

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Теория игр и исследование операций**

Направление подготовки (специальности)  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Прикладное программирование и информационные технологии»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью дисциплины является овладение студентами основных навыков, понятий, утверждений и методов, используемых при моделировании процесса выработки эффективных решений, независимо от интерпретации в рамках конкретной задачи.

Практические занятия проводятся в учебных группах и имеют целью закрепление теоретических основ дисциплины.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина входит в круг дисциплин по выбору, которые формируют и закрепляют навыки принятия оптимальных решений в условиях неопределенности, необходимые для подготовки бакалавра в области прикладной математики и информатики. Данная дисциплина является дисциплиной по выбору и относится к вариативной части Блока 1. Она опирается на материал курсов математического анализа, дискретной математики, линейного программирования, теории вероятностей. Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины, используются при написании студентами-магистрантами выпускных работ.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формулировка компетенции	Индикатор достижения компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ИД-ОПК-1_2 Осуществляет постановку задачи, выбирает способ ее решения ИД-ОПК-1_3 Применяет математический аппарат для решения прикладных и теоретических задач.	<b>Знать:</b> основные понятия теории игр, возможные сферы их приложений. <b>Уметь:</b> пользоваться результатами и методами теории игр в прикладных задачах. <b>Владеть:</b> методами решения

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Теория игр и исследование операций» составляет 3 зачетные единицы, 108 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Основные понятия и определения. Постановки задач линейного программирования (ЗЛП) и способы их решения.	6	4		8	1		7	
2	Матричные игры. Цена игры. Чистые, смешанные, доминирующие стратегии. Сведение к ЗЛП.	6	4		8	1		7	
3	Игры с природой. Критерии оптимальности. Биматричные игры. Оптимальные ситуации по Нэшу и по Парето. Кооперативные игры.	6	4		8	1	2	7	Контрольная работа №1
4	Основные задачи и алгоритмы на графах. Связь с позиционными играми.	6	4		8	1		7	
5	Понятие трудоемкости алгоритма. Понятие об NP-полноте. Примеры NP-полных задач.	6	2		4	1	2	6	Контрольная работа №2
							0,3	10,7	Зачет
	Всего		18		36	5	4,3	44,7	108

**Примечание:** объем (в часах) самостоятельной работы в рамках установленного данной РПД количества часов, выполняемой студентом с применением ЭО и ДОТ (в ЭУК «Теория игр и исследование операций» в LMS Moodle), определяется каждым студентом в зависимости от уровня его подготовки и способов выполнения данного вида работ.

## 5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине: активные и интерактивные формы проведения занятий.

Формы преподавания дисциплины традиционны. Для передачи большого объема материала используются лекции, дополняемые практическими занятиями.

Основной целью занятий является формирование у студентов понимания теоретического материала, изложенного на лекции, и использование его при решении упражнений и задач. В преподавании используется сочетание коллективной работы группы с самостоятельной работой студентов. Домашние задания подразделяются на текущие (задание к очередному практическому занятию или лекции) и долгосрочные. Студенты

регулярно получают задания по самостоятельному изучению некоторых вопросов курса, а также дополнительных его разделов, по чтению учебной литературы.

Групповые консультации проводятся перед контрольными мероприятиями (контрольные работы, зачетные работы, экзамены) для большой группы студентов с целью систематизации знаний и устранению имеющихся сложностей с пониманием материала общего характера.

Индивидуальные консультации проводятся регулярно для желающих с целью устранения имеющихся у студентов проблем с материалом частного характера.

Самостоятельная работа реализуется в процессе аудиторных занятий, в контакте с преподавателем вне рамок расписания (на консультациях по учебным вопросам, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий), в библиотеке и дома при выполнении студентом учебных задач.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «Теория игр и исследование операций» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы;
- осуществляется проведение текущего контроля успеваемости студентов;
- представлены тексты лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В образовательном процессе по дисциплине используются:  
для формирования материалов для контроля успеваемости и проведения аттестации:

- программы Microsoft Office и свободные аналоги;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:  
– для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office и / или свободные аналоги, издательская система LaTeX;  
– для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **А) основная литература:**

1. Горлач Б.А. Исследование операций. СПб, Лань, 2013. 448 с.
2. Колобашкина Л.В. Основы теории игр [Электронный ресурс] : учебное пособие / 3-е изд., испр. и доп. (эл.). — М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014.
3. Писарук Н.Н. Введение в теорию игр [Электронный ресурс] / Минск : БГУ, 2016.

### **Б) дополнительная литература:**

1. Короткин А.А., Фокин В.Г. Модели и алгоритмы исследования операций: учеб. пособие / Ярославль, ЯрГУ, 2006. 76 с.
2. Короткин А.А., Бестужева Л.П. Дополнительные главы по курсу Теория игр и исследование операций [Электронный ресурс]: текст лекций. / Ярославль: ЯрГУ, 2007. 63 с.
3. Петросян Л.А. и др. Теория игр: учебное пособие для университетов по специальности "Математика". - М.: Высшая школа, 1998.
4. Оуэн Г. Теория игр. – М.: Мир, 1971.
5. Дурнев В.Г., Башкин М.А., Якимова О.П. Элементы дискретной математики. Ярославль: ЯрГУ, 2007.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор(ы) :

доцент кафедры теории функций и функционального анализа Ярославского государственного университета им. П.Г.Демидова кандидат физ.-мат. наук

---

(должность, ученая степень)

---

(подпись)

---

(Фамилия И.О.)

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины**  
**«Теория игр и исследование операций»**  
*(наименование дисциплины)*

**Фонд оценочных средств**  
**для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов**  
**по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,**  
**необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,**  
**характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,**  
**используемые в процессе текущей аттестации**

**Программа №1 (Лабораторная работа 1). Пример задачи.**

Создать приложение, которое реализует решение матричной игры с заданной матрицей в смешанных стратегиях.

**Программа №2 (Лабораторная работа 2). Пример задачи.**

Создать приложение, которое реализует алгоритм Диница-Карзанова нахождения максимального потока в сети.

**1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

Зачет по итогам текущей аттестации (л.р.) или в результате беседы по темам 1-24:

1. Базовые понятия и определения. Основные типы задач, решаемые методами теории игр. Возможные подходы к их классификации.
2. Постановка задачи линейного программирования (ЗЛП). Основные понятия.
3. Свойства решения ЗЛП. Метод перебора. Геометрическая интерпретация решения ЗЛП.
4. Прямая и двойственная ЗЛП. Теоремы двойственности.
5. Матричные игры. Формальная постановка задачи.
6. Цена игры. Седловая точка. Чистые и смешанные стратегии. Теорема Неймана.
7. Сведение матричной игры к ЗЛП. Доминирующие стратегии.
8. Графоаналитический метод решения для игр  $2 \times N$  и  $N \times 2$ .
9. Итерационный метод Брауна-Робинсон.
10. Игры с природой. Формальная постановка задачи.
11. Критерии оптимальности: Вальда, «оптимиста», Гурвица, Лапласа, Сэвиджа.
12. Критерии оптимальности: математического ожидания, минимального ожидаемого сожаления, Ходжа-Лемана (для выигрышей; для рисков), Гермейера-Гурвица.
13. Бескоалиционные игры. Биматричные игры. Основные понятия. Ситуация равновесия по Нэшу.
14. Оптимальное поведение по Парето. Смешанная ситуация равновесия по Нэшу. Результаты для биматричных игр  $2 \times 2$ .
15. Кооперативные игры. Формальная постановка задачи. Основные понятия.
16. Вектор Шепли кооперативной игры и его свойства.
17. Сердцевина кооперативной игры (N-ядро) и ее свойства.
18. Графы. Основные понятия и определения. Матричные характеристики графов.
19. Постановка задачи о кратчайших путях в графе. Алгоритмы Дейкстры и Флойда.
20. Задача о минимальном остовном дереве. Алгоритм Прима. Постановка задачи Штейнера.
21. Алгоритм Краскала и его особенности. Алгоритм Тарьяна для планарных графов.
22. Постановка задачи о максимальном потоке (ЗМП). Теорема Форда-Фалкерсона.
23. Основные идеи алгоритма Форда-Фалкерсона и Диница-Карзанова.
24. Постановка задачи о минимальной раскраске, о клике, задачи коммивояжера.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

**Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;



- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.