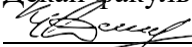


**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра информационных и сетевых технологий

УТВЕРЖДАЮ  
Декан факультета ИВТ  
 Д.Ю. Чалый  
« 23 » мая 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**«Методы оптимизации»**

**Направление подготовки**  
01.03.02 Прикладная математика и информатика

**Направленность (профиль)**  
«Программирование и технологии искусственного интеллекта»

**Квалификация выпускника**  
Бакалавр

**Форма обучения**  
очная

Программа рассмотрена на  
заседании кафедры  
от 11 апреля 2023 г.,  
протокол № 7

Программа одобрена НМК  
факультета ИВТ  
протокол № 6 от  
28 апреля 2023 г.

Ярославль

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями дисциплины «Методы оптимизации» являются приобретение знаний и умений в соответствии с ФГОС ВПО, содействие формированию мировоззрения и развитию способности понимать и применять в исследовательской и прикладной деятельности современный математический аппарат. Дисциплина должна обеспечивать развитие логического, эвристического и алгоритмического мышления у студентов.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Методы оптимизации» относится к обязательной части ОП бакалавриата.

При изучении курса «Методы оптимизации» необходимо предварительное изучение курсов «Математический анализ», «Алгебра и геометрия», «Дифференциальные уравнения».

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
<b>ОПК-5</b> Способен разрабатывать алгоритмы и компьютерные программы, пригодные для практического применения	<b>ОПК 5.1</b> Демонстрирует знания методов алгоритмизации, языков и технологий программирования, пригодных для практического применения.;  <b>ОПК – 5.2</b> Демонстрирует знания методов алгоритмизации, языков и технологий программирования, пригодных для практического применения.;	Знать: – теоретические основы методов оптимизации; методы построения и общие принципы анализа оптимизационных моделей различных процессов, возникающих на практике; Уметь: – использовать полученные теоретические знания для решения конкретных прикладных задач, производить математические расчеты в стандартных постановках, производить содержательный анализ результатов вычислений; Владеть навыками: – практическими навыками применения современных оптимизационных методов при анализе практических.

--	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 4 зач. ед., 144 академических часа.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1.	Классификация задач математического программирования. Понятие экстремальной задачи.	6	2	2				1	Задания для самостоятельной работы
2.	Теорема Фаркаша-Минковского. Вывод теоремы Гордана из теоремы Фаркаша-Минковского. Конус возможных направлений. Его внутренняя и внешняя аппроксимация.	6	2	2				1	Задания для самостоятельной работы
3.	Необходимые условия Куна–Таккера (линейный случай). Условия регулярности (линейность ограничений). Необходимые условия Куна–Таккера (нелинейный случай). Необходимые условия оптимальности в геометрической форме.	6	2	2		1		2	Задания для самостоятельной работы
4.	Необходимые условия оптимальности Куна-Таккера. Необходимые условия оптимальности Фритца-Джона. Теорема о замыкании конуса возможных направлений. Условия регулярности:	6	2	2				2	Задания для самостоятельной работы

	независимость градиентов активных ограничений; условие Слейтера; линейность ограничений.								
5.	Теорема Куна–Таккера (локальная форма). Теорема Куна–Таккера (нелокальная форма). Необходимые условия Куна–Таккера (выпуклый случай). Условие регулярности – условие Слейтера. Теорема Куна–Таккера для линейных ограничений. Теория двойственности нелинейного программирования.	6	2	2				2	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа 1
6.	Понятия базиса, базисного решения, б.д.р. и крайней точки (вершины). Элементарное преобразование б.д.р. (базиса и симплекс-таблицы). Симплекс – метод.	6	4	4		1		2	Задания для самостоятельной работы
7.	Двойственные задачи линейного программирования (ЛП). Эквивалентность понятий б.д.р. и вершины многогранного множества. Понятие вырожденного и невырожденного б.д.р.	6	2	2		1		2	Задания для самостоятельной работы
8.	Критерий разрешимости задачи ЛП	6	2	2				2	Задания для самостоятельной работы
9.	Первая и вторая теоремы двойственности линейного программирования. Понятие ребра многогранного множества.	6	2	2				1	Задания для самостоятельной работы
10.	Интерпретация неразрешимости задачи ЛП в с.-м. как перемещения из текущей вершины по неограниченному ребру в направлении убывания целевой функции. Элементарное преобразование базиса и с.-т. Представление об элементарном	6	2	2		1		2	Задания для самостоятельной работы

	преобразовании как движении из текущей вершины по ребру. Случай ограниченного ребра.								
11.	Метод искусственного базиса.	6	2	2		1		2	Задания для самостоятельной работы
12.	Анализ чувствительности: возмущение целевой функции и правых частей.	6	2	2				1	Задания для самостоятельной работы
13.	Анализ чувствительности: возмущение матрицы ограничений	6	2	2		1		1	Задания для самостоятельной работы
14.	Лексикографический двойственный симплекс - метод	6	2	2		1		2	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа 2
15.	Простейшая задача вариационного исчисления. Абсолютный, сильный, слабый экстремум. Необходимое условие слабого экстремума. Экстремали.	6	2	2				2	Задания для самостоятельной работы
16.	Частные случаи простейшей задачи вариационного исчисления. Задача о брахистохроне.	6	2	2				2	Задания для самостоятельной работы
17.	Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.	6	2	2				1	Задания для самостоятельной работы Контрольная работа 3
	<b>Всего за 6 семестр</b>		<b>36</b>	<b>36</b>		<b>7</b>	<b>36</b>	<b>29</b>	<b>Экзамен</b>
	<b>Всего</b>		<b>36</b>	<b>36</b>		<b>7</b>	<b>36</b>	<b>29</b>	

### Содержание разделов дисциплины:

#### Раздел 1. Математическое программирование

1. Классификация задач математического программирования. Понятие экстремальной задачи.
2. Теорема Фаркаша-Минковского. Вывод теоремы Гордана из теоремы Фаркаша-Минковского. Конус возможных направлений. Его внутренняя и внешняя аппроксимация.
3. Необходимые условия Куна–Таккера (линейный случай). Условия регулярности (линейность ограничений). Необходимые условия Куна–Таккера (нелинейный случай). Необходимые условия оптимальности в геометрической форме.
4. Необходимые условия оптимальности Куна-Таккера. Необходимые условия оптимальности Фритца-Джона. Теорема о замыкании конуса возможных направлений. Условия регулярности: независимость градиентов активных ограничений; условие Слейтера; линейность ограничений.

5. Теорема Куна–Таккера (локальная форма). Теорема Куна–Таккера (нелокальная форма). Необходимые условия Куна–Таккера (выпуклый случай). Условие регулярности – условие Слейтера. Теорема Куна–Таккера для линейных ограничений . Теория двойственности нелинейного программирования.

## **Раздел 2. Линейное программирование**

6. Понятия базиса, базисного решения, б.д.р. и крайней точки (вершины). Элементарное преобразование б.д.р. (базиса и симплекс-таблицы). Симплекс – метод.
7. Двойственные задачи линейного программирования (ЛП). Эквивалентность понятий б.д.р. и вершины многогранного множества. Понятие вырожденного и невырожденного б.д.р.
8. Критерий разрешимости задачи ЛП.
9. Первая и вторая теоремы двойственности линейного программирования. Понятие ребра многогранного множества.
10. Интерпретация неразрешимости задачи ЛП в с.-м. как перемещения из текущей вершины по неограниченному ребру в направлении убывания целевой функции. Элементарное преобразование базиса и с.-т. Представление об элементарном преобразовании как движении из текущей вершины по ребру. Случай ограниченного ребра.
11. Метод искусственного базиса.
12. Анализ чувствительности: возмущение целевой функции и правых частей.
13. Анализ чувствительности: возмущение матрицы ограничений.
14. Лексикографический двойственный симплекс - метод.

## **Раздел 3. Вариационное исчисление.**

15. Простейшая задача вариационного исчисления. Абсолютный, сильный, слабый экстремум. Необходимое условие слабого экстремума. Экстремали.
16. Частные случаи простейшей задачи вариационного исчисления. Задача о брахистохроне.
17. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

**6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;
- компиляторы с высокоуровневых языков программирования;
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ– Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **а) основная:**

1. Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи.: учеб. пособие для вузов. / Э. М. Галеев; Науч.-метод. совет по математике и механике УМО ун-тов РФ - 4-е изд. - М.: URSS; Либроком, 2012. - 335 с.
2. Горлач Б. А. Исследование операций: учеб. пособие для вузов. / Б. А. Горлач - СПб.: Лань, 2013. - 441 с.
3. Методы оптимизации : метод. указания / сост. Н. В. Легков ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 32с
4. Методы оптимизации : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / под ред. Ф. П. Васильева, М., Юрайт, 2016, 375 с.
5. Методы оптимизации [Электронный ресурс] : метод. указания / сост. Н. В. Легков; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 32с.  
<http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20080401.pdf>
5. Методы оптимизации : учебник и практикум для вузов / Ф. П. Васильев, М. М. Потапов, Б. А. Будаков, Л. А. Артемьева ; под редакцией Ф. П. Васильева. — Москва : Издательство Юрайт, 2020. — 375 с. — (Высшее образование). — ISBN 978-5-9916-6157-7. — Текст : электронный // Образовательная платформа Юрайт [сайт]. — URL: <https://urait.ru/bcode/450435>

### **б) дополнительная:**

1. Саати Томас Л. Целочисленные методы оптимизации и связанные с ними экстремальные проблемы. / Т. Л. Саати; пер. с англ - М.: Мир, 1973. - 302 с.
2. Заславский Ю. Л. Сборник задач по линейному программированию: учеб. пособие для вузов. / Ю. Л. Заславский; М-во высш. и среднего спец. образования - М.: Наука, 1969. - 256 с.

### **в) ресурсы сети «Интернет»**

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://www.edu.ru> (раздел Учебно-методическая библиотека) или по прямой ссылке <http://window.edu.ru/library>).
3. Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб . пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, 115с.  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)
4. Электронно-библиотечная система «Юрайт»( <https://urait.ru/> ).
5. Электронно-библиотечная система «Лань»( <https://e.lanbook.com/>).

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Аудитории, оборудованные для проведения лекций, практических занятий и консультаций, фонд библиотеки, компьютерная техника.

### **Автор(ы) :**

Старший преподаватель кафедры  
информационных и сетевых технологий

\_\_\_\_\_ Н.В. Легков



**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Методы оптимизации»  
Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации**

**Задания для самостоятельной работы**

**Задания по теме № 1** Классификация задач математического программирования. Понятие экстремальной задачи.

Задания для самостоятельного решения: с.9 № 1.1-1.9, с.11-12 № 1.1-1.3, 2.1-2.2 из учебного пособия

Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 2** Теорема Фаркаша-Минковского. Вывод теоремы Гордана из теоремы Фаркаша-Минковского. Конус возможных направлений. Его внутренняя и внешняя аппроксимация.

Задания для самостоятельного решения: с.16-17 № 1.1-1.6, 2-5 из учебного пособия

Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 3** Необходимые условия Куна–Таккера (линейный случай). Условия регулярности (линейность ограничений). Необходимые условия Куна–Таккера (нелинейный случай). Необходимые условия оптимальности в геометрической форме.

Задания для самостоятельного решения: с.19-20 № 1-15 из учебного пособия

Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 4** Необходимые условия оптимальности Куна-Таккера. Необходимые условия оптимальности Фритца-Джона. Теорема о замыкании конуса возможных направлений. Условия регулярности: независимость градиентов активных ограничений; условие Слейтера; линейность ограничений.

Задания для самостоятельного решения: с.21-22 № 1-15, 16а)в)д)ж)и), 17а)в)д)ж)и), 18б)из учебного пособия

Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 5** Теорема Куна–Таккера (локальная форма). Теорема Куна–Таккера (нелокальная форма). Необходимые условия Куна–Таккера (выпуклый случай). Условие

регулярности – условие Слейтера. Теорема Куна–Таккера для линейных ограничений .  
Теория двойственности нелинейного программирования.

Задания для самостоятельного решения: с.25-26 № 1-11 из учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и  
задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 6** Понятия базиса, базисного решения, б.д.р. и крайней точки  
(вершины). Элементарное преобразование б.д.р. (базиса и симплекс-таблицы). Симплекс –  
метод.

Задания для самостоятельного решения: с.28-29 № 1.1-1.5, с.32-33 № 2.1-2.4 из  
учебного пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и  
задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 7** Двойственные задачи линейного программирования (ЛП).  
Эквивалентность понятий б.д.р. и вершины многогранного множества. Понятие  
вырожденного и невырожденного б.д.р.

Задания для самостоятельного решения: с.59-59 № 4.28-4.50 из учебного пособия  
Заславский Ю. Л. Сборник задач по линейному программированию: учеб. пособие  
для вузов. / Ю. Л. Заславский; М-во высш. и среднего спец. образования - М.: Наука,  
1969

**Задания по теме № 8** Критерий разрешимости задачи ЛП.

Задания для самостоятельного решения: с.36-37 № 1.1-1.2, 2.1-2.3 из учебного  
пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и  
задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 9** Первая и вторая теоремы двойственности линейного  
программирования. Понятие ребра многогранного множества.

Задания для самостоятельного решения: с.42-43 № 1.1-1.2, 2.1-2.7 из учебного  
пособия  
Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и  
задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003,  
(<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 10** Интерпретация неразрешимости задачи ЛП в с.-м. как  
перемещения из текущей вершины по неограниченному ребру в направлении убывания  
целевой функции. Элементарное преобразование базиса и с.-т. Представление об  
элементарном преобразовании как движении из текущей вершины по ребру. Случай  
ограниченного ребра.

Задания для самостоятельного решения: с.45 № 1-3 из учебного пособия

Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 11** Метод искусственного базиса.

Задания для самостоятельного решения: с.53 № 1-6 из учебного пособия Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 12** Анализ чувствительности: возмущение целевой функции и правых частей.

Задания для самостоятельного решения: с.60-61 № 1-6 из учебного пособия Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 13** Анализ чувствительности: возмущение матрицы ограничений.

Задания для самостоятельного решения: с.63-64 № 1.1-1.3, 2.1-2.2 из учебного пособия Ларин Р. М. , Плясунов А. В. , Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 14** Лексикографический двойственный симплекс - метод.

Задания для самостоятельного решения: с.64-65 № 3-5, с.66 № 1-3 из учебного пособия Ларин Р. М. , Плясунов А. В., Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)

**Задания по теме № 15** Простейшая задача вариационного исчисления. Абсолютный, сильный, слабый экстремум. Необходимое условие слабого экстремума. Экстремали.

Задания для самостоятельного решения: с.185-187 № 1.1-1.25 из учебного пособия Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи.: учеб. пособие для вузов. / Э. М. Галеев; Науч.-метод. совет по математике и механике УМО ун-тов РФ - 4-е изд. - М.: URSS; Либроком, 2012.

**Задания по теме № 16** Частные случаи простейшей задачи вариационного исчисления. Задача о брахистохроне.

Задания для самостоятельного решения: с.187-189 № 1.26-1.52 из учебного пособия Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи.: учеб. пособие для вузов. / Э. М. Галеев; Науч.-метод. совет по математике и механике УМО ун-тов РФ - 4-е изд. - М.: URSS; Либроком, 2012.

**Задания по теме № 17** Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.

Задания для самостоятельного решения: с.195 № 2.1-2.5, из учебного пособия  
Галеев Э. М. Оптимизация: теория, примеры, задачи.: учеб. пособие для вузов. / Э.  
М. Галеев; Науч.-метод. совет по математике и механике УМО ун-тов РФ - 4-е изд. -  
М.: URSS; Либроком, 2012.

### Типовой вариант контрольной работы №1

Решить методом Лагранжа:

1.  $x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \min$

$$(x_1^2 - 1) + x_2^2 = 4$$

2.  $x_1 x_2 x_3 \rightarrow \max$

$$x_1 \geq 1$$

$$x_2 \geq 1$$

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 8$$

### Типовой вариант контрольной работы №2

1. Решить графически.

$$f(x) = -x_1 - x_2 - x_3$$

$$x_4 + 4x_5 \rightarrow \min 3x_1 +$$

$$x_2 + x_3 - 6x_5 = 7$$

$$2x_1 + x_2 + 3x_3 + 3x_4 - 7x_5 = 10$$

$$-3x_1 + x_2 + x_3 - 6x_4 = 1$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5$$

2. Решить симплекс-методом, находя начальную точку методом искусственного базиса.

$$f(x) = x_1 - x_2 - x_3 - x_4 - 3x_5 \rightarrow \min$$

$$2x_1 + 2x_2 + x_4 + x_5 = 3$$

$$3x_1 - x_2 + 2x_3 - 2x_5 = 1$$

$$-3x_1 + 2x_2 - x_4 + 2x_5 = 1$$

$$x_j \geq 0, j = 1, \dots, 5$$

### Типовой вариант контрольной работы №3

1. Найти экстремали функционала, удовлетворяющие указанным граничным условиям:

$$J(y) = \int_0^b \dot{y} \dot{y} \dot{y}$$

2. Материальная точка перемещается вдоль плоской кривой  $y=y(x)$ , соединяющей точки  $M_0(0, 0)$  и  $M_1(1, 1)$  со скоростью  $v=x$ . Найти гладкую кривую, время движения вдоль которой из точки  $M_0$  в точку  $M_1$  будет минимальным.

## Список вопросов к экзамену

1. Классификация задач математического программирования. Понятие экстремальной задачи.
2. Теорема Фаркаша-Минковского. Вывод теоремы Гордана из теоремы Фаркаша-Минковского. Конус возможных направлений. Его внутренняя и внешняя аппроксимация.
3. Необходимые условия Куна–Таккера (линейный случай). Условия регулярности (линейность ограничений).
4. Необходимые условия Куна–Таккера (нелинейный случай). Необходимые условия оптимальности в геометрической форме.
5. Необходимые условия оптимальности Куна-Таккера. Необходимые условия оптимальности Фритца-Джона.
6. Теорема о замыкании конуса возможных направлений. Условия регулярности: независимость градиентов активных ограничений; условие Слейтера; линейность ограничений.
7. Теорема Куна–Таккера (локальная форма).
8. Теорема Куна–Таккера (нелокальная форма).
9. Необходимые условия Куна–Таккера (выпуклый случай).
10. Условие регулярности – условие Слейтера. Теорема Куна–Таккера для линейных ограничений .
11. Теория двойственности нелинейного программирования.
12. Понятия базиса, базисного решения, б.д.р. и крайней точки (вершины). Элементарное преобразование б.д.р. (базиса и симплекс-таблицы). Симплекс – метод.
13. Двойственные задачи линейного программирования (ЛП). Эквивалентность понятий б.д.р. и вершины многогранного множества. Понятие вырожденного и невырожденного б.д.р.
14. Критерий разрешимости задачи ЛП.
15. Первая и вторая теоремы двойственности линейного программирования. Понятие ребра многогранного множества
16. Интерпретация неразрешимости задачи ЛП в с.-м. как перемещения из текущей вершины по неограниченному ребру в направлении убывания целевой функции. Элементарное преобразование базиса и с.-т. Представление об элементарном преобразовании как движении из текущей вершины по ребру. Случай ограниченного ребра.
17. Метод искусственного базиса.
18. Анализ чувствительности: возмущение целевой функции и правых частей.
19. Анализ чувствительности: возмущение матрицы ограничений.
20. Лексикографический двойственный симплекс - метод.
21. Простейшая задача вариационного исчисления. Абсолютный, сильный, слабый экстремум. Необходимое условие слабого экстремума. Экстремали.
22. Частные случаи простейшей задачи вариационного исчисления. Задача о брахистохроне.
23. Обобщения простейшей задачи вариационного исчисления.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

*Пороговый уровень* - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

*Продвинутый уровень* - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

*Высокий уровень* - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>						
ОПК-1	Контрольные работы 1-3. Экзамен.	1-3	Знание основных понятий и принципов математического моделирования. Умение работать с научной литературой и другими источниками научно-технической информации: правильно читать математические символы; воспринимать и осмысливать информацию, содержащую математические термины.	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Знать основные понятия и принципы математического моделирования.</li> <li>– Уметь работать с научной литературой и другими источниками научно-технической информации: правильно читать математические символы; воспринимать и осмысливать информацию, содержащую математические термины.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Знать основные методологические подходы к решению математических задач, возникающих в ходе практической деятельности</li> <li>– Уметь работать с научной литературой и другими источниками научно-технической информации: правильно понимать смысл текстов, описывающих математические методы и модели в профессиональной сфере</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Знать этапы формализации прикладных задач с использованием системного подхода и методов экономико-математического моделирования</li> </ul>
	Индивидуальные задания	1-3	Владение навыками применения базового	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть навыками применения</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Владеть навыками работы с</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>– Уметь применять системный подход и</li> </ul>



	№1-17. Экзамен.		инструментария методов оптимизации для решения теоретических и практических задач	базового инструментария методов оптимизации для решения теоретических и практических задач	математическими методами и моделями оптимизации в рамках своей профессиональной деятельности	математические методы в формализации решения прикладных задач – Владеть навыками применения системного подхода и математических методов в формализации решения прикладных задач
--	--------------------	--	---	--	--	--

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;

- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Методы оптимизации»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Методы оптимизации» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе изучения курса лежит довольно сложный математический аппарат, с помощью которого решаются довольно серьезные задачи. По большому числу тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка навыков работы с математическим аппаратом.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы информатики. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз проработать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях и практических занятиях или немного более сложные, которые являются результатом объединения нескольких базовых задач.

Для проверки и контроля усвоения теоретического материала, приобретенных практических навыков работы с аппаратом современной информатики, в течение семестра проводятся мероприятия текущей аттестации в виде 3-х контрольных работ по итогам изучения материала каждого раздела курса. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для самостоятельной работы, которые вызвали затруднения.

В конце семестра предусмотрен экзамен. Экзамен проводится в письменной форме и включает в себя теоретический вопрос и 3 практических задания, по одному на каждый раздел курса. Задания сходны с заданиями из контрольных работ. На самостоятельную подготовку к экзамену выделяется 3-4 дня, во время подготовки к экзамену предусмотрена групповая консультация.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Методы оптимизации» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать экзамен по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

## Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

При самостоятельной работе рекомендуется использовать учебную литературу с подробно разобранными решениями задач. К таким можно отнести следующие издания:

1. Заславский Ю. Л. Сборник задач по линейному программированию: учеб. пособие для вузов. / Ю. Л. Заславский; М-во высш. и среднего спец. образования - М.: Наука, 1969. - 256 с.
2. Ларин Р. М., Плясунов А. В., Пяткин А. В. Методы оптимизации. Примеры и задачи: Учеб. пособие / Новосиб. ун-т. Новосибирск, 2003, 115с. (<http://www.math.nsc.ru/LBRT/k5/Plyasunov/opt-2.html>)
3. Методы оптимизации : метод. указания / сост. Н. В. Легков ; Яросл. гос. ун-т, Ярославль, ЯрГУ, 2008, 32с
4. Методы оптимизации : учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / под ред. Ф. П. Васильева, М., Юрайт, 2016, 375 с.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

**1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online»** ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

**2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам"** (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" создана по заказу Федерального агентства по образованию в 2005-2008 гг. Главной разработчик проекта - Федеральное государственное автономное учреждение Государственный научно-исследовательский институт информационных технологий и телекоммуникаций (ФГАУ ГНИИ ИТТ "Информика") [www.informika.ru](http://www.informika.ru).

ИС "Единое окно" объединяет в единое информационное пространство электронные ресурсы свободного доступа для всех уровней образования в России. Разделы этой системы:

- **Электронная библиотека** – является крупнейшим в российском сегменте Интернета хранилищем полнотекстовых версий учебных, учебно-методических и научных материалов с открытым доступом. Библиотека содержит более 30 000 материалов, источниками которых являются более трехсот российских вузов и других образовательных и научных учреждений. Основу наполнения библиотеки составляют электронные версии учебно-методических материалов, подготовленные в вузах, прошедшие рецензирование и рекомендованные к использованию советами факультетов, учебно-методическими комиссиями и другими вузовскими структурами, осуществляющими контроль учебно-методической деятельности.

- **Интегральный каталог образовательных интернет-ресурсов** содержит представленные в стандартизированной форме метаданные внешних ресурсов, а также

содержит описания полнотекстовых публикаций электронной библиотеки. Общий объем каталога превышает 56 000 метаописаний (из них около 25 000 - внешние ресурсы). Расширенный поиск в "Каталоге" осуществляется по названию, автору, аннотации, ключевым словам с возможной фильтрацией по тематике, предмету, типу материала, уровню образования и аудитории.

- **Избранное.** В разделе представлены подборки наиболее содержательных и полезных, по мнению редакции, интернет-ресурсов для общего и профессионального образования.

- **Библиотеки вузов.** Раздел содержит подборки сайтов вузовских библиотек, электронных каталогов библиотек вузов и полнотекстовых электронных библиотек вузов.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

**1. Личный кабинет** ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

**2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

**3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»** ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.