

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра компьютерной безопасности и математических методов обработки информации

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**

**Дискретные функции**

Направление подготовки (специальности)  
10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль)  
«Математические методы защиты информации»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

### **1. Цели освоения дисциплины**

Дисциплина "Дискретные функции" обеспечивает приобретение фундаментальных знаний, умений и навыков в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом высшего образования по специальности "10.05.01-Компьютерная безопасность" (уровень специалитета), содействует фундаментализации образования, развитию логического мышления и формированию математического и общенаучного мировоззрения. Целью изучения дисциплины является овладение базовыми понятиями и методами теории дискретных функций, формирование математической культуры студента, фундаментальная подготовка по основным разделам, овладение современным математическим аппаратом для дальнейшего использования при решении теоретических и прикладных задач.

### **2. Место дисциплины в структуре ОП специалитета**

Дисциплина "Дискретные функции" относится к блоку Б.1. "Часть, формируемая участниками образовательных отношений". Она играет исключительно важную роль для общематематической и общепрофессиональной подготовки специалиста. При ее изучении существенно используются знания, полученные при изучении математических дисциплин "Алгебра", "Теория чисел", "Дискретная математика" и "Математическая логика и теория алгоритмов". Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины "Дискретные функции", используются обучаемыми при изучении общепрофессиональных, профессиональных и профессионально-специализированных дисциплин.

### **3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы**

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

<b>Формируемая компетенция (код и формулировка)</b>	<b>Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)</b>	<b>Перечень планируемых результатов обучения</b>
<b>Универсальные компетенции</b>		

<p>УК-1                      Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий</p>	<p>И-УК-1_6 знает методы и современные средства и технологии поиска информации; знает методы и способы фильтрации, критического анализа</p> <p>И-УК-1_7 умеет анализировать задачу; умеет применять методы и современные средства поиска информации;</p> <p>И-УК-1_8 владеет навыками поиска информации с использованием современных средств и технологий-</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия, теоремы и методы теории дискретных функций - булевы функции и функции k-значной логики, полные системы булевых функций, критерии полноты Э.Поста и А.Кузнецова, NP-полные задачи из теории булевых функций,</p> <p><b>Уметь:</b> устанавливать полноту системы булевых функций, используя критерий полноты Э.Поста, устанавливать NP-полноту задач из теории булевых функций,</p> <p><b>Владеть навыками:</b> установления полноты систем булевых функций, используя критерий полноты Э.Поста, установления NP-полноты задач из теории булевых функций,</p>
<p><b>Профессиональные компетенции</b></p>		
<p>ПК-1.                      Способен применять математические методы для разработки требований к алгоритмам, реализующим современные методы обеспечения информационной безопасности, математически доказывать их корректность, проводить оценку сложности задания и выполнения таких алгоритмов.</p>	<p>И-ПК-1.3. знание основных понятий, теорем и методов теории автоматных функций</p> <p>И-ПК-1.4. умение доказывать теоремы из теории автоматных функций</p> <p>И-ПК-1.5 владение навыками построения, исследования и применения автоматных функций</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия, теоремы и методы теории дискретных функций - детерминированные и недетерминированные автоматы без выхода, автоматные языки, детерминированные автоматы с выходом, автоматные функции,</p> <p><b>Уметь:</b> устанавливать неавтоматность некоторых языков, исследовать системы автоматных функций,</p> <p><b>Владеть навыками:</b> установления неавтоматности некоторых языков,</p>

<p>ПК-2.2. Способен разрабатывать математические модели систем обеспечения информационной безопасности, математически доказывать их соответствие выбранным политикам безопасности</p>	<p>И-ПК-2.3. знание основных понятий, теорем и методов теории примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по Тьюрингу функций</p> <p>И-ПК-2.4. умение доказывать теоремы из теории примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по Тьюрингу функций</p> <p>И-ПК-2.5 владение навыками построения, исследования и применения примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по Тьюрингу функций</p>	<p><b>Знать:</b> основные понятия, теоремы и методы теории примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по Тьюрингу функций,</p> <p><b>Уметь:</b> устанавливать примитивную рекурсивность, рекурсивность и частичную рекурсивность арифметических функций, доказывать вычислимость и правильную вычислимость функций</p> <p><b>Владеть навыками:</b> установления примитивной рекурсивности, рекурсивности и частичной рекурсивности арифметических функций, доказывать вычислимость и правильную вычислимость функций</p>
---	--	---

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зачетные единицы, 72 акад. часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	

1	<b>Введение.</b> Предмет курса. Принципы построения и изучения курса. Краткое содержание. Роль и место курса в формировании специалистов. Рекомендации по изучению курса, самостоятельной работе и литературе. О формах контроля и отчетности при изучении курса.	9	1				0,7	
2	<b>Булевы функции и функции k-значной логики.</b> Булевы функции и функции многозначной (k-значной) логики. Их представление термами и формулами над заданной системой функций. Представление булевых функций формулами алгебры высказываний и многочленами Жегалкина. Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых функций и функций многозначной логики - теоремы Э. Поста и А.В.Кузнецова. Представление функций многозначной логики рядами Фурье. Методы вычисления коэффициентов Фурье. Псевдобулевы функции и их задание. Минимизация булевых функций.	2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
3	<b>NP-полнота.</b> NP-полнота задач для булевых функций: "Выполнимость", "Проблема полноты конечной системы булевых функций", "Проблема шиферовости булевой функции",	2	1				2	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

	"Проблема вхождения в класс S", "Проблема вхождения в класс M", "Проблема вхождения в класс L".								
5	<b>Схемы из функциональных элементов.</b> Двоичный одноразрядный полусумматор и сумматор. n-разрядный сумматор. Шифраторы и дешифраторы, мультиплексоры и демультиплексоры.		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
6	<b>Детерминированные автоматы без выхода.</b> Алфавиты и языки. Детерминированные автоматы без выхода: входной (внешний) и внутренний алфавиты, функция переходов, заключительные (допускающие, принимающие) состояния. Способы задания автоматов: табличный и диаграммой переходов. Язык, принимаемый (допускаемый, распознаваемый) детерминированным автоматом. Регулярные выражения и регулярные языки. Операции с автоматами. Теорема С.Клини.		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
7	<b>Детерминированные автоматы с выходом.</b> Детерминированные автоматы с выходом: входной, выходной и внутренний алфавиты, функция переходов и функция выходов. Способы задания автоматов: табличный и диаграммой переходов. Автоматные (ограниченно-		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

	детерминированные) функции. Автоматные базисы и проблема полноты. Ее алгоритмическая неразрешимость.								
8	<b>Машины Тьюринга.</b> Интуитивное понятие "алгоритма" и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия "алгоритм". Арифметизация теории алгоритмов. Представляющая функция алгоритма. Вычислимые в интуитивном смысле функции. Два подхода к уточнению понятия "алгоритм". Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы и команды. Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга- Поста-Черча. Правильная вычислимость исходных функций и сложения		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
9	<b>Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции.</b> Тезис Черча. Примитивная рекурсивность теоретико-числовых функций. Операции суммирования и мультиплицирования.		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
10	<b>Примитивно рекурсивные и рекурсивные</b>		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы

	<b>предикаты, отношения и множества, операции над ними.</b> Соотношения между классами примитивно рекурсивных, общерекурсивных и частично рекурсивных функций.							Устный опрос
11	<b>Задание функций и предикатов.</b> Задание функций кусочными схемами. Ограниченный оператор минимизации. Примитивная рекурсивность функций, связанных с каноническим представлением натуральных чисел и с делением с остатком.		2	1			1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
12	<b>Нумерация.</b> Канторовские нумерационные функции, их примитивная рекурсивность. Примитивная рекурсивность функции Геделя.		2	1			1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
13	<b>Вычислимость функций.</b> Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.		2	1			1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
14	<b>Арифметизация теории машин Тьюринга.</b> Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.		2	1			1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
15	<b>Нормальная форма Клини.</b> Универсальные частично рекурсивные функции.		1	1			2	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
16	<b>Нумерация Клини частично рекурсивных функций.</b>		2	1			1	Задания для самостоятельной (домашней) работы



	Универсальные функции Клини. Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивных функций.								Устный опрос
17	<b>Теорема Райса для частично рекурсивных функций.</b> Ее значение для компьютерной практики.		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
18	<b>Конечные поля и многочлены над ними.</b> Основные свойства конечных полей. Теоремы существования и единственности. Описание подполей конечного поля. Теорема о примитивном элементе. Существование и число неприводимых многочленов заданной степени над конечным полем. Способ построения конечного поля. Описание минимального поля разложения и корней многочлена над конечным полем.		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
19	<b>Дискретные функции над конечными полями.</b> Представление дискретных функций многочленами над полем. Спектральные представления дискретных функций.		2	1				1	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
							0,3		зачет
	<b>Всего</b>		<b>32</b>	<b>16</b>		<b>6</b>	<b>0,3</b>	<b>17,7</b>	

#### Содержание разделов программы дисциплины "Дискретные функции":

**Введение.** Предмет курса. Принципы построения и изучения курса. Краткое содержание. Роль и место курса в формировании специалистов. Рекомендации по изучению курса, самостоятельной работе и литературе. О формах контроля и отчетности при изучении курса.

**Булевы функции и функции  $k$ -значной логики.** Булевы функции и функции  $k$ -значной ( $k$ -значной) логики. Их представление термами и формулами над заданной

системой функций. Представление булевых функций формулами алгебры высказываний и многочленами Жегалкина. Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых функций и функций многозначной логики - теоремы Э. Поста и А.В.Кузнецова. Представление функций многозначной логики рядами Фурье. Методы вычисления коэффициентов Фурье. Псевдобулевы функции и их задание. Минимизация булевых функций.

**NP-полнота.** NP-полнота задач для булевых функций: "Выполнимость", "Проблема полноты конечной системы булевых функций", "Проблема шиферовости булевой функции", "Проблема вхождения в класс S", "Проблема вхождения в класс M", "Проблема вхождения в класс L".

**Схемы из функциональных элементов.** Двоичный одноразрядный полусумматор и сумматор. n-разрядный сумматор. Шифраторы и дешифраторы, мультиплексоры и демультиплексоры.

**Детерминированные автоматы без выхода.** Алфавиты и языки. Детерминированные автоматы без выхода: входной (внешний) и внутренний алфавиты, функция переходов, заключительные (допускающие, принимающие) состояния. Способы задания автоматов: табличный и диаграммой переходов. Конфигурации. Описание работы автомата в терминах преобразования конфигураций. Язык, принимаемый (допускаемый, распознаваемый) детерминированным автоматом. Регулярные выражения и регулярные языки. Операции с автоматами. Теорема С.Клини.

**Детерминированные автоматы с выходом.** Детерминированные автоматы с выходом: входной, выходной и внутренний алфавиты, функция переходов и функция выходов. Способы задания автоматов: табличный и диаграммой переходов. Автоматные (ограниченно-детерминированные) функции. Автоматные базисы и проблема полноты. Ее алгоритмическая неразрешимость. Эквивалентность состояний автомата с выходом. Теорема Хаффмана - Мили.

**Машины Тьюринга.** Интуитивное понятие "алгоритма" и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия "алгоритм". Арифметизация теории алгоритмов. Представляющая функция алгоритма. Вычислимые в интуитивном смысле функции. Два подхода к уточнению понятия "алгоритм". Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы и команды. Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга- Поста-Черча. Правильная вычислимость исходных функций и сложения.

**Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции.** Тезис Черча. Примитивная рекурсивность теоретико-числовых функций. Операции суммирования и мультиплицирования.

**Примитивно рекурсивные и рекурсивные предикаты, отношения и множества, операции над ними.**

Соотношения между классами примитивно рекурсивных, общерекурсивных и частично рекурсивных функций.

**Задание функций и предикатов.** Задание функций кусочными схемами. Ограниченный оператор минимизации. Прimitивная рекурсивность функций, связанных с каноническим представлением натуральных чисел и с делением с остатком.

**Нумерация.** Канторовские нумерационные функции, их примитивная рекурсивность. Примитивная рекурсивность функции Геделя.

**Вычислимость функций.** Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.

**Арифметизация теории машин Тьюринга.** Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.

**Нормальная форма Клини.** Универсальные частично рекурсивные функции.

**Нумерация Клини частично рекурсивных функций.** Универсальные функции Клини. Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивных функций.

**Теорема Райса для частично рекурсивных функций.** Ее значение для компьютерной практики.

**Конечные поля и многочлены над ними.** Основные свойства конечных полей. Теоремы существования и единственности. Описание подполей конечного поля. Теорема о примитивном элементе. Существование и число неприводимых многочленов заданной степени над конечным полем. Способ построения конечного поля. Описание минимального поля разложения и корней многочлена над конечным полем.

**Дискретные функции над конечными полями.** Представление дискретных функций многочленами над полем. Спектральные представления дискретных функций.

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Лекция-беседа** или «диалог с аудиторией», является наиболее распространенной и сравнительно простой формой активного вовлечения студентов в учебный процесс. Эта лекция предполагает непосредственный контакт преподавателя с аудиторией. Преимущество лекции-беседы состоит в том, что она позволяет привлекать внимание

студентов к наиболее важным вопросам темы, определять содержание и темп изложения учебного материала с учетом особенностей студентов.

**Обобщающая лекция** – проводится в завершение изучения раздела или темы для закрепления знаний. На лекции вновь выделяются основные вопросы, используются обобщающие таблицы, схемы, алгоритмы, позволяющие включить усвоенные знания в новые связи и зависимости, переводя их на более высокие уровни усвоения.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

#### **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации
- программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
- для подготовки материалов для лабораторных работ и материалов лекций - Microsoft Visual Studio 2013;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

#### **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

##### **а) основная литература**

1. Глухов, М. М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, А. Б. Шишков. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-1344-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168441> (дата обращения: 28.01.2022).
2. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 112 с. — ISBN 978-5-8114-0853-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167678>
3. Дурнев В.Г., Башкин М.А., Якимова О.П. Элементы дискретной математики. — Ярославль: ЯрГУ, 2007. — Часть 1. — 168 с.
4. Дурнев В.Г., Башкин М.А., Якимова О.П. Элементы дискретной математики. — Ярославль: ЯрГУ, 2007. — Часть 2. — 180 с.
5. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. — М.: Наука, 1986. — 384 с.
6. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике. — М.: Физматлит, 2004. — 424 с.
7. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. — М.: Наука, 1975. — 240 с.

##### **б) дополнительная литература**

1. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра. Ч. 1, П. М.: "Гелиос АРВ". 2003.
2. Погорелов Б.А., Солодовников В.И., Черемушкин А.В. Теория автоматов и ее приложения, М. 1990.

3. Яблонский С. В. Элементы математической кибернетики. – М.: Высшая школа, 2007. – 188 с.
4. Редькин Н. П. Дискретная математика. – М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова, 2007. – 174 с.
5. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. Т.1,2. М.: Мир. 1988.
6. Брауэр В. Введение в теорию конечных автоматов. М.: Мир. 1987.
7. Минский М. Вычисления и автоматы. М.: Мир. 1971.
8. Трахтенброт Б.А., Барздинь Я.М. Конечные автоматы. М.: Наука. 1970.

## **в) ресурсы сети «Интернет»**

### **1.Электронные каталоги НБ ЯрГУ**

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержат библиографические записи всех видов документов, составляющих фонд библиотеки, на русском и иностранных языках.

**2. Личный кабинет** ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «*Электронный каталог*»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «*Авторизация*», и заполнить представленные поля информации.

### **3.Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ**

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/пароллю.

### **4.Электронный архив ЯрГУ**

(<http://elar.uniyar.ac.ru/jspui/community-list>) представляет собой коллекцию полнотекстовых электронных публикаций в области научных исследований. База данных предназначена для использования в учебных и научных целях, облегчая доступ к информации о научных работах и их содержанию.

## **Русскоязычные электронные ресурсы (внешние)**

**1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.)

**2. Научная электронная библиотека (НЭБ)** (<http://elibrary.ru>) – это крупнейший российский информационный портал, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн. научных статей и публикаций. **ЯрГУ выписывает в электронном виде 66 журналов**, более 2 500 наименований журналов на английском и русском языках находятся в свободном доступе. Для работы с полными текстами необходимо зарегистрироваться. Доступ к полным текстам журналов в сети университета.

**3. Электронная библиотека диссертаций** Российской государственной библиотеки (<http://diss.rsl.ru>) содержит более 580 000 полных текстов диссертаций и авторефератов. Доступ осуществляется в сети университета. Необходимо обратиться к сотрудникам библиотеки для регистрации.

**4. БД «ВИНИТИ РАН»** (<http://www2.viniti.ru/>–) Федеральная база отечественных и зарубежных публикаций по естественным, точным и техническим наукам, генерируется с 1981 г., обновляется ежемесячно, пополнение составляет около 1 млн. документов в год. БД включает 28 тематических фрагментов, состоящих из 217 разделов. Для работы необходим логин и пароль, которые можно получить в библиотеке ЯрГУ, заполнив регистрационную форму.

### **Англоязычные электронные ресурсы**

**1. MyiLibrary** (<http://lib.myilibrary.com/>) – электронная книжная коллекция Ingram Digital Group, включает электронные книги (более 200000) наиболее известных научных издательств. В состав ресурсов MyiLibrary входит коллекция книг **Оксфордского Российского Фонда** на английском языке.

**2. Springer** (<http://link.springer.com/>) - издает научные, технические и медицинские полнотекстовые коллекции, включая журналы, монографии, энциклопедии и справочники. Полнотекстовые журналы и книги Springer предлагаются в составе предметных коллекций (доступ предоставлен при поддержке РФФИ).

**3. База данных MathSciNet** издательства **American Mathematical Society** (<http://www.ams.org/mathscinet/index.html>) - база данных обзоров, рефератов, библиографической информации и цитирования (доступ предоставлен при поддержке РФФИ).

**4. Архивы полнотекстовых электронных журналов Oxford University Press** ([www.oxfordjournals.org](http://www.oxfordjournals.org)) - электронные журналы и книги в широком спектре тематик (науки о жизни, математика, информатика, законодательство, экономика, политика, медицина, общественная жизнь). Полнотекстовые журналы Oxford University Press предлагаются в составе предметных коллекций.

### **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Аудитории, оборудованные для проведения лекций, практических занятий и консультаций, фонд библиотеки, компьютерная техника.

Автор(ы):

Профессор, доктор физ.-матем. наук Дурнев В.Г.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Дискретные функции»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

Домашние задания по теме № 2 **"Булевы функции и функции k-значной логики."**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 36 из параграфа 2 части II сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Задания для самостоятельного решения № 8.1 - 8.45 из параграфа 8 главы 2 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

Домашние задания по теме № 3 **"NP-полнота. "**

Задания для самостоятельного решения № 16.19 - 16.26 из параграфа 16 главы 2 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

Домашние задания по теме № 4 **"Схемы из функциональных элементов."**

Задания для самостоятельного решения № 13.1 - 13.17 из параграфа 13 главы 2 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

Домашние задания по теме № 5 **"Детерминированные автоматы без выхода."**

Задания для самостоятельного решения № 1.1 - 1.27 из параграфа 1 главы VI, № 2.1 - 2.24 из параграфа 2 главы VI сборника задач Гаврилов Г.П. Сборник задач по дискретной математике: учеб. пособие для вузов / Г.П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. М.: Наука, 1977. 368 с.

Домашние задания по теме № 6 **"Недетерминированные автоматы без выхода. "**

Задания для самостоятельного решения № 1.1 - 1.27 из параграфа 1 главы VI, № 2.1 - 2.24 из параграфа 2 главы VI сборника задач Гаврилов Г.П. Сборник задач по дискретной математике: учеб. пособие для вузов / Г.П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. М.: Наука, 1977. 368 с.

Домашние задания по теме № 7 **"Детерминированные автоматы с выходом."**

Задания для самостоятельного решения № 3.1 - 3.22 из параграфа 3 главы VI сборника задач Гаврилов Г.П. Сборник задач по дискретной математике: учеб. пособие для вузов / Г.П. Гаврилов, А. А. Сапоженко. М.: Наука, 1977. 368 с.

Домашние задания по теме № 8 **"Машины Тьюринга."**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 12 из параграфа 2 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 9 **"Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции."**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 15 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 10 **"Примитивно рекурсивные и рекурсивные предикаты, отношения и множества, операции над ними."**

Задания для самостоятельного решения № 16 - 30 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 11 **"Задание функций и предикатов."**

Задания для самостоятельного решения № 31 - 44 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 12 **"Нумерация."**

Задания для самостоятельного решения № 31 - 44 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 7 **"Множества, отношения и предикаты."**

Задания для самостоятельного решения № 16 - 30 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 13 **"Машины Тьюринга."**

Задания для самостоятельного решения № 13 - 25 из параграфа 2 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 14 **"Алгоритмическая неразрешимость"**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 48 из параграфа 3 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 15 **"Нумерация Клини частично рекурсивных функций"** и по теме № 16 **"Нумерация Поста рекурсивно перечислимых множеств."**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 43 из параграфа 4 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 18 **"Конечные поля и многочлены над ними."**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 17 из параграфа 5 глава XXII учебника Глухов М.М. Алгебра. Учебник. В 2-х т. Т. II. / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. М.: Гелиос АРВ. 2003. 416 с.



Домашние задания по теме № 19 **"Дискретные функции над конечными полями."**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 76 из параграфа 13 глава XXV учебника Глухов М.М. Алгебра. Учебник. В 2-х т. Т. II. / М.М. Глухов, В.П. Елизаров, А.А. Нечаев. М.: Гелиос АРВ. 2003. 416 с.

Задания для самостоятельного решения № 10.1 - 10.21 из параграфа 10 главы 2 сборника задач Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

### **Рекомендуемый перечень тем контрольных работ**

Булевы функции и функции  $k$ -значной логики. **NP-полнота.**

Детерминированные и недетерминированные автоматы без выхода.

Детерминированные автоматы с выходом.

Конечные поля и многочлены над ними.

Линейные рекуррентные последовательности.

### **Примеры (образцы) заданий для контрольных работ**

#### **Контрольная работа № 1**

1. Методом неопределенных коэффициентов найти полином Жегалкина функции  $f(\tilde{x}^3) = (10001110)$ .
2. Найти все полные подсистемы системы  $\{f_1, f_2, f_3, f_4, f_5\}$  булевых функций, где

$$f_1 = xyz \vee \bar{x}y\bar{z} \vee \bar{y}x\bar{z} \vee \bar{x}z\bar{y}, \quad f_2 = x(y \vee zv) \vee \bar{x}y(z \vee v),$$

$$f_3 = (x \rightarrow y)(y \rightarrow z)(z \rightarrow x) + 1, \quad f_4 = \bar{x}(\bar{y} \vee \bar{z}) \vee \bar{y}x\bar{z}, \quad f_5 = 1.$$

3. Найти число функций  $f(x, y, z)$  из множества  $(T_0 \cup S) \setminus L$ , существенно зависящих от всех переменных.
4. При каких натуральных  $k$  и  $m$  система

$$\{\min(x, y), x + m(\bmod k)\}$$

полна в  $P_k$ ?

#### **Темы рефератов**

1. Задачи, приводящие к построению и исследованию булевых функций.
2. Полные системы булевых функций. Теорема Э.Поста о функциональной полноте.
3. NP-полнота и co-NP-полнота некоторых проблем для булевых функций.
4. Псевдобулевы функции, коэффициенты Фурье. Разложения по ортогональным системам.
5. Схемы из функциональных элементов. Двоичный сумматор.

6. Функции  $k$ -значной логики. Теорема А.В. Кузнецова о функциональной полноте.
7. Детерминированные и недетерминированные автоматы без выхода и принимаемые (распознаваемые) ими языки.
8. Эквивалентность недетерминированных и детерминированных автоматов.
9. Регулярные выражения и регулярные языки. Теорема С. Клини.
10. Автоматы с выходом и автоматные функции.  $n$ -местные автоматные функции. Суперпозиция автоматных функций.
11. Проблема полноты для автоматных функций.
12. Теоретико-автоматные модели шифраторов.

## 1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

### Вопросы к зачету по дисциплине "Дискретные функции":

**Булевы функции и функции  $k$ -значной логики.** Булевы функции и функции многозначной ( $k$ -значной) логики. Их представление термами и формулами над заданной системой функций. Представление булевых функций формулами алгебры высказываний и многочленами Жегалкина. Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых функций и функций многозначной логики - теоремы Э. Поста и А.В.Кузнецова. Представление функций многозначной логики рядами Фурье. Методы вычисления коэффициентов Фурье. Псевдобулевы функции и их задание. Минимизация булевых функций.

**NP-полнота.** NP-полнота задач для булевых функций: "Выполнимость", "Проблема полноты конечной системы булевых функций", "Проблема шифруемости булевой функции", "Проблема вхождения в класс  $S$ ", "Проблема вхождения в класс  $M$ ", "Проблема вхождения в класс  $L$ ".

**Схемы из функциональных элементов.** Двоичный одноразрядный полусумматор и сумматор.  $n$ -разрядный сумматор. Шифраторы и дешифраторы, мультиплексоры и демультиплексоры.

**Детерминированные автоматы без выхода.** Алфавиты и языки. Детерминированные автоматы без выхода: входной (внешний) и внутренний алфавиты, функция переходов, заключительные (допускающие, принимающие) состояния. Способы задания автоматов: табличный и диаграммой переходов. Конфигурации. Описание работы автомата в терминах преобразования конфигураций. Язык, принимаемый (допускаемый, распознаваемый) детерминированным автоматом. Регулярные выражения и регулярные языки. Операции с автоматами. Теорема С.Клини.

**Детерминированные автоматы с выходом.** Детерминированные автоматы с выходом: входной, выходной и внутренний алфавиты, функция переходов и функция выходов. Способы задания автоматов: табличный и диаграммой переходов. Автоматные (ограниченно-детерминированные) функции. Автоматные базисы и проблема полноты. Ее алгоритмическая неразрешимость. Эквивалентность состояний автомата с выходом. Теорема Хаффмана - Мили.

**Машины Тьюринга.** Интуитивное понятие "алгоритма" и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия "алгоритм". Арифметизация теории алгоритмов. Представляющая функция алгоритма. Вычислимые в интуитивном смысле функции. Два подхода к уточнению понятия "алгоритм". Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы и команды. Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга- Поста-Черча. Правильная вычислимость исходных функций и сложения.

**Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции.** Тезис Черча. Примитивная рекурсивность теоретико-числовых функций. Операции суммирования и мультиплицирования.

**Примитивно рекурсивные и рекурсивные предикаты, отношения и множества, операции над ними.**

Соотношения между классами примитивно рекурсивных, общерекурсивных и частично рекурсивных функций.

**Задание функций и предикатов.** Задание функций кусочными схемами. Ограниченный оператор минимизации. Примитивная рекурсивность функций, связанных с каноническим представлением натуральных чисел и с делением с остатком.

**Нумерация.** Канторовские нумерационные функции, их примитивная рекурсивность. Примитивная рекурсивность функции Геделя.

**Вычислимость функций.** Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.

**Арифметизация теории машин Тьюринга.** Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.

**Нормальная форма Клини.** Универсальные частично рекурсивные функции.

**Нумерация Клини частично рекурсивных функций.** Универсальные функции Клини. Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивных функций.

**Теорема Райса для частично рекурсивных функций.** Ее значение для компьютерной практики.

**Конечные поля и многочлены над ними.** Основные свойства конечных полей. Теоремы существования и единственности. Описание подполей конечного поля. Теорема о примитивном элементе. Существование и число неприводимых многочленов заданной степени над конечным полем. Способ построения конечного поля. Описание минимального поля разложения и корней многочлена над конечным полем.

**Дискретные функции над конечными полями.** Представление дискретных функций многочленами над полем. Спектральные представления дискретных функций.

**Булевы функции и функции  $k$ -значной логики.** Булевы функции и функции многозначной ( $k$ -значной) логики. Их представление термами и формулами над заданной системой функций. Представление булевых функций формулами алгебры высказываний и многочленами Жегалкина. Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых

функций и функций многозначной логики - теоремы Э. Поста и А.В.Кузнецова. Представление функций многозначной логики рядами Фурье. Методы вычисления коэффициентов Фурье. Псевдобулевы функции и их задание. Минимизация булевых функций.

**NP-полнота.** NP-полнота задач для булевых функций: "Выполнимость", "Проблема полноты конечной системы булевых функций", "Проблема шеферовости булевой функции", "Проблема вхождения в класс S", "Проблема вхождения в класс M", "Проблема вхождения в класс L".

**Схемы из функциональных элементов.** Двоичный одноразрядный полусумматор и сумматор. n-разрядный сумматор. Шифраторы и дешифраторы, мультиплексоры и демультиплексоры.

**Детерминированные автоматы без выхода.** Алфавиты и языки. Детерминированные автоматы без выхода: входной (внешний) и внутренний алфавиты, функция переходов, заключительные (допускающие, принимающие) состояния. Способы задания автоматов: табличный и диаграммой переходов. Конфигурации. Описание работы автомата в терминах преобразования конфигураций. Язык, принимаемый (допускаемый, распознаваемый) детерминированным автоматом. Регулярные выражения и регулярные языки. Операции с автоматами. Теорема С.Клини.

**Детерминированные автоматы с выходом.** Детерминированные автоматы с выходом: входной, выходной и внутренний алфавиты, функция переходов и функция выходов. Способы задания автоматов: табличный и диаграммой переходов. Автоматные (ограниченно-детерминированные) функции. Автоматные базисы и проблема полноты. Ее алгоритмическая неразрешимость. Эквивалентность состояний автомата с выходом. Теорема Хаффмана - Мили.

**Машины Тьюринга.** Интуитивное понятие "алгоритма" и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия "алгоритм". Арифметизация теории алгоритмов. Представляющая функция алгоритма. Вычислимы в интуитивном смысле функции. Два подхода к уточнению понятия "алгоритм". Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы и команды. Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга- Поста-Черча. Правильная вычислимость исходных функций и сложения.

**Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции.** Тезис Черча. Примитивная рекурсивность теоретико-числовых функций. Операции суммирования и мультиплицирования.

**Примитивно рекурсивные и рекурсивные предикаты, отношения и множества, операции над ними.**

Соотношения между классами примитивно рекурсивных, общерекурсивных и частично рекурсивных функций.

**Задание функций и предикатов.** Задание функций кусочными схемами. Ограниченный оператор минимизации. Примитивная рекурсивность функций, связанных с каноническим представлением натуральных чисел и с делением с остатком.

**Нумерация.** Канторовские нумерационные функции, их примитивная рекурсивность. Примитивная рекурсивность функции Геделя.

**Вычислимость функций.** Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.

**Арифметизация теории машин Тьюринга.** Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.

**Нормальная форма Клини.** Универсальные частично рекурсивные функции.

**Нумерация Клини частично рекурсивных функций.** Универсальные функции Клини. Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивных функций.

**Теорема Райса для частично рекурсивных функций.** Ее значение для компьютерной практики.

**Конечные поля и многочлены над ними.** Основные свойства конечных полей. Теоремы существования и единственности. Описание подполей конечного поля. Теорема о примитивном элементе. Существование и число неприводимых многочленов заданной степени над конечным полем. Способ построения конечного поля. Описание минимального поля разложения и корней многочлена над конечным полем.

**Дискретные функции над конечными полями.** Представление дискретных функций многочленами над полем. Спектральные представления дискретных функций.

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине "Дискретные функции"**

**Булевы функции и функции  $k$ -значной логики.** Булевы функции и функции многозначной ( $k$ -значной) логики. Их представление термами и формулами над заданной системой функций. Представление булевых функций формулами алгебры высказываний и многочленами Жегалкина. Замкнутые классы функций. Критерии полноты для булевых функций и функций многозначной логики - теоремы Э. Поста и А.В.Кузнецова. Представление функций многозначной логики рядами Фурье. Методы вычисления коэффициентов Фурье. Псевдобулевы функции и их задание. Минимизация булевых функций.

**NP-полнота.** NP-полнота задач для булевых функций: "Выполнимость", "Проблема полноты конечной системы булевых функций", "Проблема шеферовости булевой функции", "Проблема вхождения в класс  $S$ ", "Проблема вхождения в класс  $M$ ", "Проблема вхождения в класс  $L$ ".

**Схемы из функциональных элементов.** Двоичный одноразрядный полусумматор и сумматор.  $n$ -разрядный сумматор. Шифраторы и дешифраторы, мультиплексоры и демультиплексоры.

**Детерминированные автоматы без выхода.** Алфавиты и языки. Детерминированные автоматы без выхода: входной (внешний) и внутренний алфавиты, функция переходов, заключительные (допускающие, принимающие) состояния. Способы задания автоматов:

табличный и диаграммой переходов. Конфигурации. Описание работы автомата в терминах преобразования конфигураций. Язык, принимаемый (допускаемый, распознаваемый) детерминированным автоматом. Регулярные выражения и регулярные языки. Операции с автоматами. Теорема С.Клини.

**Детерминированные автоматы с выходом.** Детерминированные автоматы с выходом: входной, выходной и внутренний алфавиты, функция переходов и функция выходов. Способы задания автоматов: табличный и диаграммой переходов. Автоматные (ограниченно-детерминированные) функции. Автоматные базисы и проблема полноты. Ее алгоритмическая неразрешимость. Эквивалентность состояний автомата с выходом. Теорема Хаффмана - Мили.

**Машины Тьюринга.** Интуитивное понятие "алгоритма" и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия "алгоритм". Арифметизация теории алгоритмов. Представляющая функция алгоритма. Вычислимы в интуитивном смысле функции. Два подхода к уточнению понятия "алгоритм". Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы и команды. Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга- Поста-Черча. Правильная вычислимость исходных функций и сложения.

**Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции.** Тезис Черча. Примитивная рекурсивность теоретико-числовых функций. Операции суммирования и мультиплицирования.

**Примитивно рекурсивные и рекурсивные предикаты, отношения и множества, операции над ними.**

Соотношения между классами примитивно рекурсивных, общерекурсивных и частично рекурсивных функций.

**Задание функций и предикатов.** Задание функций кусочными схемами. Ограниченный оператор минимизации. Примитивная рекурсивность функций, связанных с каноническим представлением натуральных чисел и с делением с остатком.

**Нумерация.** Канторовские нумерационные функции, их примитивная рекурсивность. Примитивная рекурсивность функции Геделя.

**Вычислимость функций.** Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.

**Арифметизация теории машин Тьюринга.** Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.

**Нормальная форма Клини.** Универсальные частично рекурсивные функции.

**Нумерация Клини частично рекурсивных функций.** Универсальные функции Клини. Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивных функций.

**Теорема Райса для частично рекурсивных функций.** Ее значение для компьютерной практики.

**Конечные поля и многочлены над ними.** Основные свойства конечных полей. Теоремы существования и единственности. Описание подполей конечного поля. Теорема о примитивном элементе. Существование и число неприводимых многочленов заданной степени над конечным полем. Способ построения конечного поля. Описание минимального поля разложения и корней многочлена над конечным полем.

**Дискретные функции над конечными полями.** Представление дискретных функций многочленами над полем. Спектральные представления дискретных функций.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2 Перечень компетенций, этапы их формирования,  
описание показателей и критериев оценивания компетенций  
на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Универсальные компетенции						
УК-1 Способен осуществлять критический анализ проблемных ситуаций на основе системного подхода, вырабатывать стратегию действий	Зачет	2-4	И-УК-1_6 знает методы и современные средства и технологии поиска информации; знает методы и способы фильтрации, критического анализа  И-УК-1_7 умеет анализировать задачу; умеет применять методы и современные средства поиска информации;  И-УК-1_8 владеет навыками поиска информации с использованием современных средств и технологий;	<b>Знает:</b> основные понятия, теоремы и методы теории дискретных функций - булевы функции и функции k-значной логики, полные системы булевых функций, критерии полноты Э.Поста и А.Кузнецова, NP-полные задачи из теории булевых функций,  <b>Умеет:</b> устанавливать полноту системы булевых функций, используя критерий полноты Э.Поста, устанавливать NP-полноту задач из теории булевых функций,	<b>Знает:</b> основные понятия, теоремы и методы теории дискретных функций - булевы функции и функции k-значной логики, полные системы булевых функций, критерии полноты Э.Поста и А.Кузнецова, NP-полные задачи из теории булевых функций,  <b>Умеет:</b> устанавливать полноту системы булевых функций, используя критерий полноты Э.Поста, устанавливать NP-полноту задач из теории булевых функций,  <b>Владеет навыками:</b> установления полноты систем булевых функций, используя критерий полноты Э.Поста, установления NP-полноты задач из теории булевых функций,	



Профессиональные компетенции						
ПК-1. Способен применять математические методы для разработки требований к алгоритмам, реализующим современные методы обеспечения информационной безопасности, математически доказывать их	Зачет	5 –7	<p>И-ПК-1.3. знание основных понятий, теорем и методов теории автоматных функций</p> <p>И-ПК-1.4. умение доказывать теоремы из теории автоматных функций</p> <p>И-ПК-1.5 владение навыками построения, исследования и применения автоматных функций</p>	<p><b>Знает:</b> основные понятия, теоремы и методы теории дискретных функций - детерминированные и недетерминированные автоматы без выхода, автоматные языки, детерминированные автоматы с выходом, автоматные функции,</p>	<p><b>Знает:</b> основные понятия, теоремы и методы теории дискретных функций - детерминированные и недетерминированные автоматы без выхода, автоматные языки, детерминированные автоматы с выходом, автоматные функции,</p> <p><b>Умеет:</b> устанавливать неавтоматность некоторых языков, исследовать системы автоматных функций,</p>	<p><b>Знает:</b> основные понятия, теоремы и методы теории дискретных функций - детерминированные и недетерминированные автоматы без выхода, автоматные языки, детерминированные автоматы с выходом, автоматные функции,</p> <p><b>Умеет:</b> устанавливать неавтоматность некоторых языков, исследовать системы автоматных функций,</p> <p><b>Владет навыками:</b> установления неавтоматности некоторых языков</p>

корректность, проводить оценку сложности задания и выполнения таких алгоритмов.						
ПК-2.2. Способен разрабатывать математические модели систем обеспечения информационной безопасности, математически доказывать их соответствие	Зачет	8-17	<p>И-ПК-2.3. знание основных понятий, теорем и методов теории примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по Тьюрингу функций</p> <p>И-ПК-2.4. умение доказывать теоремы из теории примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по</p>	<p><b>Знает:</b> основные понятия, теоремы и методы теории примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по Тьюрингу функции,</p>	<p><b>Знает:</b> основные понятия, теоремы и методы теории примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по Тьюрингу функции,</p> <p><b>Умеет:</b> устанавливать примитивную рекурсивность, рекурсивность и частичную рекурсивность арифметических функций, доказывать вычислимость и правильную вычислимость функций</p>	<p><b>Знает:</b> основные понятия, теоремы и методы теории примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по Тьюрингу функции,</p> <p><b>Умеет:</b> устанавливать примитивную рекурсивность, рекурсивность и частичную рекурсивность арифметических функций, доказывать вычислимость и правильную вычислимость функций</p> <p><b>Владеет навыками:</b> установления примитивной рекурсивности, рекурсивности и частичной рекурсивности арифметических функций, доказывать вычислимость и правильную вычислимость функций</p>

выбран ным полити кам безопас ности			<p>Тьюрингу функций</p> <p>И-ПК-2.5 владение навыками построения, исследования и применения примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функций, вычислимых и правильно вычислимых по Тьюрингу функций</p>			
--	--	--	---	--	--	--

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

**Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;

- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Дискретные функции»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине "Дискретная математика" являются лекции, что связано, прежде всего, с очень высоким уровнем абстрактности изучаемых в математической логике понятий, ее глубокими и прочными связями с основаниями математики и с ее философскими вопросами. По большому числу тем предусмотрены практические занятия, целью которых является закрепление лекционного материала путем решения специальным образом подобранных задач и упражнений.

Для успешного освоения дисциплины важно самостоятельное решение достаточно большого набора хорошо подобранных задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы дискретной математики. Для решения задач необходимо не только знать, но и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярная работа с конспектами лекций и рекомендованной литературой.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач. Причем особое внимание уделяется активизации самостоятельной работы студентов над задачами: выдача обучаемым для самостоятельной работы текущих домашних заданий, частичный разбор их решений на практических занятиях и постоянный контроль их выполнения.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с основными понятиями дискретной математики в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде устного опроса на практических занятиях и контрольных работ в 4м и 5-ом семестре. Также проводятся консультации (при необходимости) по лекционному материалу и разбору некоторых заданий для самостоятельной работы.

В конце каждого семестра изучения дисциплины студенты сдают экзамен. Экзамен принимается по экзаменационным билетам, каждый из которых включает в себя два теоретических вопроса. Билеты формируются на основании списка вопросов к экзамену, который охватывает полностью всю программу дисциплины. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать следующую учебную литературу:

1. Глухов, М.М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Глухов, А.Б. Шишков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4041>

2. Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.
3. Дурнев В.Г., Башкин М.А., Якимова О.П. Элементы дискретной математики. – Ярославль: ЯрГУ, 2007. – Часть 1. – 168 с.
4. Дурнев В.Г., Башкин М.А., Якимова О.П. Элементы дискретной математики. – Ярославль: ЯрГУ, 2007. – Часть 2. – 180 с.
5. Яблонский С. В. Введение в дискретную математику. – М.: Наука, 1986. – 384 с.
6. Гаврилов Г. П., Сапоженко А. А. Задачи и упражнения по дискретной математике. – М.: Физматлит, 2004. – 424 с.
7. Лавров И. А., Максимова Л. Л. Задачи по теории множеств, математической логике и теории алгоритмов. – М.: Наука, 1975. – 240 с.

Для углубленного изучения отдельных тем рекомендуется обращаться к следующей литературе:

1. Новиков Ф.А. Дискретная математика для программистов. Санкт-Петербург: Питер. 2001.
2. Сачков В.Н. Введение в комбинаторные методы дискретной математики. М.: Наука. 1982.
3. Глухов М.М., Елизаров В.П., Нечаев А.А. Алгебра. Ч. 1, П. М.: "Гелиос АРВ". 2003.
4. Погорелов Б.А., Солодовников В.И., Черемушкин А.В. Теория автоматов и ее приложения, М. 1990.
5. Лупанов О. Б. Асимптотические оценки сложности управляющих систем. – М.: Изд-во Моск. ун-та, 1984. – 138 с.
6. Яблонский С. В. Элементы математической кибернетики. – М.: Высшая школа, 2007. – 188 с.
7. Редькин Н. П. Дискретная математика. – М.: Изд-во ЦПИ при механико-математическом факультете МГУ им. М. В. Ломоносова, 2007. – 174 с.
8. Лидл Р., Нидеррайтер Г. Конечные поля. Т.1,2. М.: Мир. 1988.
9. Брауэр В. Введение в теорию конечных автоматов. М.: Мир. 1987.
10. Минский М. Вычисления и автоматы. М.: Мир. 1971.
11. Трахтенброт Б.А., Барздинь Я.М. Конечные автоматы. М.: Наука. 1970.
12. Липский В.В. Комбинаторика для программистов. М.: Мир. 1973.
13. Кормен Т., Лейзерсон Ч., Ривест Р. Алгоритмы: построение и анализ. – М.: МЦНМО, 1999. – 960 с.
14. Пападимитриу Х., Стайглиц К. Комбинаторная оптимизация. Алгоритмы и сложность. – М.: Мир, 1985. – 512 с.