатам. Экзамен принимается в компьютерной аудитории, где аспирантам предлагаются экзаменационные билеты, каждый из которых включает в себя две задачи. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы аспирантов по дисциплине

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу. Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (*регистрация в электронной библиотеке – только в сети

университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (http://window.edu.ru/library).
Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.
Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Головной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") www.informika.ru.
ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России.
Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:
1. Личный кабинет (http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.
2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.
3. Электронная картотека «Книгообеспеченность» (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.