

МИНОБРНАУКИ РОССИИ
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра компьютерной безопасности и математических методов обработки информации

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

Рабочая программа дисциплины
Теория алгоритмов

Направление подготовки (специальности)
10.05.01 Компьютерная безопасность

Направленность (профиль)
«Математические методы защиты информации»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена
на заседании кафедры
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК
математического факультета
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина "Теория алгоритмов" обеспечивает приобретение фундаментальных знаний и умений в соответствии с Федеральным государственным образовательным стандартом специальности "10.05.01-Компьютерная безопасность" (уровень специалитета), содействует фундаментализации образования, развитию логического и алгоритмического мышления и формированию математического и общенаучного мировоззрения. Целью изучения дисциплины является овладение базовыми понятиями и методами теории алгоритмов, ознакомление с их применениями в области обеспечения информационной безопасности, установление существования алгоритмически неразрешимых проблем и значение этого фундаментального факта теории алгоритмов для алгоритмической практики, компьютерных наук и защиты информации, ознакомление с базовыми подходами к оценке сложности алгоритмов и задач и некоторыми приемами построения эффективных алгоритмов.

2. Место дисциплины в структуре ОП специалитета

Дисциплина "Теория алгоритмов" относится к блоку Б.1 "Часть, формируемая участниками образовательных отношений". Она играет исключительно важную роль для общематематической и общепрофессиональной подготовки специалиста. При ее изучении используются знания, полученные при изучении математических дисциплин "Алгебра", "Теория чисел", "Дискретная математика", "Информатика" и "Математическая логика и теория алгоритмов". Знания, умения и навыки, полученные при изучении дисциплины "Теория алгоритмов", используются обучаемыми при изучении общепрофессиональных и специальных дисциплин.

3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ООП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
Профессиональные компетенции		
	И-ПК-1.6 знает различные подходы к определению понятия алгоритма, методы доказательства алгоритмической неразрешимости и методы построения эффективных алгоритмов	Знать: основные алгоритмические проблемы, которые привели к необходимости замены интуитивного понятия "алгоритм" математическим понятием "алгоритм", понятие: вычислимая в интуитивном смысле функция, два подхода к математическому уточнению интуитивного понятия "алгоритм", определения понятий: примитивно курсивная функция, рекурсивная функция и частично рекурсивная функция, тезис Черча,

<p>ПК-1. Способен применять математические методы для разработки требований к алгоритмам, реализующим современные методы обеспечения информационной безопасности, математически доказывать их корректность, проводить оценку сложности задания и выполнения таких алгоритмов.</p>	<p>И-ПК-1.7 умеет оценивать сложность алгоритмов и вычислений</p> <p>И-ПК-1.8 владеет навыками применения методов и фактов теории алгоритмов для разработки алгоритмов</p>	<p>примитивно рекурсивные и рекурсивные отношения, подмножества и предикаты, построение нумерационных функций, и функции Геделя, понятие рекурсивно перечислимого множества и отношения, теореме о графике частичной функции и ее следствия, определение машины Тьюринга, конфигурации, вычислимости и правильной вычислимости, композиция машин Тьюринга, разветвление и заикливание, теорема о правильной вычислимости любой частично рекурсивной функции, примеры алгоритмически неразрешимых задач, арифметизация теории машин Тьюринга, теорема о частичной рекурсивности любой вычислимой по Тьюрингу функции, нумерация частично рекурсивных функций и рекурсивно перечислимых множеств</p> <p>Уметь: устанавливать примитивную рекурсивность и рекурсивность арифметических функций, доказывать основные теоремы о примитивно рекурсивных, рекурсивных и частично рекурсивных функциях, доказывать теорему о графике частичной функции и теорему о правильной вычислимости любой частично рекурсивной функции, уметь доказывать теорему об алгоритмической неразрешимости проблемы остановки для машин Тьюринга и ее следствия для полусистем и систем Туэ, арифметизация теории машин Тьюринга, теорема о частичной рекурсивности любой вычислимой по Тьюрингу функции, нумерация частично рекурсивных функций и множеств</p> <p>Владеть навыками: написания программ для базовых машин Тьюринга: "Перенос нуля", "Левый сдвиг", "Правый сдвиг", "Транспозиция", "Удвоение", "Циклический сдвиг", "Копирование", оценки временной и емкостной сложности Тьюринговых алгоритмов, сводимости алгоритмических проблем.</p>
---	--	--

4. Объем, структура и содержание дисциплины "Теория алгоритмов"

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационн	самостоятель ная работа	
1	Введение. История развития теории алгоритмов. Теория алгоритмов и принципиальные возможности компьютеров. Оценки сложности алгоритмов и их значение для компьютерной практики.	7	1					2	
2	Машины Тьюринга. Интуитивное понятие "алгоритма" и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия "алгоритм". Вычислимые в интуитивном смысле функции. Представляющая функция алгоритма. Два подхода к уточнению понятия "алгоритм". Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы и команды. Конфигурации.		2					4	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

	Композиция и ветвление машин Тьюринга. Цикл. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга- Поста-Черча. Правильная вычислимость исходных функций и сложения.								
3	Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции. Тезис Черча. Примитивная рекурсивность теоретико-числовых функций. Операции суммирования и мультиплицирования.		2	2		1		2	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
4	Примитивно рекурсивные и рекурсивные предикаты, отношения и множества, операции над ними. Соотношения между классами примитивно рекурсивных, общерекурсивных и частично рекурсивных функций.		2	2				2	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
5	Задание функций и предикатов. Задание функций кусочными схемами. Ограниченный оператор минимизации. Примитивная рекурсивность функций, связанных с каноническим представлением натуральных чисел и с делением с остатком.		1	2				4	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
6	Нумерация. Канторовские нумерационные функции, их примитивная		1	2				2	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

	рекурсивность. Примитивная рекурсивность функции Геделя.								
7	Множества, отношения и предикаты. Рекурсивно перечислимые множества, отношения и предикаты, операции над ними. Теорема о графике частичной функции. Ее следствия.		2	2				4	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
8	Машины Тьюринга. Транспозиция, удвоение, циклический сдвиг, копирование		2	1				4	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
9	Вычислимость функций. Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.		2					2	Контрольная работа
10	Арифметизация теории машин Тьюринга. Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.		1					2	Устный опрос
11	Нормальная форма Клини. Универсальные частично рекурсивные функции.		1					2	Устный опрос
12	Алгоритмическая неразрешимость. Неразрешимость проблемы самоприменимости и применимости для машин Тьюринга.		2	2				2	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос
13	Тьюрингов предикат вычислимости. Существование рекурсивно перечислимого, но не рекурсивного множества.		2					2	Устный опрос
14	Нумерация Клини частично рекурсивных		2	1				2	Задания для самостоятельной

	функций. Универсальные функции Клини. Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивных функций.							(домашней) работы Устный опрос
15	Теорема Райса для частично рекурсивных функций. Ее значение для компьютерной практики.		1				1	Устный опрос
16	Нумерация Поста рекурсивно перечислимых множеств. Теорема о неподвижной точке для рекурсивно перечислимых множеств. Теорема Райса для рекурсивно перечислимых множеств.		2	2			2	Устный опрос
17	m-сводимость. m -универсальные, креативные и продуктивные множества.		1				2	Устный опрос
18	Нормальные алгоритмы А.А.Маркова. Нормальные алгоритмы А.А.Маркова: схема алгоритма, заключительные и простые правила замены. Примеры нормальных алгоритмов. Принцип нормализации А.А.Маркова. Композиция нормальных алгоритмов. Связь нормальных алгоритмов с машинами Тьюринга и частично рекурсивными функциями		2				3	Устный опрос
19	Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Нумерация слов в счетном алфавите и арифметизация алгоритмов. Массовые алгоритмические		2				2	Задания для самостоятельной (домашней) работы Устный опрос

	проблемы. Примеры алгоритмически неразрешимых массовых проблем: проблема остановки для машин Тьюринга (The halting problem for Turing machines), проблема самоприменимости для машин Тьюринга. Примеры алгоритмически разрешимых и неразрешимых задач из математической логики, теории алгоритмов, алгебры, теории чисел, теории формальных грамматик, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, топологии, математического анализа и теории конечных автоматов. Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.								
20	Значение существования алгоритмически неразрешимых проблем для общей математической практики.		1					1	
							0,3		Зачет
	Всего		32	16		5	0,3	54,7	

Содержание разделов программы дисциплины: "Теория алгоритмов"

1. Введение. История развития теории алгоритмов.

Теория алгоритмов и принципиальные возможности компьютеров.

Оценки сложности алгоритмов и их значение для практики.

2. Машины Тьюринга.

Интуитивное понятие "алгоритма" и его характерные черты. Задачи, приводящие к необходимости уточнения понятия "алгоритм".

Вычислимые в интуитивном смысле функции.

Два подхода к уточнению понятия "алгоритм".

Машины Тьюринга-Поста: внешний и внутренний алфавиты, программы и команды.

Конфигурации. Композиция и ветвление машин Тьюринга. Вычислимость и правильная вычислимость функций по Тьюрингу. Принцип Тьюринга- Поста-Черча.

Правильная вычислимость исходных функций и сложения.

3. Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции.

Тезис Черча.

Примитивная рекурсивность теоретико-числовых функций.

Операции суммирования и мультиплицирования.

4. Примитивно рекурсивные и рекурсивные предикаты, отношения и множества, операции над ними.

Соотношения между классами примитивно рекурсивных, общерекурсивных и частично рекурсивных функций.

5. Задание функций и предикатов.

Задание функций кусочными схемами.

Ограниченный оператор минимизации.

Примитивная рекурсивность функций, связанных с каноническим представлением натуральных чисел и с делением с остатком.

6. Нумерация.

Канторовские нумерационные функции, их примитивная рекурсивность.

Примитивная рекурсивность функции Геделя.

7. Множества, отношения и предикаты.

Рекурсивно перечислимые множества, отношения и предикаты, операции над ними.

Теорема о графике функции. Ее следствия.

8. Машины Тьюринга.

Транспозиция, удвоение, циклический сдвиг, копирование.

9. Вычислимость функций.

Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.

10. Арифметизация теории машин Тьюринга.

Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.

11. Нормальная форма Клини.

Универсальные частично рекурсивные функции.

12. Алгоритмическая неразрешимость.

Неразрешимость проблемы самоприменимости и применимости для машин Тьюринга.

13. Тьюрингов предикат вычислимости.

Существование рекурсивно перечислимого, но не рекурсивного множества.

14. Нумерация Клини частично рекурсивных функций. Универсальные функции Клини.

Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивных функций.

15. Теорема Райса для частично рекурсивных функций. Ее значение для компьютерной практики.

16. Нумерация Поста рекурсивно перечислимых множеств. Теорема о неподвижной точке для рекурсивно перечислимых множеств.

Теорема Райса для рекурсивно перечислимых множеств.

17. *m*-сводимость.

m-универсальные, креативные и продуктивные множества.

18. Нормальные алгорифмы А.А.Маркова.

Нормальные алгорифмы А.А.Маркова: схема алгорифма, заключительные и простые правила подстановки (замены). Примеры нормальных алгорифмов. Принцип нормализации А.А.Маркова. Композиция нормальных алгорифмов. Связь с машинами Тьюринга и частично рекурсивными функциями.

19. Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Нумерация слов в счетном алфавите и арифметизация алгоритмов. Массовые алгоритмические проблемы. Примеры алгоритмически неразрешимых массовых проблем: проблема остановки для машин Тьюринга (The halting problem for Turing machines), проблема самоприменимости для машин Тьюринга.

20. Примеры алгоритмически разрешимых и неразрешимых задач из теории алгоритмов, математической логики, алгебры, теории чисел, теории формальных грамматик, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, топологии, математического анализа и теории конечных автоматов. Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.

21. Значение существования алгоритмически неразрешимых проблем для общей математической практики.

5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации
- программы Microsoft Office, издательская система MikTex;

– для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература

1. Глухов, М. М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, А. Б. Шишков. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 416 с. — ISBN 978-5-8114-1344-7. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/168441> (дата обращения: 28.01.2022).
2. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов : учебное пособие / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. — Санкт-Петербург : Лань, 2021. — 112 с. — ISBN 978-5-8114-0853-5. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: <https://e.lanbook.com/book/167678>
3. Дурнев В. Г. Элементы теории алгоритмов : учеб. пособие для вузов / В. Г. Дурнев - Ярослав. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 247 с.
4. Дурнев, В. Г., Материалы по дисциплине Теория алгоритмов и сложность вычислений : метод. указания / В. Г. Дурнев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 40с
5. Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова - 5-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2006. 255 с.

б) дополнительная литература

1. А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. М.: "Мир", 1979.-536с.
2. Дж. Булос, Р. Джеффри. Вычислимость и логика. М.: "Мир". 1994.
3. М. Гэри, Д. Джонсон. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. М.: "Мир", 1979.
4. Н. Катленд. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. М.: "Мир". 1983.
5. С.К. Клини. Введение в метаматерику. М.: "ИЛ". 1957.
6. А.Н. Колмогоров, А.Г. Драгалин. Математическая логика. Дополнительные главы. М.: МГУ. 1984.
7. А.И. Мальцев. Алгоритмы и рекурсивные функции. М.: "Наука". 1986.
8. А.А. Марков. Элементы математической логики. М.: МГУ. 1984.
9. П.С. Новиков. Элементы математической логики. М.: "Наука". 1973.
10. Б.А. Трахтенброт. Алгоритмы и вычислительные автоматы. М.: "Советское радио". 1974.
11. Ч. Чень, Р. Ли. Математическая логика и автоматическое доказательство теорем. М.: "Наука". 1983.
12. Г.Д. Эббинхауз, К. Якобс, Ф.К. Ман, Г. Хермес. Машины Тьюринга и рекурсивные функции. М.: "Мир". 1972.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ (http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php).
2. Электронно-библиотечная система «Юрайт» <https://www.biblio-online.ru/>
3. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» (www.biblioclub.ru)
4. Электронно-библиотечная система «Лань» <http://e.lanbook.com/>

8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор(ы):

Профессор, доктор физ.-матем. наук Дурнев В.Г.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины
«Теория алгоритмов»**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,
используемые в процессе текущей аттестации**

Домашние задания по теме № 2 "Машины Тьюринга."

Задания для самостоятельного решения № 1 - 12 из параграфа 2 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 3 "Частично рекурсивные, рекурсивные и примитивно рекурсивные функции."

Задания для самостоятельного решения № 1 - 15 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 4 "Примитивно рекурсивные и рекурсивные предикаты, отношения и множества, операции над ними."

Задания для самостоятельного решения № 16 - 30 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 5 "Задание функций и предикатов."

Задания для самостоятельного решения № 31 - 44 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 6 "Нумерация."

Задания для самостоятельного решения № 31 - 44 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 7 "Множества, отношения и предикаты."

Задания для самостоятельного решения № 16 - 30 из параграфа 1 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 8 "Машины Тьюринга."

Задания для самостоятельного решения № 13 - 25 из параграфа 2 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 12 "Алгоритмическая неразрешимость"

Задания для самостоятельного решения № 1 - 48 из параграфа 3 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Домашние задания по теме № 14 **"Нумерация Клини частично рекурсивных функций"** и по теме № 15 **"Нумерация Поста рекурсивно перечислимых множеств."**

Задания для самостоятельного решения № 1 - 43 из параграфа 4 части III сборника задач Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова. М.: Наука. 1984. 287 с.

Контрольная работа

Задания для контрольной работы по теме № 9 **"Вычислимость функций"**

- 1) Доказать примитивную рекурсивность теоретико-числовой функции.
- 2) Написать программу для машины Тьюринга, вычисляющей заданную функцию.
- 3) Написать программу для машины Тьюринга, решающей проблему вхождения в заданный язык.
- 4 Как связаны между собой вычислимость, вычислимость по Тьюрингу и частичная рекурсивность?

Примечание. Каждый вариант задания определяется выбором конкретной теоретико-числовой функции и языка.

Темы рефератов

- 1) Основные этапы формирования теории алгоритмов.
- 2) Алгоритмически неразрешимые проблемы в алгебре.
- 3) Алгоритмически неразрешимые проблемы в теории алгоритмов.
- 4) Алгоритмически неразрешимые проблемы в математической логике.
- 5) Алгоритмически неразрешимые проблемы в топологии.
- 6) Алгоритмически неразрешимые проблемы в теории дифференциальных уравнений.
- 7) Алгоритмически неразрешимые проблемы в математическом анализе.
- 8) Оценка сложности алгоритмов.
- 9) Сложностные классы. Невырожденность сложностной иерархии.
- 10) Машины Шенфильда и RAM.

1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

Вопросы к зачету по дисциплине «Теория алгоритмов»

1. Алгоритмы в интуитивном смысле. Примеры алгоритмов из различных разделов математики: алгебры, теории чисел, математической логики, математического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и т. д.
2. Основные свойства алгоритмов. Дискретность, детерминированность, элементарность шагов и массовость алгоритмов.
3. Необходимость математического уточнения интуитивного понятия алгоритма, примеры математических проблем, сформулированных в конце XIX -- начале XX в.в., приведших к уточнению понятия алгоритма.

4. Неразрешимые алгоритмические пробелы в теории алгоритмов, алгебре, математической логике, теории чисел, математическом анализе, топологии.
5. Машина Тьюринга. Внешний и внутренний алфавиты, команды и программа машины Тьюринга. Различные варианты машин Тьюринга: многоленточные и одноленточные, с одномерной и многомерной лентой, с потенциально бесконечной в обе стороны лентой, с непродолжаемой влево лентой и т. д.
6. Словарные алгоритмы, реализуемые машинами Тьюринга.
7. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость по Тьюрингу.
8. Вычислимость по Тьюрингу элементарных теоретико-числовых функций. Разрешимые и перечислимые множества слов.
9. Операции над машинами Тьюринга. Композиция машин Тьюринга. Разветвление. Диаграммы машин Тьюринга. Циклический сдвиг, копирование.
10. Тезис Тьюринга. Замкнутость класса правильно вычислимых по Тьюрингу функций относительно операций суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации.
11. Примитивно рекурсивные, частично рекурсивные и рекурсивные функции. Простейшие (исходные) функции. Операции суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации.
12. Примитивно рекурсивные функции. Примеры примитивно рекурсивных теоретико-числовых функций.
13. Частично рекурсивные и рекурсивные функции, примеры. Операции над примитивными, рекурсивными и частично рекурсивными функциями. Тезис А. Черча.
14. Нумерация пар и n -ок натуральных чисел. Нумерационные функции.
15. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества и предикаты.
16. Теорема Э. Поста.
17. Теорема о графике функции.
18. Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.
19. Арифметизация теории машин Тьюринга.
20. Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.
21. Нормальная форма Клини. Универсальные частично рекурсивные функции.
22. Алгоритмическая неразрешимость. Неразрешимость проблемы самоприменимости и применимости для машин Тьюринга.
23. Тьюрингов предикат вычислимости. Существование рекурсивно перечислимого, но не рекурсивного множества.

24. Нумерация Клини частично рекурсивных функций. Универсальные функции Клини. Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивных функций.
25. Теорема Райса для частично рекурсивных функций. Ее значение для компьютерной практики.
26. Нумерация Поста рекурсивно перечислимых множеств.
Теорема о неподвижной точке для рекурсивно перечислимых множеств.
Теорема Райса для рекурсивно перечислимых множеств.
27. *m*-сводимость.
m-универсальные, креативные и продуктивные множества.
28. Нормальные алгорифмы А.А.Маркова.
Нормальные алгорифмы А.А.Маркова: схема алгорифма, заключительные и простые правила подстановки (замены). Примеры нормальных алгорифмов. Принцип нормализации А.А.Маркова. Композиция нормальных алгорифмов.
Связь нормальных алгорифмов А.А. Маркова с машинами Тьюринга и частично рекурсивными функциями
29. Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Нумерация слов в счетном алфавите и арифметизация алгоритмов. Массовые алгоритмические проблемы. Примеры алгоритмически неразрешимых массовых проблем: проблема остановки для машин Тьюринга (The halting problem for Turing machines), проблема самоприменимости для машин Тьюринга.
30. Примеры алгоритмически разрешимых и неразрешимых задач из теории алгоритмов, математической логики, алгебры, теории чисел, теории формальных грамматик, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, топологии, математического анализа и теории конечных автоматов. Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.
- 31. Значение существования алгоритмически неразрешимых проблем для общей математической и компьютерной практики.**

**Фонд оценочных средств
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов
по дисциплине "Теория алгоритмов"**

1. Алгоритмы в интуитивном смысле. Примеры алгоритмов из различных разделов математики: алгебры, теории чисел, математической логики, математического анализа, теории обыкновенных дифференциальных уравнений и т. д.
2. Основные свойства алгоритмов. Дискретность, детерминированность, элементарность шагов и массовость алгоритмов.
3. Необходимость математического уточнения интуитивного понятия алгоритма, примеры математических проблем, сформулированных в конце XIX -- начале XX в.в., приведших к уточнению понятия алгоритма.
4. Неразрешимые алгоритмические проблемы в теории алгоритмов, алгебре, математической логике, теории чисел, математическом анализе, топологии.

5. Машина Тьюринга. Внешний и внутренний алфавиты, команды и программа машины Тьюринга. Различные варианты машин Тьюринга: многоленточные и одноленточные, с одномерной и многомерной лентой, с потенциально бесконечной в обе стороны лентой, с непродолжаемой влево лентой и т. д.
6. Словарные алгоритмы, реализуемые машинами Тьюринга.
7. Вычислимые по Тьюрингу функции. Правильная вычислимость по Тьюрингу.
8. Вычислимость по Тьюрингу элементарных теоретико-числовых функций. Разрешимые и перечислимые множества слов.
9. Операции над машинами Тьюринга. Композиция машин Тьюринга. Разветвление. Диаграммы машин Тьюринга. Циклический сдвиг, копирование.
10. Тезис Тьюринга. Замкнутость класса правильно вычислимых по Тьюрингу функций относительно операций суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации.
11. Примитивно рекурсивные, частично рекурсивные и рекурсивные функции. Простейшие (исходные) функции. Операции суперпозиции, примитивной рекурсии и минимизации.
12. Примитивно рекурсивные функции. Примеры примитивно рекурсивных теоретико-числовых функций.
13. Частично рекурсивные и рекурсивные функции, примеры. Операции над примитивными, рекурсивными и частично рекурсивными функциями. Тезис А. Черча.
14. Нумерация пар и n -ок натуральных чисел. Нумерационные функции.
15. Рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества и предикаты.
16. Теорема Э. Поста.
17. Теорема о графике функции.
18. Правильная вычислимость по Тьюрингу любой частично рекурсивной функции.
19. Арифметизация теории машин Тьюринга.
20. Частичная рекурсивность любой вычислимой по Тьюрингу функции.
21. Нормальная форма Клини. Универсальные частично рекурсивные функции.
22. Алгоритмическая неразрешимость. Неразрешимость проблемы самоприменимости и применимости для машин Тьюринга.
23. Тьюрингов предикат вычислимости. Существование рекурсивно перечислимого, но не рекурсивного множества.
24. Нумерация Клини частично рекурсивных функций. Универсальные функции Клини. Теорема о неподвижной точке для частично рекурсивных функций.

25. Теорема Райса для частично рекурсивных функций. Ее значение для компьютерной практики.
26. Нумерация Поста рекурсивно перечислимых множеств.
Теорема о неподвижной точке для рекурсивно перечислимых множеств.
Теорема Райса для рекурсивно перечислимых множеств.
27. *m*-сводимость.
m-универсальные, креативные и продуктивные множества.
28. Нормальные алгорифмы А.А.Маркова.
Нормальные алгорифмы А.А.Маркова: схема алгорифма, заключительные и простые правила подстановки (замены). Примеры нормальных алгорифмов. Принцип нормализации А.А.Маркова. Композиция нормальных алгорифмов.
Связь нормальных алгорифмов А.А. Маркова с машинами Тьюринга и частично рекурсивными функциями
29. Алгоритмическая разрешимость и неразрешимость. Нумерация слов в счетном алфавите и арифметизация алгоритмов. Массовые алгоритмические проблемы. Примеры алгоритмически неразрешимых массовых проблем: проблема остановки для машин Тьюринга (The halting problem for Turing machines), проблема самоприменимости для машин Тьюринга.
30. Примеры алгоритмически разрешимых и неразрешимых задач из теории алгоритмов, математической логики, алгебры, теории чисел, теории формальных грамматик, теории обыкновенных дифференциальных уравнений, топологии, математического анализа и теории конечных автоматов. Теорема Черча о неразрешимости логики предикатов.
- 31. Значение существования алгоритмически неразрешимых проблем для общей математической и компьютерной практики.**

**2. Перечень компетенций, этапы их формирования,
описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах
их формирования, описание шкалы оценивания**

2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

Пороговый уровень - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

Продвинутый уровень - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

Высокий уровень - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и

использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2 Перечень компетенций, этапы их формирования,
описание показателей и критериев оценивания компетенций
на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
Общепрофессиональные компетенции						
ПК-1	Зачет	1 – 20	Знать: основные понятия, принципиальные результаты и методы теории алгоритмов. Уметь: решать стандартные задачи по теории алгоритмов. Владеть навыками: установления вычислимости по Тьюрингу и частичной рекурсивности.	Знает основные понятия теории алгоритмов - машина Тьюринга, команды, их выполнение; алгоритмы, реализуемые на машинах Тьюринга, команды, их выполнение; алгоритмы, реализуемые на машинах Тьюринга, вычислимость и правильная вычислимость по Тьюрингу функций, тезис Черча-Тьюринга, примитивные, рекурсивные и частично рекурсивные функции, рекурсивные и рекурсивно перечислимые	Знает основные понятия теории алгоритмов - машина Тьюринга, команды, их выполнение; алгоритмы, реализуемые на машинах Тьюринга, вычислимость и правильная вычислимость по Тьюрингу функций, тезис Черча-Тьюринга, примитивные, рекурсивные и частично рекурсивные функции, рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества, предикаты и отношения, основные операции над рекурсивными и рекурсивно перечислимыми множествами и предикатами. Умеет устанавливать примитивную рекурсивность и рекурсивность функций и предикатов, строить программы для машин Тьюринга, вычисляющих функции и решающих проблемы вхождения в языки. Владеть навыками написания программ для машин Тьюринга, оценки временной и емкостной сложностей	Знает основные понятия теории алгоритмов - машина Тьюринга, команды, их выполнение; алгоритмы, реализуемые на машинах Тьюринга, вычислимость и правильная вычислимость по Тьюрингу функций, тезис Черча-Тьюринга, примитивные, рекурсивные и частично рекурсивные функции, рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества, предикаты и отношения, основные операции над рекурсивными и рекурсивно перечислимыми множествами и предикатами.

				<p>Тьюринга, примитивные, рекурсивные и частично рекурсивные функции, рекурсивные и рекурсивно перечислимые множества, предикаты и отношения, основные операции над рекурсивными и рекурсивно перечислимым и множествами и предикатами.</p>	<p>множества, предикаты и отношения, основные операции над рекурсивными и рекурсивно перечислимыми множествами и предикатами.</p> <p>Умеет устанавливать примитивную рекурсивность и рекурсивность функций и предикатов, строить программы для машин Тьюринга, вычисляющих функции и решающих проблемы вхождения в языки.</p>	
--	--	--	--	---	--	--

3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;

- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

3.2 Описание процедуры выставления оценки

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка ответа на экзамене

Экзаменационный ответ оценивается по 4-х бальной системе, в соответствие с которой выставляются оценки **«отлично»**, **«хорошо»**, **«удовлетворительно»**, **«неудовлетворительно»**.

Правила выставления оценки:

оценка **«отлично»** выставляется студенту, если он владеет материалом дисциплины; четко и определенно отвечает на вопросы, легко сравнивает различные части, сближает самые отдаленные точки учения, разбирает новые и сложные предлагаемые ему случаи, знает слабые стороны учения, места, где сомневается, и что можно возразить против теории.

оценка **«хорошо»** выставляется студенту, если он твердо знает и понимает материал, грамотно и по существу излагает его, не допускает существенных неточностей в ответе на поставленные вопросы, правильно

применяет теоретические положения при решении практических вопросов и задач, владеет необходимыми навыками и приемами их выполнения.

оценка **«удовлетворительно»** выставляется студенту, если он имеет знания основного материала, но не усвоил его деталей, знает дисциплину только в том виде, как она была ему преподана, но приходит в замешательство от соприкосновенных вопросов, предлагаемых на тот конец, чтобы он сблизил между собой отдаленнейшие точки; испытывает затруднения при выполнении практических работ.

оценка **«неудовлетворительно»** выставляется студенту, который не знает значительной части программного материала, допускает существенные ошибки, неуверенно, с большими затруднениями и ошибками выполняет практические задания.

Оценка устного ответа на зачете

Устный ответ на зачете оценивается по 2 балльной системе: **«зачтено»**, **«незачтено»**.

Оценка **«зачтено»** ставится, если:

- демонстрируемые студентом знания отличаются достаточной глубиной и содержательностью,
- дается достаточно полный ответ, как на основные вопросы, так и на дополнительные;
- студент достаточно свободно владеет терминологией;
- ответ студента не содержит принципиальных ошибок.

Оценка **«незачтено»** ставится, если:

- обнаружено незнание или непонимание студентом основных разделов дисциплины;
- студент допускает существенные фактические ошибки, которые он не может исправить самостоятельно;
- на значительную часть дополнительных вопросов студент затрудняется дать правильный ответ.

Оценивание контрольных работ:

Каждая из четырёх задач оценивается следующими баллами:

0 (задача не сделана), 1 (сделано кое-что), 2 (сделана приблизительно наполовину), 3 (сделана с некоторыми недочетами), 4 (сделана полностью). Общее число баллов за все 4 задания составляет 16. Оценка за работу студента ставится в зависимости от набранного им числа баллов:

- 0 – 4 балла – неудовлетворительно,
- 5 – 8 баллов – удовлетворительно,
- 9 – 12 баллов – хорошо
- 13 – 16 баллов – отлично.

Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория алгоритмов»

Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине "Теория алгоритмов" являются лекции, что связано, прежде всего, с достаточно высоким уровнем абстрактности изучаемых в теории алгоритмов понятий, ее глубокими и прочными связями с основаниями математики и с ее философскими вопросами. По большинству тем предусмотрены практические занятия, целью которых является закрепление лекционного материала путем решения специальным образом подобранных задач и упражнений.

Для успешного освоения дисциплины важно самостоятельное решение достаточно большого набора хорошо подобранных задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы математической логики. Для решения задач необходимо не только знать, но и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярная работа с конспектами лекций и рекомендованной литературой.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с основными понятиями теории алгоритмов в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде устного опроса на практических занятиях и контрольной работы в 7-ом семестре. Также проводятся консультации (при необходимости) по лекционному материалу и разбору некоторых заданий для самостоятельной работы.

В конце изучения дисциплины "Теория алгоритмов" студенты сдают зачет. Зачет принимается (выставляется) на основе результатов работы в семестре: выполнения домашних заданий, контрольной работы, сдачи реферата по одной из предложенных тем и устной беседы на основании списка вопросов к зачету, который охватывает полностью всю программу дисциплины. При этом студенту могут быть предложены для решения задачи, аналогичные тем, что разбирались на практических занятиях или решались самостоятельно в качестве домашнего задания.

Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

Для самостоятельной работы рекомендуется использовать следующую учебную литературу:

1. Глухов, М.М. Математическая логика. Дискретные функции. Теория алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / М.М. Глухов, А.Б. Шишков. — Электрон. дан. — Санкт-Петербург : Лань, 2012. — 416 с. — Режим доступа: <https://e.lanbook.com/book/4041>
2. Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.

3. Дурнев В. Г. Элементы теории алгоритмов : учеб. пособие для вузов / В. Г. Дурнев - Ярослав. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 247 с.
4. Дурнев, В. Г., Материалы по дисциплине Теория алгоритмов и сложность вычислений : метод. указания / В. Г. Дурнев ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 40с
5. Ключарев П.Г. Введение в теорию алгоритмов [Электронный ресурс] : учебное пособие / П.Г. Ключарев, Д.А. Жуков. — Электрон. текстовые данные. — М. : Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана, 2012. — 39 с. — 2227-8397. — Режим доступа: <http://www.iprbookshop.ru/31383.html>
6. Лавров И.А. Задачи по теории множеств, математической логики и теории алгоритмов / И.А. Лавров, Л.Л. Максимова - 5-е изд., испр. - М.: Физматлит, 2006. 255 с.

Для углубленного изучения отдельных тем рекомендуется обращаться к следующей литературе:

1. Адян С.И. Алгоритмическая неразрешимость проблем распознавания некоторых свойств групп // Докл. АН СССР. 1955. Т. 103. С.533-535.
2. Адян С.И. Алгоритмические проблемы для групп и полугрупп / С.И. Адян, В.Г. Дурнев //Успехи матем. наук. 2000. Том 55. С.3-94.
3. Ахо А. Построение и анализ вычислительных алгоритмов. / А. Ахо, Дж. Хопкрофт, Дж. Ульман - М.: Мир, 1983.
4. Булос Дж. Вычислимость и логика./ Дж. Булос, Р. Джеффри - М.: Мир, 1994.
5. Глухов М.М. Задачи и упражнения по математической логике, дискретным функциям и теории алгоритмов: учеб. пособие для вузов / М. М. Глухов, О. А. Козлитин, В. А. Шапошников, А. Б. Шишков. СПб., Лань, 2008, 111 с.
6. Гэри М. Вычислительные машины и труднорешаемые задачи. / М. Гэри, Д. Джонсон - М.: Мир, 1979.
7. Дурнев, В. Г., Элементы теории множеств и математической логики : учеб. пособие для вузов / В. Г. Дурнев - Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2009, 411с.
8. Дурнев В. Г. Материалы по дисциплине "Теория алгоритмов и сложность вычислений" : метод. указания / В. Г. Дурнев - Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2010, 40с.
9. Дурнев В.Г. О позитивных формулах на свободных полугруппах //Сиб. матем. журн. 1974. Т. 25. С.1131-1137.
10. Дурнев В.Г. Неразрешимость позитивной $\forall\exists^3$ -теории свободной полугруппы //Сиб. матем. журн. 1995. Т. 36. С.1067-1080.
11. Дурнев В.Г. Об уравнениях на свободных полугруппах и группах //Матем. заметки. 1974. Т. 16. С.717-724.
12. Катленд Н. Вычислимость. Введение в теорию рекурсивных функций. М.: Мир, 1983.
13. Кормен, Т., Алгоритмы : построение и анализ : учеб. пособие / Т. Кормен, Ч. Лейзерсон, Р. Ривест, М., МЦНМО, 2001, 955с.
14. Маканин Г.С. К проблеме тождества в конечно-определенных полугруппах //Докл. АН СССР. 1966. Т. 171. С.285-287.
15. Маканин Г.С. Проблема разрешимости уравнений в свободной полугруппе //Мат. сб. 1977. Т. 103(145). С.147-236.
16. Манин Ю.И. Вычислимое и невычислимое. М.: Советское радио, 1979.
17. Марков А.А. Невозможность некоторых алгоритмов в теории ассоциативных систем // ДАН СССР. 1947. Том55. С.587-590.
18. Марков А.А. Неразрешимость проблемы гомеоморфии //Докл. АН СССР. 1958. Т. 121. С.218-220.
19. Марков А.А. К проблеме представимости матриц //Z. Math. Log. und Grundl. Math. 1958. Т. 4. С.157-168.

20. Марков А.А. Теория алгоритмов / А.А. Марков, Н.М. Нагорный - М.: Наука, 1984.
21. Марченков С.С. Неразрешимость позитивной $\forall\exists$ - теории свободной полугруппы //Сиб. мат. журн. 1982. Т. 32. С.196-198.
22. Матиясевич Ю.В. Простые примеры неразрешимых ассоциативных исчислений //Докл. АН СССР. 1967. Т. 173. С.1264-1266.
23. Матиясевич Ю.В. Диофантовость перечислимых множеств //Докл. АН СССР. 1970. Т. 130. С.495-498.
24. Мендельсон Э. Введение в математическую логику. М.: Наука, 1976.
25. Новиков П.С. Об алгоритмической неразрешимости проблемы тождества теории групп //Докл. АН СССР. 1952. Т. 85. С.709-712.
26. Семенов А.Л. Интерпретация свободных алгебр в свободных группах //ДАН СССР. 1980. Том252. С.1326-1332.
27. Трахтенброт Б.А. Алгоритмы и вычислительные автоматы. М.: Советское радио, 1974.
28. Цейтин Г.С. Относительно проблемы распознавания свойств ассоциативных исчислений //Докл. АН СССР. 1956. Т. 107. С.209-212.
29. Цейтин Г.С. Ассоциативное исчисление с неразрешимой проблемой эквивалентности //Труды матем. ин-та. АН СССР. 1958. Т. 52. С.172-189.
30. Ман Ф.К. Машины Тьюринга и рекурсивные функции./ Ф.К. Ман, Г.Д. Эббинхауз, К. Якобс, Г. Хермес - М.: Мир, 1972.
31. Churh A. An unsolvable problem of elementary number theory //Amer. J. Math. 1936. Vol.58. P.345-363.
32. Churh A. A note on the Entscheidungsproblem // J. SymbolicLogic. 1936. Vol.1. P.40-41.
33. Dehn M. Uber unendliche diskontinuerliche Gruppen //Math.Ann. 1911. Bd. 71. S.116-144.
34. Post, E. Intoduction to a general theory of elementary propositions //Amer. J. Math. 1921. Vol.43.P.163-185.
35. Post E.L. Finite combinatory processes - formulation 1 //Journal of Symbolic Logic. 1936. Vol.1. P.103-105.
36. Post E.L. A variant of a recursively unsolvable problem //Bull. Amer. Math. Soc. 1946. Vol.52. P.264-268.
37. Post E.L. Recursive unsolvability of a problem of Thue //J. Symbol Log. 1947. Vol.12. P.1-11.
38. Rado T. On non-computable functions //Bell System Technical Journal. 1962. P.877-884.
39. Quine W. Concatenation as a basis for arithmetic //J. Symbol Log. 1946. Vol.11. P.105-114.
40. Hall M.Jr. The word problem for semi-groups with two generators //J. Symbolic Logic, 1949. V. 14. P.115-118.
41. Thue A. Problem uder Veranderungen von Zeichenreihen nach gegebenen Regeln //Vid. Skr. Math.-natur. KI. 1914.
42. Tietze H. \ "Uber topologischen Invarianten mehrdimensionaler Mannigfaltigkeiten //Monatsh. Math. Phys. 1908. Vol.19. P.1-118.
43. Turing A.M. On computable numbers, with an application to the Entscheidungsproblem //Proceedings of London Mathematical Society. Ser. 2. 1936. Vol.42. P.230-265.
44. Scott D. A short recursively unsolvable problem (abstract) //J. Symbol. Log. 1956. Vol. 21. P.11-112.

Для подбора дополнительного материала, особенно при написании рефератов и выполнении курсовых работ рекомендуется использовать интернет-ресурсы, указанные в разделе 7.