

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра дискретного анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ

 Д.Ю. Чалый

« 23 » _____ мая _____ 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
«Математический анализ»

Направление подготовки
01.03.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)
«Искусственный интеллект»

Квалификация выпускника
Бакалавр

Форма обучения
очная

Программа рассмотрена на
заседании кафедры
от 11 апреля 2023 г.,
протокол № 4

Программа одобрена НМК
факультета ИВТ
протокол № 6 от
28 апреля 2023 г.

Ярославль

1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины «Математический анализ» являются изучение основ математического анализа, объединяющих теорию действительного числа, теорию пределов, теорию рядов, дифференциальное и интегральное исчисление и их непосредственные приложения, а также приобретение знаний и умений в соответствии с государственным стандартом, формирование мировоззрения и развитие способности понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат.

В задачи курса математического анализа входят: развитие алгоритмического и логического мышления студентов, овладение методами исследования и решения математических задач, выработка у студентов умения самостоятельно расширять свои математические знания и проводить математический анализ прикладных задач.

2. Место дисциплины в структуре образовательной программы бакалавриата (магистратуры, специалитета)

Дисциплина «Математический анализ» относится к модулю «Математика».

Дисциплина «Математический анализ» закладывает основу для логического мышления, формирует у студентов культуру научного, в частности, математического мышления (анализ, синтез, обобщение и др. мыслительные операции).

Для успешного освоения данной дисциплины студент должен владеть знаниями, умениями и навыками, сформированными школьной программой по математическим дисциплинам: математическим анализом, алгеброй, геометрией.

Приобретенные в результате изучения дисциплины знания, умения и навыки используются для изучения дисциплин математического цикла: «Комплексный анализ», «Элементы действительного анализа», «Дифференциальные уравнения», «Теория вероятностей и математическая статистика», «Численные методы» и др., всех без исключения дисциплин профессионального цикла, модулей и практик ООП. Дисциплина изучается в 1 и 2 семестрах.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы бакалавриата (магистратуры, специалитета)

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Общепрофессиональные компетенции		

<p>ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.</p>	<p>ИОПК1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук.</p> <p>ИОПК1.2 Демонстрирует умение использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности.</p>	<p>Знать:</p> <ul style="list-style-type: none"> – постановки задач математического анализа; – основные понятия и формулировки теорем математического анализа. <p>Уметь:</p> <ul style="list-style-type: none"> – решать задачи по математическому анализу; – доказывать основные и вспомогательные утверждения и теоремы из курса математического анализа. <p>Владеть:</p> <ul style="list-style-type: none"> – математическим аппаратом анализа; – навыками использования аппарата математического анализа при решении
--	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 7 зачетных единиц, 252 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)					Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)	
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		самостоятельная работа
1.	Введение в математический анализ.		4	8				30	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4	
2.	Дифференциальное исчисление функции одной переменной.		5	14				30	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							5	
3.	Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.		3	8				28	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							2	
4.	Интегральное исчисление функции одной переменной.		6	16				30	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							6	
5.	Числовые и функциональные ряды.		4	10				30	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							4	
6.	Элементы гармонического анализа. Ряды Фурье.		2	4				20	
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							2	
	ИТОГО		24	60				168	Зачет. Экзамен
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>							24	

Содержание разделов дисциплины:

Раздел 1. Введение в математический анализ.

Понятие величины. Определение. Свойства. Типы.

Множества. Основные определения теории множеств. Числовые множества: множество натуральных, целых, рациональных, иррациональных, действительных, комплексных чисел. Расширенное множество действительных чисел.

Функция. Основные определения теории функций. Область определения и множество значений функции. Сложные и обратные функции. График функции. Основные элементарные функции, их свойства и графики. Супремум, инфимум. Многочлены и рациональные дроби. Теорема Безу. Основная теорема алгебры.

Предел числовой последовательности. Числовые последовательности. Предел числовой последовательности. Существование предела монотонной ограниченной последовательности. Число e .

Предел функции. Функция. Основные определения теории функций. Предел функции. Основные теоремы о пределах. Замечательные пределы. Эквивалентные функции и их применение к отысканию пределов. Сравнение бесконечно малых функций. Символы o и O .

Непрерывность функции. Свойства непрерывных функций Точки разрыва и их классификация.

Раздел 2. Дифференциальное исчисление функции одной переменной.

Дифференциальное исчисление. Понятие функции, дифференцируемой в точке. Производная функции, ее геометрический и физический смысл. Правила дифференцирования. Дифференциал. Теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши. Производные и дифференциалы высших порядков.

Приложение дифференциального исчисления. Приближенное вычисление значения функции с помощью дифференциала. Правило Лопиталю. Возрастание и убывание, экстремумы, наибольшее и наименьшее значения функции. Исследование выпуклости функции. Асимптоты функций. Общая схема исследования функции и построения ее графика. Кривизна плоской линии.

Раздел 3. Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных.

Дифференциальное исчисление ФНП. Пространство R_n . Функции нескольких переменных. Предел и непрерывность функции. Частные производные. Дифференциал. Дифференцирование сложных, неявных функций.

Приложение дифференциального исчисления ФНП. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Касательная линия и нормальная плоскость к кривой в пространстве. Формула Тейлора. Экстремумы и условные экстремумы функций нескольких переменных. Наибольшее и наименьшее значения.

Раздел 4. Интегральное исчисление функции одной переменной.

Интегральное исчисление. Первообразная, неопределенный интеграл и его свойства. Методы интегрирования. Интегрирование рациональных, тригонометрических, иррациональных функций. Определенный интеграл и его свойства. Условия существования и оценки. Теорема о среднем. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Теорема

Барроу. Формула Ньютона-Лейбница. Вычисление интегралов. Несобственные интегралы. Неберущиеся интегралы. Интегралы от функции с двумя переменными.

Приложение интегрального исчисления. Приложения определенного интеграла: вычисление площадей плоской области, объемов тел, площадей части поверхности, длин дуг, работы, пути, координат центра тяжести.

Раздел 5. Числовые и функциональные ряды.

Числовые ряды. Определение числового ряда. Сходимость и сумма ряда. Необходимый и достаточные признаки сходимости. Знакопеременные ряды и знакочередующиеся ряды. Теорема Лейбница.

Функциональные ряды. Функциональные ряды. Степенные ряды. Теорема Абеля. Область и радиус сходимости. Равномерная сходимость. Свойства равномерно сходящихся рядов. Ряды Тейлора и Маклорена.
Применение степенных рядов.

Раздел 6. Элементы гармонического анализа. Ряды Фурье.

Гармонический анализ. Периодические функции. Гармонические колебания.

Ряды Фурье. Тригонометрические ряды. Условия сходимости. Теорема Дирихле. Разложение в ряд Фурье функций с периодом 2π и $2l$, четных и нечетных функций с периодом 2π и $2l$; функций, заданных на полупериоде, функций с «двойной симметрией».

5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Для оценивания работы студента используется балльно-рейтинговая система.

6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе осуществления образовательного процесса используются: для разработки документов, презентаций, для работы с электронными таблицами OfficeStd 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232 LibreOffice (свободное) издательская система LaTeX;

для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next")

7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (при необходимости)

1. ОС семейства MicrosoftWindows
2. LibreOffice
3. MozillaFirefox
4. Microsoft Office 365

8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», рекомендуемых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Карташев, А. П. Математический анализ: учебное пособие / А. П. Карташев, Б. Л. Рождественский. — 2-е изд. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 448 с. — ISBN 978-5-8114-0700-2. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/210116>
2. Математический анализ: учебное пособие / составитель Е. П. Ярцева. — Ставрополь: СКФУ, 2017. — 256 с. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/155295>
3. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа: учебник для вузов: в 2 частях / Г. М. Фихтенгольц. — 14-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, [б. г.]. — Часть 1: Основы математического анализа — 2022. — 444 с. — ISBN 978-5-8114-9104-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/184192>
4. Фихтенгольц, Г. М. Основы математического анализа: учебник для вузов / Г. М. Фихтенгольц. — 13-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022 — Часть 2: Основы математического анализа — 2022. — 464 с. — ISBN 978-5-8114-9256-5. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/189424>

б) дополнительная литература

1. Демидович, Б. П. Сборник задач и упражнений по математическому анализу: учебное пособие для вузов / Б. П. Демидович. — 24-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 624 с. — ISBN 978-5-8114-9078-3. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/184105>
2. Берман, Г. Н. Сборник задач по курсу математического анализа / Г. Н. Берман. — 10-е изд., стер. — Санкт-Петербург: Лань, 2022. — 492 с. — ISBN 978-5-8114-9878-9. — Текст: электронный // Лань: электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/200084>
3. Математический анализ: учебное пособие для бакалавров / Кытманов А.М., Лейнартас Е.К., Лукин В.Н. и др.; под общ. ред. А.М. Кытманова. - Москва: Юрайт, 2014. - 607 с. + Предметный указатель. - (Бакалавр. Базовый курс). - Библиогр.: с.601. - ISBN 978-5-9916-2808-2.
4. Баврин, И.И. Высшая математика. Учебник для ВТУЗов [текст] / И.И. Баврин, В.Л. Матросов. – М.: ВЛАДОС, 2004 г.
5. Берман, Г.Н. Сборник задач по курсу математического анализа: учебное пособие. - 22 изд., перераб. [текст] / Г.Н. Берман.– СПб: Профессия, 2003-2006 г.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронная библиотека «Университетская библиотека online». URL: <http://biblioclub.ru/>
2. Информационная система «Единое окно доступа к образовательным ресурсам». URL: <http://window.edu.ru/>
3. Образовательный портал Череповецкого государственного университета. URL: <https://edu.chsu.ru/>

4. Образовательная платформа Открытое образование, онлайн курсы: Высшая математика. Математический анализ. URL: <https://openedu.ru/course/mipt/MATAN/>; Математический анализ. URL: <https://openedu.ru/course/urfu/CALC/>

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины
«Математический анализ»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущего контроля успеваемости
и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

1. Типовые контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущего контроля успеваемости

Перечень оценочных средств.

Компетенции	Индикаторы достижения компетенций	Оценочные средства
ОПК-1. Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности.	ИОПК1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук. ИОПК1.2 Демонстрирует умение использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности.	Индивидуальные задания по темам Задания для проверочных работ по темам Задания для контрольных работ по разделам Вопросы к зачету, экзамену.

Тематика индивидуальных заданий

1. Индивидуальное задание по теме «Комплексные числа. Функция». 1)

Изобразить на комплексной плоскости число $z = (3 + i)^2 / (1 - 2i)$.

2) Найти сумму и частное чисел $z_1 = 3e^{\pi i}$, $z_2 = (4 + 3i)^3$.

3) Найти действительную и мнимую части, модуль, аргумент числа, сопряженное комплексному числу $z = 2(\cos \pi/3 + \sin \pi/3)$.

4) Найти корень из комплексного числа $\sqrt[3]{1 + i}$. Изобразить на окружности.

5) Изобразить на комплексной плоскости множество точек, удовлетворяющих условиям:
 $0 < \operatorname{Re} z < 3, 0 < \operatorname{arg} z < \pi$.

6) Найти и изобразить на числовой прямой множества $A, B, A \cup B, A \cap B, A \setminus B, B \setminus A$; $A = \{x \in \mathbb{N} | x/(x-1) < 2\}$; $B = \{x \in \mathbb{R} | \lg(x+1) > 1\}$.

6) Найти область определения функции $f(x) = \sqrt{\frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}}$.

7) Найти область определения функции $y = \log_2(x+1) - 2$.

8) Найти область определения и область значения функции $y = \frac{1}{3\sqrt{2x-x^2}}$.

2. Индивидуальное задание по теме «Предел последовательности и функции и непрерывность функции».

1. Найти пределы последовательности или функции (не используя правило Лопиталя):

a) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{3x^2 - 5x - 2}{2x^2 - x - 6}$; b) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 6x}{1 - \cos 4x}$; c) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{2x-3}{2x+5}\right)^{x-1}$; d) $\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n} * (\sqrt{n+1} - \sqrt{n})$;

e) $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{\sqrt{x^2+7} - \sqrt{7-3x}}{x^2-9}$; g) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{3x^2-5x-2}{2x^2-x-6}$.

2. Задана функция $y = f(x)$. Установить, является ли данная функция непрерывной. В случае разрыва функции классифицировать характер разрыва. Построить график функции:

1) $f(x) = \begin{cases} x+4, & x < -1 \\ x^2+2, & -1 \leq x \leq 1, \\ 2x, & x \geq 1 \end{cases}$ 2) $f(x) = 3^{\frac{2}{3-x}}$.

3. При каком значении A функция будет непрерывной: $f(x) = \begin{cases} A(x-3), & x \leq -5, \\ (x+1)^2, & -5 < x \leq 3 \end{cases}$?

3. Индивидуальное задание по теме «Производная, дифференциал».

1. Найти производные функций: 1) y'_x сложной функции, 2) y'_x функции, заданной параметрически, 3) x'_y обратной функции, 4) y'_x степенно-показательной функции, 5) y'_x неявно заданной уравнением функции:

1) $y = \frac{2(3x^3 + 4x^2 - x - 2)}{15\sqrt{1+x}}$; 2) $y = \frac{1}{2} \arctg \frac{e^t - 3}{2}$, $x = tg(t^2 + 1)$;

3) $y = \sin \sqrt{3} + \frac{1}{3} * \frac{\sin^2 3x}{\cos 6x}$; 4) $y = x^{\ln x}$; 5) $(y^2 + 1) \sin x = \arctg(yx^2)$.

2. Найти дифференциал первого порядка функции: $y = \sqrt{x} \ln(\sqrt{x} + \sqrt{x+1})$.

3. Найдите кривизну и радиус кривизны линии $y = 2x^4 - 5x^2 - 2$ в точке с абсциссой $x = -2$, а также уравнение касательной и нормали к этой линии в данной точке.

4) Индивидуальное задание «Подведение под знак дифференциала»

1) $\int (\sqrt[5]{x^2} - \frac{5}{x} + \frac{x}{3}) dx$; 2) $\int x \cos x^2 dx$; 3) $\int \frac{x^2 dx}{4+x^3}$; 4) $\int \frac{\arccos^2 x}{\sqrt{1-x^2}} dx$;

5) $\int x e^{x^2} dx$; 6) $\int \frac{x}{(x^2+1)^2} dx$; 7) $\int \frac{\ln^2 x}{x} dx$; 8) $\int \frac{5x}{\sqrt{x^2-4}} dx$

5) Индивидуальное задание по теме «Приложения определенного интеграла».

1) Вычислить площадь S петли кривой $x = \frac{t}{3} (6-t)$, $y = \frac{t^2}{8} (6-t)$.

2) Вычислить длину одного лепестка кривой $\rho = a * \sin 2\varphi$.

3) Вычислить объем V тела, образованного вращением вокруг оси (OX) одной полуволны синусоиды $y = \sin x$ ($0 \leq x \leq \pi$) .

4) Вычислить площадь Q поверхности фигуры, образованной вращением вокруг оси (OX) дуги кривой $x^2 - y^2 = 4$, ($2 \leq x \leq 4$) .

6) Индивидуальное задание по теме «Приложение рядов»

1. Разложить в ряд Маклорена функцию $f(x) = \sin^2 x$.

2. Разложить в ряд Тейлора по степеням $(x-1)$ функцию $f(x) = \frac{1}{x}$.

3. Вычислить $\frac{1}{\sqrt[5]{e}}$ с точностью до 0,001.

4. Вычислить $\int_0^{0,1} \frac{e^x - 1}{x} dx$ с точностью до 0,001.

Тематика проверочных работ

1. Проверочная работа по теме «Табличные производные ФОП».

Найти производные функций:

- 1) $y = \sin \frac{x}{2}$; 2) $y = \frac{1}{2} \operatorname{arctg} 3x$; 3) $y = \log_3 3x$; 4) $y = e^{2x+3}$; 5) $y = \operatorname{ctg} 4x$;
6) $y = \arcsin(1 - x)$; 7) $y = \sqrt{2 + 3x}$; 8) $y = \frac{3}{2x}$.

2. Проверочная работа по теме «ФДП. Частные производные 1 и 2 порядка».

1. Вычислить предел функции $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} \frac{(x^2 + y^2)}{1 + \cos \sqrt{x^2 + y^2}}$

2. Найти частные производные 1 и 2 порядка функции: $z = x + 2xy - e^y$.

3. Проверочная работа по теме «Методы интегрирования»

- 1) $\int \frac{x^2 dx}{4 + x^3}$ 2) $\int (x + 1) e^x dx$ 3) $\int \cos^2 x dx$

4. Проверочная работа (тест) по теме «Гармонический анализ».

1. Чему может быть равно значение параметра a , при котором функция $f(x) = \sin(2ax)$ имеет период, равный $\frac{\pi}{2}$?

2. Найти наименьший положительный период функции $f(x) = \operatorname{tg} 3x + \sin 4x$.

3. Найти периоды функций: $f(x) = \sin 3x$, $f(x) = \operatorname{ctg}(2x + 1)$, $f(x) = \cos(\pi + 1)x$.

4. Наименьший положительный период функции $f(x) = \cos 3x - 7 \sin 6x + 2 \operatorname{tg} \frac{9}{2} x$ равен

- 1) $\frac{\pi}{3}$; 2) 3π ; 3) $\frac{2\pi}{3}$; 4) 6π .

5. Какой вид имеют гармонические колебания с начальной фазой $\frac{\pi}{6}$ и амплитудой, равной 4:

Варианты ответов: 1) $f(t) = 4 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$, 2) $f(t) = 4 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$,

3) $f(t) = A \sin\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)$, 4) $f(t) = 4 \cos\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$,

5) $f(t) = A \cos\left(\frac{\pi}{6}t + 4\right)$, 6) $f(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \varphi\right)$?

6. Найти период T функции $f(x)$, если ее круговая частота равна 2.

6. Сколько составляет сдвиг по фазе гармоники $2 \sin\left(x - \frac{\pi}{4}\right)$ относительно гармоники $\sin x$?

5. Проверочная работа по теме «Ряды Фурье».

1. Разложить в ряд Фурье периодическую функцию $f(x) = \pi + x$ при $-\pi < x \leq \pi$.
2. Разложить функцию $f(x) = \begin{cases} x, & 0 \leq x \leq 1, \\ 1, & 1 < x \leq 2 \end{cases}$ в ряд Фурье по синусам.

Тематика расчетно-графического задания

1. Исследовать функцию $y = \frac{x+5}{x-2}$ и построить ее график.

Тематика контрольных работ

Контрольная работа № 1 по теме «Предел и непрерывность функции. ДФОП»

Примерный вариант.

1. Вычислить пределы функций:

a) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 - \cos(x-1)}{x^2 - 2x + 1}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^2 - 1}{2x^3 - 3x + 1}$ в) $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{1 + x^2}{2 + x^2} \right)^{x^2+3}$.

2. Исследовать функцию на непрерывность, построить график

a) $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & -\infty < x \leq -1 \\ 1 + x & -1 < x < 4 \\ 2x - 5 & 4 \leq x \leq 7 \end{cases}$, б) $f(x) = 5^{\left(\frac{4}{1-x}\right)}$.

3. Вычислить пределы функций, пользуясь правилом Лопиталя:

a) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3e^{4x} - 3}{x \sin^2 x}$, б) $\lim_{x \rightarrow \infty} \sqrt{x^2 - 1} - x$.

4. Вычислить производные функций:

a) $\arctg \left(\frac{\ln x^2}{4y+2} \right) + x^4 \sqrt{y} + (1+x)^{x^2+1} = \ln 2$, б) $y = \frac{\ln^2 3x}{8 \cos(2x-1)}$,
в) $y = \operatorname{tg} x * \log_2^2 2x$, $x'_y = ?$

5. Найти дифференциал 1 и 2 порядков функции $y = \operatorname{ctg}^2 \left(\frac{x}{3} \right)$.

6. Разложить по формуле Тейлора функцию $y = 2^{x+1}$ в точке $x = 1$.

7. Дан круг радиусом $a = 4$. Увеличим a на 2 см. Найти изменение длины дуги окружности и ее дифференциал.

2. Контрольная работа № 2 по теме «Дифференциальное исчисление функции нескольких переменных».

Примерный вариант.

1. Найти и изобразить область определения функции $z = \ln(2x - y)$.
2. Найти все частные производные 1 и 2 порядка функции $z = \cos(3x^2 - y^3)$.

3. Найти полный дифференциал функции $z = \arccos(x + y)$.
4. Найти уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности
 - a) $z = 2x^2 - 3y^2 + 4x - 2y + 10$ в точке $M(-1; 1; 3)$.
 - b) $x^2 + y^2 + z^2 + 6z - 4x + 8 = 0$ в точке $M(2; 1; -1)$.
5. Исследовать функцию $z = x^2 + y^2 - xy + x + y$ на экстремум.
6. Найти экстремум функции $z = xy$ при условии, что x и y связаны между собой уравнением $2x + 3y - 5 = 0$.
7. Вычислить значение производной сложной функции $z = \frac{y}{x}$, где $x = e^t$, $y = 1 - e^{2t}$ при $t = 0$.
8. Продифференцировать неявно заданную уравнением $x^2 + 2y^2 + 3z^3 = 59$ функцию z , вычислить значения производных в точке $M(3; 1; 4)$.
9. Найти наибольшее и наименьшее значение функции $z = x^4 - 8x^2 + y^3 - 3y - 1$ в заданной области $D: 0 \leq x \leq 3, -2 \leq y \leq 0$.

3. Контрольная работа № 3 по теме «Интегрирование».

Примерный вариант.

- 1) $\int x \sin(2x^2 - 3) dx$; 2) $\int \sin^2 2x dx$; 3) $\int \frac{\sin x}{\sin x - \cos x} dx$; 4) $\int_3^8 \frac{\sqrt{x+1}}{x} dx$;
- 5) $\int (1-x) e^{3x} dx$; 6) $\int \frac{13-x}{(x-6)(x^2+1)} dx$; 7) $\int \frac{x^5 + 2x^2 - 8}{x^3 - 16x} dx$;
- 8) $\int \frac{2-x}{\sqrt{x^2+4x-1}} dx$; 9) $\int_0^{+\infty} x * \cos x dx$

10) Найти площадь фигуры, ограниченной графиками функций $y = x^2$, $y = 3x - 2$ Сделать чертеж.

11) Найти интеграл от ФДП: $\int x \sin(2y^2 - 3) dx$.

4. Контрольная работа № 4 по теме «Ряды»

Примерный вариант

- 1) Исследовать на сходимость ряды: a) $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{n+1}{2n+3}\right)^n$; b) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n!}{3^n}$; c) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\arctg n}{n^2+1}$.
- 2) Исследовать на абсолютную сходимость ряд: $\sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n+1} \frac{2n-1}{n^2}$.
- 3) Доказать, что ряд сходится и найти его сумму: $\sum_{n=3}^{\infty} \frac{3}{n(n-2)}$.
- 4) Определить радиус, интервал сходимости и выяснить поведение на концах интервала сходимости ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x+1)^n}{n^2 5^n}$.

Образцы тестовых заданий

1. Модуль комплексного числа $z = \sqrt{3} - i$ равен а) 2 б) 4 в) $\sqrt{2}$ г) $\sqrt{3}$.

2. $z = \sqrt{3} - i$. Найдите комплексно сопряженное число \bar{z} .

Варианты ответа: а) $-\sqrt{3} - i$ б) $\sqrt{3} - i$ в) $\sqrt{3} + i$ г) $-\sqrt{3} + i$.

3. Число π принадлежит множеству:

$A = \{a | a \in \mathbb{N}, 1 \leq a \leq 10\}$ $B = \{b | b \in \mathbb{Z}, -2 \leq b \leq 5\}$ $C = \{c | c \in \mathbb{R}, -3 < c < 3,6\}$

$D = \{d | d \in \mathbb{Q}, d < 4\}$

4. Значение предела $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{2-3n+n^3}{n^3}$ равно а) 2 б) 1 в) 0 г) ∞

5. Значение предела $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{10x^2}{\sin^2 x}$ равно а) 10 б) 5 в) -2 г) 0

6. Значение предела $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{1}{2x}\right)^x$ равно а) 1 б) $e^{\frac{1}{2}}$ в) e^2 г) e^{-2}

7. Точка $x_0 = -2$ является точкой разрыва первого рода графика функции:

Варианты ответа:

$$а) f(x) = \begin{cases} 1, & x \leq -2 \\ \frac{1}{x+2}, & x > -2 \end{cases} \quad б) f(x) = \begin{cases} -x, & x < -2 \\ x^2, & x \geq -2 \end{cases} \quad в) f(x) = \begin{cases} -2, & x < 0 \\ 2, & x \geq 0 \end{cases}$$

$$г) f(x) = \begin{cases} -x - 2, & x < -2 \\ x + 2, & x \geq -2 \end{cases}$$

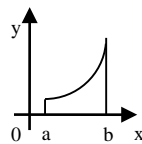
8. Найти производную функции $y = e^x(1 + \sin x)$. Варианты ответа:

а) $y' = e^x(1 + \sin x - \cos x)$ б) $y' = e^x \sin x$ в) $y' = e^x(1 + \sin x + \cos x)$ г) $y' = e^x \cos x$

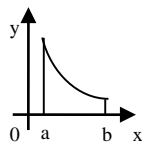
9. Найти $f'(1)$, если $f(x) = \frac{5}{x} + 4e^x$. Варианты ответа а) $5 + 4e$ б) 9 в) 5 г) $-5 + 4e$.

10. Найдите тангенс угла наклона касательной, проведенной к графику функции $y = -0,5x^2$ в точке с абсциссой $x_0 = -3$. Варианты ответа: а) -3 б) -4,5 в) 3 г) 0.

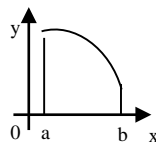
11. Укажите вид графика функции, для которой на всем отрезке $[a; b]$ одновременно выполняются условия $y > 0$, $y' < 0$, $y'' < 0$.



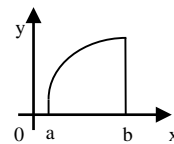
а)



б)



в)



г)

12. Укажите верное утверждение

а) $\int (f(x) * g(x)) dx = \int f(x) dx * \int g(x) dx$

б) $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx + \int g(x) dx$

в) $\int (f(x) * g(x)) dx = f(x) \int g(x) dx$ г) $\int (f(x) + g(x)) dx = \int f(x) dx - \int g(x) dx$

13. Выберите верное утверждение:

а) $\int \frac{dx}{\sin^2 2x} = 2 \operatorname{tg} 2x + c$ б) $\int \frac{dx}{\sin^2 2x} = -\operatorname{tg} 2x + c$

в) $\int \frac{dx}{\sin^2 2x} = \operatorname{ctg} x + c$ г) $\int \frac{dx}{\sin^2 2x} = -\frac{1}{2} \operatorname{ctg} 2x + c$

14. Множество первообразных функции $f(x) = \sin(3x + 2)$ имеет вид:

а) $\frac{1}{3} \cos(3x + 2) + C$ б) $-\frac{1}{3} \cos(3x + 2) + C$ в) $-3 \cos(3x + 2) + C$ г) $-3 \cos x + C$

15. Укажите формулу интегрирования по частям

а) $\int u dv = uv + \int v du$ б) $\int u dv = uv - \int v du$

в) $\int u dv = \int v du - uv$ г) $\int u dv = uv * \int v du$

16. Площадь фигуры, ограниченной линиями $y = 2x^2 + 1$, $y = 3$ определяется интегралом

а) $\int_1^3 (2 - 2x^2) dx$ б) $\int_{-1}^1 (2x^2 - 2) dx$ в) $\int_{-1}^1 (2 - 2x^2) dx$ г) $\int_1^3 (2x^2 - 2) dx$

17. Частная производная функции $z = x^4 \cos y$ по переменной y в точке $M\left(1; \frac{\pi}{2}\right)$ равна:

Варианты ответа: а) 4 б) -1 в) 1 г) 0

18. Уравнение касательной плоскости к поверхности $F(x; y; z) = 0$ в точке $M_0(1; 2; 3)$ имеет

вид: $4(x - 1) - 5(y - 2) + (z - 3) = 0$. Определить $\frac{\partial F(M_0)}{\partial y}$

а) 4 б) -3 в) 10 г) 0

20. Объем тела, ограниченного поверхностями $x^2 + y^2 = 4$, $z = 0$, $z = 10$, равен

а) 40π б) 20π в) 10π г) $0,4\pi$

21. Какой вид имеют гармонические колебания с начальной фазой $\frac{\pi}{6}$ и амплитудой, равной 4:

1) $f(t) = 4 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$, 2) $f(t) = 4 \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{6}\right)$, 3) $f(t) = A \sin\left(4t + \frac{\pi}{6}\right)$,

4) $f(t) = 4 \sin\left(\omega t - \frac{\pi}{6}\right)$, 5) $f(t) = A \cos\left(\frac{\pi}{6}t + 4\right)$, 6) $f(t) = 4 \cos\left(\frac{\pi}{6}t + \varphi\right)$?

22. Коэффициент b_1 в разложении в ряд Фурье функции $f(x) = x^2$ на интервале $(-\pi; \pi)$ равен Варианты ответа: а) 0 б) $\frac{2\pi}{3}$ в) $\frac{2\pi^3}{3}$ г) $\frac{2}{\pi}$.

2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Для формирования базы освоения компетенций дисциплины студентам предлагается подготовиться по следующему перечню вопросов, выносимых на зачет и экзамен:

Вопросы к зачёту

1. Основные определения теории множеств. Операции над множествами.
2. Предельные, изолированные, внутренние точки множества. Ограниченное множество. Понятие супремума и инфимума.
3. Числовые множества: множество натуральных, целых, рациональных, действительных. Действительные числа и их свойства. Расширенное множество действительных чисел.
4. Множество комплексных чисел (три формы, геометрическое изображение, действия).
5. Функция. Определение функции. Область определения и множество значений функции. Основные определения теории функций.
6. Классификаций функций. Основные элементарные функции, их свойства и графики.
7. Определение числовой последовательности. Предел числовой последовательности. Основные определения.
8. Теорема об ограниченной последовательности. Теорема о вычислении пределов суммы, разности, произведения, частного.
9. Признаки существования предела силовой последовательности.
10. Предел функции. Два определения. Теоремы о пределах. Способы вычисления пределов. 11 Замечательные пределы функций.
12. Бесконечно малые и бесконечно большие величины. Определение. Сравнение б.м. Теорема о произведении двух б.м. Эквивалентные б.м. Теоремы. Сумма б.м. Таблица эквивалентных б.м.
13. Односторонние пределы функции. Определение. Формулировка леммы.
14. Два определения непрерывности функции в точке. Непрерывность функции на промежутке.

15. Свойства непрерывных функций: теорема о непрерывности суммы, разности, произведения и частного двух непрерывных функций, теоремы о непрерывности в точке сложной, обратной и элементарных функций.
16. Свойства непрерывных функций: 1-ая и 2-ая теоремы Вейерштрасса (о непрерывности на промежутке).
17. Свойства непрерывных функций: 1-ая и 2-ая теоремы Больцано-Коши.
18. Непрерывность функции в точке. Разрыв функции. Типы разрывов.
19. Понятие производной. Два определения. Геометрический (вывод) и физический смысл.
20. Понятие дифференцируемости функции. Определение. Теорема 1 о необходимом и достаточном условии дифференцируемости функции.
21. Понятие дифференцируемости функции. Определение. Теорема 2 о связи между дифференцируемостью и непрерывностью.
22. Определение производной. Правило дифференцирования суммы и частного функций, разности и произведения функций. Правило дифференцирования сложной функции.
23. Правило дифференцирования обратной функции; функций, заданных параметрически и неявно.
24. Вычисление производной элементарных функций: постоянной, тригонометрических, обратных тригонометрических, логарифмических, показательной, степенной. Понятие логарифмической производной.
25. Дифференциал. Определение. Свойства. Геометрический смысл. Применение дифференциала к приближенным вычислениям.
26. Дифференциалы и производные высших порядков. Формулы Лейбница.
27. Теорема Ферма.
28. Теорема Ролля.
29. Теорема Лагранжа.
30. Теорема Коши.
31. Теорема Лопиталя. Следствие о раскрытии неопределенностей вида $[0 * \infty]$, $[\infty - \infty]$, $[1^\infty]$, $[0^0]$, $[\infty^0]$.
32. Теоремы Тейлора и Маклорена. Запись остаточного члена в форме Пеано и Лагранжа.
33. Кривизна плоской линии.
34. Возрастание и убывание функций. Теорема о постоянной и монотонной функции. Определение экстремума функции и наиб.(наим.) значения. Теорема о необходимом условии существования экстремума. Ее геометрический смысл. Формулировка достаточных условий.
35. Выпуклость и вогнутость кривых. Определение. Определение точки перегиба. Теорема о необходимом и достаточном условии существования точек перегиба.
36. Асимптоты. Определение. Классификация.
37. Понятие функции двух и нескольких переменных. Область определения. Геометрическая интерпретация. Предел и непрерывность ФДП. Частные производные. Определения. Геометрический и физический смысл.
38. Частные производные второго порядка. Формулировка теоремы. Частные производные высших порядков.

39. Дифференцируемость ФДП (определение). Полный дифференциал. Необходимые условия дифференцируемости: лемма. Геометрический смысл dz . Формулировка теоремы о достаточном условии дифференцируемости функции. Полные дифференциалы высших порядков.
40. Дифференцирование сложных функций. Полная производная. Частные производные.
41. Дифференцирование неявной функции. Формулировка теоремы о существовании неявной функции. Полная производная. Частные производные.
42. Дифференцирование неявной функции. Формулировка теоремы о существовании неявной функции. Полная производная. Частные производные.
43. Касательная плоскость и нормаль к поверхности.
44. Безусловный экстремум ФДП. Определение. Необходимое и достаточное условие экстремума.
45. Условный экстремум ФДП. Определение. Необходимое и достаточное условие экстремума.
46. Наибольшее и наименьшее значение функции двух переменных.

Вопросы к экзамену

47. Первообразная и неопределенный интеграл. Определения и доказательство простейших свойств.
48. Основные методы интегрирования: непосредственное, метод замены переменной (подведение под знак дифференциала, подстановки). Метод интегрирования по частям. Вывод формулы.
49. Рациональные дроби. Разложение рациональной функции на элементарные дроби. Формулировка теорем.
50. Интегрирование рациональных дробей. Вычисление интегралов различных типов.
51. Интегрирование тригонометрических функций.
52. Интегрирование иррациональных функций.
53. Определенный интеграл. Определение. Простейшие свойства. Условия существования определенного интеграла.
54. Геометрический и физический смысл определенного интеграла.
55. Оценки определенных интегралов. Теорема о среднем (доказательство).
56. Определенный интеграл как функция верхнего предела. Теорема Барроу. Формула Ньютона-Лейбница (вывод).
57. Замена переменных в определенном интеграле. Формула интегрирования по частям.
58. Несобственные интегралы первого рода. Определение. Геометрический смысл. Вычисление интеграла $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{x^a}$
59. Несобственные интегралы второго рода. Определение. Геометрический смысл. Вычисление интеграла $\int_0^1 \frac{dx}{x^a}$
60. Неберущиеся интегралы.
61. Интегралы от ФДП.
62. Числовые ряды. Определение ряда и его суммы, частичной суммы. Сходимость и расходимость. Бесконечная геометрическая прогрессия. Свойства сходящихся числовых рядов.

63. Необходимый признак сходимости числового ряда. Теорема (доказательство). Гармонический ряд (доказательство расходимости).
64. Числовые ряды с положительными членами. Достаточные признаки сходимости: признак сравнения и предельная форма признака сравнения (доказательство), признак Даламбера, радикальный признак Коши, интегральный признак Коши. Пример о сходимости ряда Дирихле.
65. Числовые ряды с произвольными членами. Абсолютная и условная сходимость. Достаточный признак сходимости.
66. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница. Свойства абсолютно сходящихся рядов.
67. Функциональные ряды. Критерий Коши. Область сходимости. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса. Свойства равномерно сходящихся рядов.
68. Степенные ряды. Определение. Теорема Абеля (доказательство). Область и радиус сходимости степенных рядов. Свойства степенных рядов.
69. Разложение функций в степенные ряды. Ряды Тейлора и Маклорена. Теорема Тейлора.
70. Приближенное вычисление определенных интегралов, значений тригонометрических функций, радикалов с помощью степенных рядов.
71. Периодические функции. Гармонические колебания. Простые гармоники.
72. Тригонометрические ряды. Теорема Дирихле, основная теорема. Условия сходимости.
73. Ряды Фурье. Нахождение коэффициентов ряда Фурье.
74. Разложение в ряд Фурье функций с периодом 2π , четных и нечетных с периодом 2π .
75. Разложение в ряд Фурье функций с периодом $2l$, четных и нечетных функций с периодом $2l$, заданных на полупериоде, со сдвинутым периодом, функций с «двойной симметрией».

1. Критерии оценки выполнения индивидуального задания

От 3 до 5 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 2 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

2. Критерии оценки выполнения проверочной работы

От 4 до 6(8) баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 3 баллов выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

3. Критерии оценки выполнения контрольной работы

От 8 до 15 баллов выставляется студенту, если по итогам он решил правильно больше, чем половину заданий.

От 0 до 7 баллов(0 – 10) выставляется студенту, если он решил правильно половину или менее, чем половину заданий.

4. Критерии оценки знаний на зачете и экзамене

Ответ на зачете оценивается от 20 (минимум) до 40 баллов (максимум). Зачетный тест содержит 18-25 заданий. Студент, набравший менее 20 баллов, получает в итоге за зачет 0 баллов.

Ответ на экзамене оценивается от 20 (минимум) до 40 баллов (максимум). Это может быть: 1) экзаменационный тест из 18-22 заданий, 2) экзаменационный билет, содержащий два теоретических вопроса (максимум по 15 баллов) и одну задачу (максимум 10 баллов), преподаватель может задать дополнительные три вопроса. Студент, набравший менее 20 баллов, получает в итоге за экзамен 0 баллов.

Шкала оценивания компетенций:

Оценка в 100-балльной шкале	Оценка в 5-ти балльной шкале	Уровень сформированности компетенций
0-54 баллов	неудовлетворительно (не зачтено)	недостаточный
55-69 баллов	удовлетворительно (зачтено)	базовый
70-85 баллов	хорошо (зачтено)	повышенный
86-100 баллов	отлично (зачтено)	

Критерии оценивания компетенций:

Индикаторы достижения компетенций	Критерии оценивания компетенций		
	Недостаточный уровень	Базовый уровень	Повышенный уровень
ИОПК1.1 Обладает фундаментальными знаниями, полученными в области математических наук. ИОПК1.2 Демонстрирует умение использовать фундаментальные знания, полученные в области математических наук в профессиональной деятельности.	Не обладает необходимыми знаниями, полученными в области математического анализа: не знает основные определения, методы математического анализа; не владеет понятийным аппаратом. Испытывает серьезные затруднения при использовании фундаментальных знаний, полученных в области	Демонстрирует наличие фундаментальных знаний, полученных в области математического анализа. Владеет в основном: математической символикой, навыками решения задач; в соответствии с заданием применяет методы решения для выполнения типового задания, в котором очевиден способ решения. Использует фундаментальные	Демонстрирует глубокие фундаментальные знания, полученные в области математического анализа: знает и понимает основные определения, формулы; теоремы, методы мат. анализа в объеме, необходимом для решения профессиональных задач. Самостоятельно и грамотно использует фундаментальные знания, полученные в области
	Критерии оценивания компетенций		

Индикаторы достижения компетенций	Недостаточный уровень	Базовый уровень	Повышенный уровень
	математического анализа в профессиональной деятельности.	знания, полученные в области математического анализа в профессиональной деятельности	математического анализа в профессиональной деятельности, в том числе в новой или нестандартной ситуации.

Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины «Математический анализ»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Математический анализ» являются лекции. В ходе лекционных занятий необходимо вести конспектирование учебного материала, обращая внимание на формулировки, раскрывающие содержание тех или иных понятий, на последовательность выводов, использование при доказательстве тех или иных фактов. Можно оставить в рабочих конспектах поля, на которых делать различного рода пометки из рекомендованной литературы, дополняющие материал лекции, а также вопросы с целью уяснения теоретических выводов. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам. Практические занятия проводятся для выработки навыков решения практических задач и лучшего усвоения учебного материала. В начале практического занятия происходит обсуждение задач, решенных студентами самостоятельно дома. Это возможность для студентов еще раз обратить внимание на не понятные до сих пор моменты и окончательно разобрать их. Преподаватель может выборочно проверить записи с самостоятельно решенными задачами. Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математического анализа. В ходе подготовки к практическому занятию необходимо прочитать конспект лекции, изучить основную литературу, ознакомиться с дополнительной литературой. При подготовке к лекциям, занятиям, коллоквиуму, экзамену необходимо делать записи. Записи помогают понять построение изучаемого материала, выделить основные положения, проследить их логику. Вообще, большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач. Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом дифференциального и интегрального исчисления и теории рядов, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде контрольных работ и коллоквиумов. В конце каждого семестра изучения дисциплины студенты сдают зачет по практической части курса и экзамен. Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Математический анализ» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала, высокой степенью абстракции, большим объемом курса. На первом курсе все осложняется неумением первокурсника самостоятельно получать информацию из книг и конспектов. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет и экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине
Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу с подробно разобранными решениями задач:

Сборник задач по математическому анализу. Том 1. Предел. Непрерывность. Дифференцируемость: учеб. пос. - 2-е изд., перер. и доп. / Кудрявцев Л.Д. и др. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.-496с.

Сборник задач по математическому анализу. Том 2. Интегралы. Ряды: учеб. пос. - 2-е изд., перер. и доп. / Кудрявцев Л.Д. и др. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.-504с.

Сборник задач по математическому анализу. Том 3. Функции нескольких переменных: учеб. пос. - 2-е изд., перер. и доп. / Кудрявцев Л.Д. и др. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.-472с.

Математический анализ [Электронный ресурс] : учеб. пособие для вузов / М. В. Ануфриенко, В. А. Бондаренко, А. В. Зафиевский, Г. В. Шабаршина ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 137с

Бондаренко, В. А., Методические указания по подготовке к экзамену по математическому анализу / В. А. Бондаренко, Г. В. Шабаршина ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2001, 15с.

Ануфриенко М.В., Методические указания по подготовке к экзамену по математическому анализу / В. А. Бондаренко,; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2001, 16с.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. Электронная библиотека издательства «Лань» – это ресурс, содержащий электронные версии книг ведущих издательств учебной, научной литературы и периодических изданий по различным областям знаний. ЭБС издательства «Лань» предоставляет доступ к коллекциям: Математика – издательство «Лань»; Информатика – издательство «Лань».

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

3. Личный кабинет (http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню

«Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

4. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.