

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра дифференциальных уравнений

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

Рабочая программа дисциплины

Дополнительные главы уравнений в частных производных

Направление подготовки (специальности)
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 19 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Дополнительные главы уравнений в частных производных» является естественным продолжением курса, обеспечивает приобретение знаний и умений в соответствии с государственным образовательным стандартом, содействует фундаментализации образования, формированию научного мышления и способности к восприятию науки как единого целого, частью которого является математика. Целью курса является углубление знаний по предмету «Уравнения математической физики», ознакомление с современными разделами этой дисциплины, истории развития и с вкладом российских ученых в её развитие.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата

Дисциплина «Дополнительные главы уравнений в частных производных» входит в цели общепрофессиональных дисциплин. Она имеет разносторонние связи со многими другими математическими и специальными дисциплинами: «Математический и функциональный анализ», «Линейная алгебра», «Уравнения математической физики», «Физика», «Концепции современного естествознания», «Численные методы».

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Универсальные компетенции		
УК-1 Способен осуществлять поиск, критический анализ и синтез информации, применять системный подход для решения поставленных задач.	ИД-УК-1.1 Умеет соотносить разнородные явления и систематизировать их в рамках избранных видов профессиональной деятельности	Знать: <ul style="list-style-type: none">– основные классы дифференциальных уравнений и постановку основных задач для них, наиболее известные способы их исследования. Уметь: <ul style="list-style-type: none">– определять типы уравнений, различать подходы к построению решений (классические решения, обобщенные). Владеть навыками: <ul style="list-style-type: none">– о выводе некоторых уравнений и их связи с соответствующими разделами физики.
Общепрофессиональные компетенции		

ОПК-1 Способен консультировать и использовать фундаментальные знания в области математического анализа, комплексного и функционального анализа, алгебры, аналитической геометрии, дифференциальной геометрии и топологии, дифференциальных уравнений, дискретной математики и математической логики, теории вероятностей, математической статистики и случайных процессов, численных методов, теоретической механики в профессиональной деятельности.	ИД-ОПК-1.1 Обладает базовыми знаниями, полученными в области математических и (или) естественных наук	Знать: <ul style="list-style-type: none"> – основные классы дифференциальных уравнений и постановку основных задач для них, наиболее известные способы их исследования. Уметь: <ul style="list-style-type: none"> – определять типы уравнений, различать подходы к построению решений (классические решения, обобщенные).
	ИД-ОПК-1.2 Умеет использовать базовые знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, в профессиональной деятельности	Уметь: <ul style="list-style-type: none"> – определять типы уравнений, различать подходы к построению решений (классические решения, обобщенные). Владеть навыками: <ul style="list-style-type: none"> – вывода некоторых уравнений и их связи с соответствующими разделами физики.

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зачетных единиц, 144 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)					Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам) Формы ЭО и ДОТ	
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1.	Введение в дисциплину	8	1					3	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
2.	Некоторые понятия функционального анализа	8	2	2				8	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы

3.	Классификация уравнений	8	1	6		1		4	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
4.	Уравнения эллиптического типа. Задача Дирихле. Вариационный подход. Обобщенные решения.	8	2	2				8	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							2	<i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i>
5.	Метод Рунге, Галеркина	8	1	4				3	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
6.	Системы гиперболических уравнений	8	1					4	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
7.	Гиперболические уравнения (случай 3 независимых переменных)	8	2	8		2		12	Контрольная работа № 1
8.	Волновые уравнения	8	1					3	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
9.	Линейные и нелинейные волны	8	2	6		2		4	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							2	<i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i>
10.	Параболические уравнения	8	1					3	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
11.	Общие понятия теории устойчивости	8	2	4				3	Фронтальный опрос и обсуждение пройденной темы
						2	0,5	33,5	Экзамен
	ИТОГО		16	32		7	0,5	88,5	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							2	<i>Индивидуальные задания ЭУК в LMS Moodle</i>

Примечание: объем (в часах) самостоятельной работы в рамках установленного данной РПД количества часов, выполняемой студентом с применением ЭО и ДОТ (в ЭУК «Дополнительные главы уравнений в частных производных» в LMS Moodle), определяется каждым студентом в зависимости от уровня его подготовки и способов выполнения данного вида работ.

Содержание разделов дисциплины

- 1. Введение в дисциплину.** Основные уравнения математической физики. Краткий обзор основного курса «Уравнения математической физики». Вывод некоторых уравнений на основе вариационных принципов (на примере уравнения колебаний струны).
 - 2. Некоторые понятия функционального анализа.** Классификация уравнений. Гильбертово пространство. Линейные функционалы и операторы. Квадратичный функционал (функционал энергии). Симметричные, положительные, положительно определенные линейные операторы. Энергетическое пространство. Минимум квадратичного функционала. Понятие обобщенного решения. Спектр положительно определенных операторов.
 - 3. Классификация уравнений с частными производными второго порядка.** Уравнения в дивергентной форме.
 - 4. Эллиптические уравнения второго порядка.** Обобщенные решения для уравнений второго порядка в дивергентной форме для задачи Дирихле в ограниченной области.
 - 5. Методы Рунге, Галеркина.**
 - 6. Уравнения гиперболического типа.** Системы уравнений гиперболического типа (гиперболические по Фридрихсу системы). Задача Коши, инварианты Римана и характеристики. Простейшие краевые задачи.
 - 7. Гиперболические уравнения (случай 2-х независимых переменных).**
 - 8. Волновое уравнение в случае 2-х, 3-х, 4-х независимых переменных.** Основные различия (физические интерпретации).
 - 9. Волны.** Линейные волны. Дисперсионные соотношения. Нелинейные волны (примеры). Солитоны.
 - 10. Параболические уравнения.** Простейшие примеры. Подход с точки зрения функционального анализа к решению некоторых краевых задач. Абстрактные функции вещественной переменной. Обобщенное решение смешанной (краевой) задачи. Уравнение теплопроводности. Формула Пуассона. Бесконечная скорость теплопередачи.
 - 11. Общие понятия теории устойчивости.**
- 5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Академическая лекция с элементами лекции-беседы — последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Элементы лекции-беседы обеспечивают контакт преподавателя с аудиторией, что позволяет привлекать внимание студентов к наиболее важным темам дисциплины, активно вовлекать их в учебный процесс, контролировать темп изложения учебного материала в зависимости от уровня его восприятия.

Практическое занятие — занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков по закреплению полученных на лекции знаний.

Консультации — вид учебных занятий, являющийся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов. На консультациях по просьбе студентов рассматриваются наиболее сложные моменты при освоении материала дисциплины, преподаватель отвечает на вопросы студентов, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

- **Электронный учебный курс «Концепции современного естествознания» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ**, в котором:
 - представлены задания для самостоятельной работы обучающихся по темам дисциплины;
 - осуществляется проведение отдельных мероприятий текущего контроля успеваемости студентов;
 - представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
 - представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
 - представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
 - представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
 - посредством форума осуществляется синхронное и (или) асинхронное взаимодействие между обучающимся и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

- для формирования материалов для текущего контроля успеваемости и проведения промежуточной аттестации, для формирования методических материалов по дисциплине:
 - программы Microsoft Office;
 - издательская система LaTeX;
 - Adobe Acrobat Reader.

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используются:

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»

http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики: учебник для вузов – 7-е изд. – М.: МГУ, Наука, 2004. 798 с.
2. Годунов С.К. Уравнения математической физики. Учебное пособие для университетов. М.: Наука, 2004. 391 с.
3. Будак Б.М., Самарский А.А., Тихонов А.Н. Сборник задач по математической физике. 4-е изд., испр.: учебное пособие. М.: Физматлит, 2004. 688 с.

б) дополнительная литература

4. Кубышкин Е.П. Методы решения уравнений математической физики: учебное пособие для вузов. Ярославль: ЯрГУ, 2004. 80 с.
5. Куликов А.Н. Вопросы и задачи по курсу «Уравнения математической физики»: методические указания. Ярославль, 2002. 94 с.
6. Куликов А.Н. Вопросы и задачи по курсу «Уравнения математической физики». Методические указания. 1997. Ч.1. 30с.
7. Куликов А.Н. Вопросы и задачи по курсу «Уравнения математической физики». Методические указания. 2002. Ч.2. 44с.

9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) — списочному составу группы обучающихся.

Автор:

профессор кафедры дифференциальных уравнений, д.ф.-м.н. А.Н. Куликов

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Дополнительные главы уравнений в частных производных»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущей аттестации**
(проверка сформированности ОПК-1, индикатор ИД-ОПК-1_1
(в части умения нахождения экстремали, умения исследования функционала)

Контрольная работа № 1

Вариант 1

1. Найти все a и b , при которых линейный оператор

$$Au = -u'' + au' + bu, u = u(x), u'(0) = u'(1) = 0$$

будет симметричным, положительно определенным. При найденных значениях a и b найти собственные функции и собственные значения, а также решить следующую задачу

$$Au = f(x), \text{ где а) } f(x) = 1, \text{ б) } f(x) = -x.$$

Вариант 2

1. Найти все a и b , при которых линейный оператор

$$Au = -u'' + au' + bu, u = u(x), u(0) = u(1) = 0$$

будет симметричным, положительно определенным. При найденных значениях a и b найти собственные функции и собственные значения, а также решить следующую задачу

$$Au = f(x), \text{ где а) } f(x) = 1.$$

Вариант 3

1. Найти все a и b , при которых линейный оператор

$$Au = -u'' + au' + bu, u = u(x), u(0) = u(1) = 0$$

будет симметричным, положительно определенным. При найденных значениях a и b найти собственные функции и собственные значения, а также решить следующую задачу

$$Au = f(x), \text{ где а) } f(x) = x(1-x), \text{ б) } f(x) = 1.$$

Вариант 4

1. Найти все a и b , при которых линейный оператор

$$Au = -u'' + au' + bu, u = u(x), u'(0) = u(1) = 0$$

будет симметричным, положительно определенным. При найденных значениях a и b найти собственные функции и собственные значения, а также решить следующую задачу

$$Au = f(x), \text{ где } f(x) = 1.$$

Правила выставления оценки по результатам контрольной работы

Оценка по результатам самостоятельной работы считается в баллах по следующему принципу:

- за каждое полностью правильно выполненное задание — 3 балла;
- при решении допущены незначительные ошибки — 2 балла;
- правильно выбран способ решения задания, но при его реализации допущены грубые ошибки — 1 балл.

1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету

Задача 1

Привести пример:

- а) симметричного, положительно определенного оператора;
- б) симметричного, но не положительно определенного оператора;
- с) симметричного, положительного, но не положительно определенного оператора;
- д) линейного, но не симметричного оператора.

Задача 2

Доказать, что оператор

$$Au = u^{(4)} + qu \quad (q \leq 0)$$

$$u(0) = u(1) = u'(0) = u'(1) = 0$$

будет положительно определенным.

Задача 3

Найти все q , при которых оператор Au будет положительно определенным.

- а) $Au = -u'' + qu, u \in D_A$, если $u(x) \in C^2[0,1]$ и $u(0) = u(1) = 0$;
- б) $Au = -u'' + qu, u \in D_A$, если $u(x) \in C^2[0,1]$ и $u'(0) = u'(1) = 0$;
- с) $Au = -u'' + qu, u \in D_A$, если $u(x) \in C^2[0,1]$ и $u(0) = u'(1) = 0$;
- д) $Au = -u'' + qu, u \in D_A$, если $u(x) \in C^2[0,1]$ и $u'(0) = u(1) = 0$.

Задача 4

Найти собственные значения, собственные функции следующих линейных операторов

- а) $Au = -u'', u(0) = u(1) = 0$;
- б) $Au = -u'', u'(0) = u'(1) = 0$;
- с) $Au = -u'', u(0) = u'(1) = 0$.

Задача 5

Найти обобщенное решение уравнения

$$Au = f,$$

- a) $Au = -u'', u(0) = u(1) = 0, f(x) = x(1-x);$
b) $Au = -u'', u(0) = u(1) = 0, f(x) = \sin \pi x + (1/3) \sin 3\pi x;$
c) $Au = -u'', u(0) = u(1) = 0, f(x) = \sin^3 \pi x.$

Выделить те обобщенные решения, которые являются классическими.

Задача 6

Найти собственные значения, собственные и присоединенные функции у линейного оператора

- a) $Au = -u'', u(0) = 0, u'(0) + u'(1) = 0;$
b) $Au = -u'', u'(0) = 0, u(0) + u(1) = 0.$

Задача 7

Используя метод Галеркина найти спектр оператора A :

- a) $Au = -u'' + cu', u(0) = u(1) = 0;$
b) $Au = -u'' + cu', u'(0) = u(1) = 0;$
c) $Au = -u'' + cu', u(0) = u'(1) = 0.$

Задача 8

Для системы

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A \frac{\partial u}{\partial x},$$

где $u(t, x) = \begin{pmatrix} u_1(t, x) \\ u_2(t, x) \end{pmatrix}, A = \{a_{jk}\}, j = 1, 2. u(0, x) = f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix}$ найти решение

- a) $A = \begin{pmatrix} 1 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, f_1(x) = x^2, f_2(x) = 2x;$ b) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}, f_1(x) = \exp(x), f_2(x) = 1;$
c) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, f_1(x) = x^2, f_2(x) = 0;$ d) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}, f_1(x) = \exp(x), f_2(x) = 2 + \exp(x).$
d) $A = \begin{pmatrix} 3 & 2 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}, f_1(x) = x^2, f_2(x) = 0;$ d) $A = \begin{pmatrix} 5 & 2 \\ -4 & -1 \end{pmatrix}, f_1(x) = \exp(x), f_2(x) = 2 + \exp(x).$

Задача 9

Для системы

$$\frac{\partial u}{\partial t} = A \frac{\partial u}{\partial x}, u(0, x) = f(x), u_t(t, 0) = u_t(t, 1) = 0.$$

Здесь

- $u(t, x) = \begin{pmatrix} u_1(t, x) \\ u_2(t, x) \end{pmatrix}, A = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}, f(x) = \begin{pmatrix} f_1(x) \\ f_2(x) \end{pmatrix},$ a) $f_1(x) = \sin^3 \pi x, f_2(x) = \cos^2 \pi x;$
b) $f_1(x) = x(1-x), f_2(x) = 0.$

Задача 10

Для уравнения колебаний струны, т.е.

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}, u(0, x) = f(x), u_t(0, x) = g(x)$$

указать те $f(x), g(x)$, при которых решением будет волна бегущая направо (налево).

Задача 11

Найти все значения параметра a , при которых нулевое решение следующей краевой задачи устойчиво (асимптотически устойчиво)

$$\text{a) } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + au, u(0) = u(\pi) = 0, x \in [0, \pi].$$

$$\text{b) } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + au, u'(0) = u'(\pi) = 0, x \in [0, \pi].$$

$$\text{c) } \frac{\partial u}{\partial t} = \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + au, u(0) = u'(\pi) = 0, x \in [0, \pi].$$

Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «не зачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Дополнительные главы уравнений в частных производных»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Уравнения математической физики» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе «Дополнительные главы уравнений математической физики» лежит особый математический аппарат. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным физическим задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом «Дополнительные главы уравнений математической физики».

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия, законы и основы данного курса. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы проводятся семинарские занятия, которые помогают разъяснить материал по пройденной теме.

В конце семестра изучения дисциплины студенты сдают зачет. Зачет по итогам первого семестра выставляется по итогам тестирования и краткого собеседования по его результатам.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины ««Дополнительные главы уравнений математической физики»» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет и экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу, с подробно разобранными решениями квантово-механических задач. К таким можно отнести следующие издания:

1. Кубышкин Е.П. Методы решения уравнений математической физики: учебное пособие для вузов. Ярославль: ЯрГУ, 2004. 80 с.
2. Куликов А.Н. Вопросы и задачи по курсу “Уравнения математической физики”: методические указания. Ярославль, 2002. 86 с.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Международный научно-образовательный сайт EqWorld. Сайт EqWorld содержит обширную информацию о различных классах обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), дифференциальных уравнений с частными производными (УрЧП), интегральных уравнений, функциональных уравнений и других математических уравнений. Особое внимание уделено уравнениям математической физики и механики. Приведены таблицы точных решений, описаны методы решения уравнений, есть интересные статьи, даны ссылки на математические программы, указаны адреса научных сайтов, издательств, журналов и др. Имеется динамический раздел EqArchive, который дает возможность авторам оперативно публиковать свои уравнения и их точные решения, первые интегралы и преобразования. Содержит учебную физико-математическую библиотеку, в которую авторы могут добавлять свои книги и диссертации, а также форум для вопросов и дискуссий.

EqWorld работает на русском и английском языках (главная стр. сайта переведена также на немецкий, французский, итальянский и испанский языки) и предназначен для широкого круга ученых, преподавателей вузов, инженеров, аспирантов и студентов в различных областях математики, механики, физики, химии, биологии и инженерных наук. Все ресурсы сайта являются бесплатными для его пользователей.

EqWorld содержит около 2000 веб-страниц (книги библиотеки не учитываются), его посещают люди из 200 стран мира, средняя посещаемость сайта превышает 3000 человек в сутки.

Адреса сайта в Интернете: <http://eqworld.ipmnet.ru/indexr.htm> (рус.), <http://eqworld.ipmnet.ru> (англ.).

2. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

3. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Головной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") www.informika.ru.

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- **Электронная библиотека** – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- **Интегральный каталог образовательных интернет-ресурсов** содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога

превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- **Избранное.** В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- **Библиотеки вузов.** Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет (http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ
(http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»
(http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.