


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра радиотехнических систем

УТВЕРЖДАЮ

Декан физического факультета

  
(подпись) И.С. Огнев

« 23 » мая 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**«Марковские процессы в радиотехнике»**

Направление подготовки  
11.04.01 Радиотехника

Направленность (профиль)  
«Системы и устройства передачи, приема и обработки сигналов»

Форма обучения  
очная

Программа одобрена  
на заседании кафедры  
от « 18 » апреля 2023 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
физического факультета  
протокол № 5 от «25 » апреля 2023 года

## 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Марковские процессы в радиотехнике» являются: овладение основами теории Марковских процессов для решения задач анализа и синтеза радиотехнических систем и сетей, формирование основ научного мировоззрения.

## 2. Место дисциплины в структуре образовательной программы

Дисциплина «Марковские процессы в радиотехнике» относится к части, формируемой участниками образовательных отношений.

Дисциплина закладывает у учащихся основные понятия и умения по исследованию телекоммуникационных процессов с применением аппарата Марковских процессов, использует знания, полученные при освоении образовательных программ бакалавриата 03.03.03, 11.03.01, 11.03.02 или других родственных направлений. Знания и навыки, полученные при изучении дисциплины «Марковские процессы в радиотехнике» будут использованы студентами при изучении последующих дисциплин учебного плана направления, а также при написании магистерской диссертации.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесённые с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ПК-2 Способен к организации и самостоятельному выполнению фундаментальных и (или) прикладных исследований теоретического и (или) экспериментального характера	ИД_ПК-2.1 Составляет план проведения исследований и при необходимости корректирует его с учетом текущих результатов исследования	<b>Знать:</b> основы аппарата теории Марковских процессов <b>Уметь:</b> исследовать уравнения численными или аналитическими средствами; делать содержательные технические или физические выводы о свойствах исследуемого объекта (или процесса).

	ИД_ПК-2.2 Самостоятельно выполняет исследования теоретического и (или) экспериментального характера в соответствии с планом	<p><b>Знать:</b> условия и области применения моделей телекоммуникационных процессов в форме Марковских цепей, Марковских последовательностей, дискретных Марковских процессов, непрерывнозначных Марковских процессов, методику построения Марковских моделей в форме соответствующих вероятностных уравнений, методы и методики решения уравнений.</p> <p><b>Уметь:</b> формировать идеализированное представление об объекте и отбрасывать несущественные его свойства; строить математические модели объектов в форме Марковских уравнений на основе сделанных идеализаций и допущений.</p> <p><b>Владеть:</b> методами и приёмами анализа телекоммуникационных процессов с применением аппарата Марковских процессов.</p>
--	--	--

#### 4. Объём, структура и содержание дисциплины

Общая трудоёмкость дисциплины составляет **2** зачёт. ед., **72** акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоёмкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)  Формы ЭО и ДОТ (при наличии)
			Контактная работа					самостоятельная работа	
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Введение в дисциплину.			1				0,7	устный опрос
2	Цепи Маркова с конечным числом состояний.			4				5	устный опрос, проверка индивид. домаш. заданий
3	Дискретные марковские процессы.			4				5	устный опрос, проверка индивид. домаш. заданий
4	Цепи Маркова с бесконечным числом состояний. Марковские последовательности.			4				6	устный опрос

5	Непрерывнозначные Марковские процессы.			4				6	устный опрос, проверка индивид. домаш. заданий
6	Многомерные Марковские процессы.			4				6	устный опрос
7	Методика анализа систем.			3				6	устный опрос
8	Основы марковской теории оценивания в радиолокации, радионавигации, радиосвязи.			3				6	устный опрос
	Консультации по дисциплине					4			
	Приём зачёта						0,3		Зачёт
	<b>ИТОГО</b>	<b>3</b>		<b>27</b>		<b>4</b>	<b>0,3</b>	<b>40,7</b>	<b>72</b>
	<i>в том числе с ЭО и ДОТ</i>								

Содержание разделов (тем) дисциплины:

1. Введение в дисциплину. Основные понятия и свойства Марковских процессов. Классификация Марковских процессов (МП). Уравнение Колмогорова-Чепмэна для условной плотности вероятности Марковского процесса.
2. Цепи Маркова с конечным числом состояний. Уравнение Маркова. Ориентированный граф. Однородные цепи Маркова. Матрица одношаговых вероятностей. Уравнение финальных вероятностей. Простая однородная цепь Маркова с двумя состояниями.
3. Дискретные марковские процессы. Уравнение Колмогорова-Чепмэна для вероятностей перехода. Дискретный Марковский процесс с двумя состояниями (случайный двоичный сигнал). Процесс рождения и гибели. Случайные точечные процессы. Пуассоновский процесс и его обобщения. Системы массового обслуживания.
4. Цепи Маркова с бесконечным числом состояний. Марковские последовательности. Уравнение Колмогорова-Чепмэна. Уравнение Фредгольма. Задача о достижении границ. Срыв слежения. Уравнение КЧ дискретной СФС для аддитивного широкополосного воздействия. Уравнение КЧ дискретной СФС для комбинированного аддитивно-фазового воздействия. Аппроксимация второго порядка для дисперсии ошибки слежения в системе 1-го порядка. Аппроксимация второго порядка для дисперсии ошибки слежения в системе 2-го порядка.
5. Непрерывнозначные Марковские процессы. Непрерывные процессы. Уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК). Процессы с независимыми дискретной приращениями. Винеровский процесс. Гауссовский экспоненциально-коррелированный случайный процесс. Логонормальный случайный процесс. Замена независимых переменных в уравнении ФПК.
6. Многомерные Марковские процессы. Уравнение ФПК для многомерных процессов. Гауссово-марковские случайные процессы. Процессы с рациональной спектральной плотностью.
7. Методика анализа систем. Примеры построения уравнений ФПК. Представление непрерывных марковских процессов в дискретном времени. Формирующий фильтр векторноо процесса. Модель речевого сообщения.
8. Основы марковской теории оценивания в радиолокации, радионавигации, радиосвязи. Общие сведения. Синтез алгоритмов селекции движущихся целей. Оптимальная оценка траекторий Марковских процессов. Синтез и анализ определения координат объекта по сигналам навигационных спутников. Квазиоптимальная фильтрация Марковских последовательностей в многолучевых каналах связи.

## **5. Образовательные технологии, в том числе технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Практическое занятие** – занятие, посвящённое освоению конкретных умений и навыков. В ходе занятия отрабатываются практические приёмы анализа и расчёта радиотехнических устройств (генераторов различного типа).

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов к промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ –

## **7. Перечень современных профессиональных баз данных и информационных справочных систем, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

Автоматизированная библиотечно-информационная система «БУКИ-NEXT»  
[http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», рекомендуемых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Казаков Л.Н., Силантьев А.Б. Статистический анализ цифровых систем радиоавтоматики / Учеб. пособие.: Изд-во ЯВЗРУ ПВО, 2009.-164 с.
2. Тихонов В.И., Шахтарин Б.И., Сизых В.В. Случайные процессы: Примеры и задачи. Т5: Оценка сигналов, их параметров и спектров. Основы информации: Учеб. пособие для вузов. Под ред. В.В. Сизых. - М.: Горячая линия - Телеком, 2009.- 400с.

### **б) дополнительная литература**

1. Тихонов В.И. Харисов В.Н. Статистический анализ и синтез радиотехнических устройств и систем. М.:Связь. 2004.-608 с.
2. Тихонов В.И., Миронов М.А. Марковские процессы. М.: Наука, 1977. 561 с.
3. Портенко Н. И., Скороход А. В., Шуренков В. М. Марковские процессы: Учеб. пособие для вузов. М.: Высшая школа, 1989.-246 с.
4. Казаков Л.Н., Башмаков М.В. Математические модели стохастических цифровых систем фазовой синхронизации / Учебное пособие.: Изд-во ЯрГУ, Ярославль, 2001.-152 с.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ  
([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в аудитории для практических занятий (семинаров) равно списочному составу группы обучающихся.

Учебно-методическое обеспечение, необходимое для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав:

а) Профессиональные базы данных:

1. Портал научной электронной библиотеки - <http://elibrary.ru/defaultx.asp>
2. Федеральная университетская компьютерная сеть России - <http://www.runnet.ru/>

б) Информационные справочные правовые системы:

1. СПС «Консультант-плюс» - <http://www.consultant.ru/>
2. СПС «Гарант» - <http://www.garant.ru/>

Автор(ы):

профессор кафедры

радиотехнических систем, д. т. н.

Л. Н. Казаков

**Приложение № 1 к рабочей программе дисциплины**  
**«Марковские процессы в радиотехнике»**  
*наименование дисциплины*

**Фонд оценочных средств**  
**для проведения текущего контроля успеваемости**  
**и промежуточной аттестации студентов**  
**по дисциплине**

1. Типовые контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущего контроля успеваемости

**Вопросы к зачёту по дисциплине «Марковские процессы в радиотехнике»:**

1. Основные понятия и свойства Марковских процессов.
2. Классификация Марковских процессов.
3. Уравнение Колмогорова-Чепмэна для условной плотности вероятности Марковского процесса.
4. Цепи Маркова с конечным числом состояний. Уравнение Маркова.
5. Ориентированный граф цепи Маркова. Особые состояния.
6. Однородные цепи Маркова. Матрица одношаговых вероятностей.
7. Уравнение финальных вероятностей. Вектор финальных вероятностей.
8. Простая однородная цепь Маркова с двумя состояниями.
9. Дискретные Марковские процессы. Уравнение Колмогорова-Чепмэна для вероятностей перехода.
10. Дискретный Марковский процесс с двумя состояниями (случайный двоичный сигнал).
11. Процесс рождения и гибели.
12. Случайные точечные процессы. Пуассоновский процесс и его обобщения.
13. Системы массового обслуживания.
14. Цепи Маркова с бесконечным числом состояний. Марковские последовательности. Уравнение Колмогорова-Чепмэна.
15. Марковские последовательности. Уравнение Фредгольма.
16. Задача о достижении границ. Случай неподвижных границ.
17. Задача о достижении границ. Случай подвижных границ.
18. Срыв слежения в системах автоматического сопровождения.
19. Уравнение КЧ дискретной СФС для аддитивного широкополосного воздействия.
20. Уравнение КЧ дискретной СФС для комбинированного аддитивно-фазового воздействия.
21. Аппроксимация второго порядка для дисперсии ошибки слежения в системе 1-го порядка.
22. Аппроксимация второго порядка для дисперсии ошибки слежения в системе 2-го порядка.
23. Непрерывнозначные Марковские процессы. Уравнение Фоккера-Планка-Колмогорова (ФПК).
24. Процессы с независимыми дискретными приращениями.
25. Винеровский процесс.
26. Гауссовский экспоненциально-коррелированный случайный процесс.
27. Логонормальный случайный процесс.
28. Замена независимых переменных в уравнении ФПК.
29. Многомерные Марковские процессы. Уравнение ФПК для многомерных процессов.
30. Гауссово-марковские случайные процессы.
31. Процессы с рациональной спектральной плотностью.
32. Методика анализа систем. Примеры построения уравнений ФПК.

33. Представление непрерывных марковских процессов в дискретном времени.
34. Формирующий фильтр векторного процесса.
35. Модель речевого сообщения.
36. Основы марковской теории оценивания в радиолокации. Общие сведения.
37. Синтез алгоритмов селекции движущихся целей.
38. Оптимальная оценка траекторий Марковских процессов.
39. Основы марковской теории оценивания в радионавигации. Общие сведения.
40. Синтез и анализ определения координат объекта по сигналам навигационных спутников.
41. Основы марковской теории оценивания в радиосвязи. Общие сведения.
42. Квазиоптимальная фильтрация Марковских последовательностей в многолучевых каналах связи.

### **Домашняя аттестационная работа**

1. Стефано Брени, Синхронизация цифровых систем связи, 2003 г.

Тема:

Построить модель алгоритма синхронизации циклов в виде Марковской цепи, на базе которой получить оценки основных параметров системы цикловой синхронизации :

1. Среднее число вынужденных потерь.
2. Среднее значение времени возврата синхронизации.
3. Дисперсию времени возврата синхронизации.
4. Вероятность ложной синхронизации.

По сути, итоговый материал соответствует уровню диссертации. Отдельно можно поставить задачу для других уровней синхронизации: тактовой, сверхцикловой, несущей частоты.

### **2. Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

Темы рефератов:

1. Многомерные марковские процессы. Уравнение ФПК для многомерных процессов.
2. Марковские модели речевого сообщения.
3. Марковская теория оценивания в радиолокации.
4. Синтез алгоритмов селекции движущихся целей.
5. Оптимальная оценка траекторий марковских процессов.
6. Марковская теория оценивания в радионавигации.
7. Марковская теория оценивания в радиосвязи.
8. Квазиоптимальная фильтрация марковских процессов в многолучевых каналах связи.

**Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трёхуровневой шкале:**

**Пороговый уровень** - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.



**Высокий уровень** - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

Пороговый уровень (общие характеристики):

- ☐ владение основным объёмом знаний по программе дисциплины;
- ☐ знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- ☐ владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- ☐ способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- ☐ усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- ☐ знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- ☐ самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- ☐ достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- ☐ использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- ☐ владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- ☐ способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- ☐ усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- ☐ умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- ☐ самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- ☐ систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;

- ☐ точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- ☐ безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- ☐ способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- ☐ полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- ☐ умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- ☐ активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **Правила выставления оценки на зачёте**

Зачёт может проводиться в устной (письменной) форме или по результатам текущей аттестации. При проведении в устной форме в билет включается два теоретических вопроса. На подготовку к ответу даётся не менее 0,5 часа.

По итогам зачета выставляется одна из оценок: «зачтено» или «незачтено».

Оценка «Зачтено» выставляется студенту, который даёт достаточно полные и последовательные ответы на вопросы билета и дополнительные вопросы, при этом демонстрирует умение выделить существенные и несущественные признаки и установить причинно-следственные связи. Ответы излагаются в терминах учебной дисциплины, при этом допускаются отдельные ошибки в определении и раскрытии некоторых основных понятий, формулировке положений, которые студент затрудняется исправить самостоятельно. При аргументации ответа студент обосновывает свои суждения. На часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или даёт неверные ответы.

Оценка «Незачтено» выставляется студенту, который демонстрирует разрозненные, бессистемные знания; беспорядочно и неуверенно излагает материал; не умеет выделять главное и второстепенное, не умеет соединять теоретические положения с практикой, не устанавливает межпредметные связи; допускает грубые ошибки при определении сущности раскрываемых понятий, явлений, вследствие непонимания их существенных и несущественных признаков и связей; даёт неполные ответы, логика и последовательность изложения которых имеют существенные и принципиальные нарушения, в ответах отсутствуют выводы. Дополнительные и уточняющие вопросы экзаменатора не приводят к коррекции ответов студента. На основную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать ответ или даёт неверные ответы.

**Приложение № 2 к рабочей программе дисциплины**  
**«Марковские процессы в радиотехнике»**  
*наименование дисциплины*

**Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Марковские процессы в радиотехнике» являются практические занятия. На занятиях освещаются основные положения тематического блока, даются рекомендации по самостоятельному изучению данной темы. Для успешного изучения дисциплины студентам очень важно проводить большой объём самостоятельной работы.

Практические занятия направлены на развитие умения у обучающихся применять знания при расчётах и анализе телекоммуникационных процессов с применением аппарата Марковских процессов. На практических занятиях выдаются домашние задания, обязательные к выполнению.

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Марковские процессы в радиотехнике» являются практические занятия, причём в достаточно большом объёме. Это связано с тем, что в основе дисциплины лежит специальный математический аппарат, с помощью которого «Марковские процессы в радиотехнике» позволяет решать довольно сложные и громоздкие задачи. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит изучение материала путём применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются в ходе практических занятий, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы телекоммуникационных процессов с применением аппарата Марковских процессов. Для решения всех задач необходимо знать и понимать материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного материала. Материал необходимо также прорабатывать ещё раз и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным в ходе практических занятий или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретённых практических навыков работы с аппаратом Марковских процессов и проведения расчётов, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде самостоятельных работ (в аудитории) в ходе изучения дисциплины. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце всего курса изучения дисциплины студенты сдают зачёт.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Марковские процессы в радиотехнике» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объёмом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является необходимым условием успешного изучения дисциплины.