

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра компьютерных сетей

УТВЕРЖДАЮ

Декан факультета ИВТ

 Д.Ю. Чалый

« 24 » мая 2022 г.

**Рабочая программа дисциплины**

«Локальные методы анализа динамических систем»

**Направление подготовки**

01.04.02 Прикладная математика и информатика

**Направленность (профиль)**

«Математические основы искусственного интеллекта»

**Квалификация выпускника**

Магистр

**Форма обучения**

очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от «22» марта 2022 г.,  
протокол № 7

Программа одобрена НМК  
факультета ИВТ  
протокол № 6 от  
«18» апреля 2022 г. года

Ярославль



### 1. Цели освоения дисциплины

Дисциплина «Локальные методы анализа динамических систем» знакомит магистрантов с ключевыми методами нелинейной динамики – асимптотическими. Цель преподавания этой дисциплины – добиться осмысленного понимания магистрантами современных парадигм математического моделирования, проблем, актуальных для настоящего этапа ее развития. Образовательные задачи включают в себя усвоение магистрантами новейших концепций по различным отраслям применения нелинейной динамики.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП магистратуры

Дисциплина «Локальные методы анализа динамических систем» относится к вариативной части ОП бакалавриата.

Для освоения данной дисциплиной студенты должны обладать знаниями по математическому анализу, дифференциальным уравнениям, линейной алгебре и уравнениям математической физики, проявлять настойчивость, целеустремленность и инициативу в процессе обучения.

Полученные в рамках дисциплины «Локальные методы анализа динамических систем» знания способствуют формированию мировоззрения и развитию математического мышления, а также дальнейшему развитию навыков научно-исследовательской деятельности.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП магистратуры

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Формируемая компетенция (код и формулировка)	Индикатор достижения компетенции (код и формулировка)	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ОПК-2 Способен совершенствовать и реализовывать новые математические методы решения прикладных задач	ОПК – 2.1 Знает основные задачи и математические методы, методы построения и анализа математических моделей;  ОПК – 2.2 Умеет выбрать, адаптировать и использовать математические методы для разработки и реализации алгоритмов решения прикладных задач	<b>Знать:</b> – понятие ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем, – понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности, – понятие информационной размерности. <b>Уметь:</b> – численно определять ляпуновскую размерность простейших динамических систем с хаотическим поведением <b>Владеть:</b> – навыками методологически грамотного осмысления

		конкретно-научных проблем.
--	--	----------------------------

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 2 зач. ед., 72 акад. час.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			Контактная работа						
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
1	Разностные уравнения и сеточные модели в численном моделировании непрерывных систем.		1	1				3	
2	Линейные разностные уравнения и системы.		1	1				3	
3	Устойчивость неподвижных точек разностных уравнений и систем.		1	1				3	
4	Качественный анализ систем с дискретным временем		1	1				3	
5	Нормализация систем с дискретным временем		1	1				3	
6	Фазовый портрет простейших нелинейных отображений. Компьютерный анализ.		1	1				3	
7	Критические случаи в задаче об устойчивости неподвижной точки (Коразмерность 1).		1	1				3	
8	Критические случаи в задаче об устойчивости неподвижной точки (Коразмерность 2)		1	1				3	

9	Нормальная форма двумерного отображения в окрестности критической точки коразмерности 1 и 2.		1	1				3	
10	Построение нормальных форм двумерных непрерывных динамических систем.		1	1				3	
11	Экономный метод построения нормальной формы		1	1				3	
12	Хаотическое поведение решений простейших унимодальных отображений. Фейгенбаумовский сценарий возникновения хаоса.		1	1					
13	Числовые характеристики хаотических аттракторов динамических систем.		1	1				0,7	
14	Функция плотности распределения аттрактора динамической системы. Уравнение Фробениуса-Перрона.		1	1					
15	Понятие ляпуновской размерности для динамических систем с непрерывным и дискретным временем.		0,5	0,5					
16	Алгоритм оценки ляпуновской размерности.		0,5	0,5					
17	Корреляционный интеграл, корреляционная размерность. Оценки обобщенной энтропии по временным рядам.		0,5	0,5					
18	Вероятностные оценки размерности странного аттрактора. Емкостная и информационная размерности.		2	2				3	Контрольная работа. Реферат.
<b>Всего за 2 семестр</b>			<b>18</b>	<b>18</b>				<b>33,7</b>	<b>Зачет</b>

Всего	18	18				33,7
-------	----	----	--	--	--	------

### Содержание разделов дисциплины:

**Тема 1.** Разностные уравнения и сеточные модели в численном моделировании непрерывных систем.

**Тема 2.** Линейные разностные уравнения и системы.

**Тема 3.** Устойчивость неподвижных точек разностных уравнений и систем.

**Тема 4.** Качественный анализ систем с дискретным временем

**Тема 5.** Фазовый портрет простейших нелинейных отображений. Компьютерный анализ.

**Тема 6.** Критические случаи в задаче об устойчивости неподвижной точки (Коразмерность 1).

**Тема 7.** Критические случаи в задаче об устойчивости неподвижной точки (Коразмерность 2)

**Тема 8.** Нормальная форма двумерного отображения в окрестности критической точки коразмерности 1 и 2.

**Тема 9.** Построение нормальных форм динамических систем. Случай двумерных систем с непрерывным временем. Случай двумерных отображений.

**Тема 10.** Построение нормальных форм двумерных непрерывных динамических систем.

**Тема 11.** Экономный метод построения нормальной формы

**Тема 12.** Хаотическое поведение решений простейших унимодальных отображений. Фейгенбаумовский сценарий возникновения хаоса.

**Тема 13.** Числовые характеристики хаотических аттракторов динамических систем.

**Тема 14.** Функция плотности распределения аттрактора динамической системы. Уравнение Фробениуса-Перрона.

**Тема 15.** Понятие ляпуновской размерности для динамических систем с непрерывным и дискретным временем.

**Тема 16.** Алгоритм оценки ляпуновской размерности.

**Тема 17.** Корреляционный интеграл, корреляционная размерность. Оценки обобщенной энтропии по временным рядам.

**Тема 18.** Вероятностные оценки размерности странного аттрактора. Емкостная и информационная размерности.

### 5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

Вводная лекция – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

Академическая лекция (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность,

убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

Практическое занятие – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

#### **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

– для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации, для разработки документов, презентаций, для работы с электронными таблицами программы OfficeStd 2013 RUS OLP NL Acdmc 021-10232, LibreOffice (свободное), издательская система LaTeX;

- специальный программный комплекс Tracer3, предназначенный для иллюстрации и исследования систем обыкновенных дифференциальных уравнений и уравнений с запаздывающим аргументом;

– для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

#### **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

а) основная:

1. Кроновер, Р.М. Фракталы и хаос в динамических системах / Р.М. Кроновер. – М.: Постмаркет, 2000.

б) дополнительная:

1. Глызин, С.Д. Методы компьютерной графики в качественной теории динамических систем на плоскости: учеб. пособие / С.Д. Глызин; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 1992.
2. Шустер, Г. Детерминированный хаос. Введение. / Г. Шустер. – М.: Мир, 1988.
3. Турбин, А.Ф. Фрактальные множества, функции, распределения / А.Ф. Турбин, Н.В. Працевитый. – Киев: Наукова думка, 1992.
4. Странные аттракторы. / Под. Ред. Я. Г. Синая и Л. П. Шильникова. М.: Мир, 1981.
5. Якобсон, М.В. Эргодическая теория одномерных отображений. // Современные проблемы математики. Т.2. / М.В. Якобсон– М.: ВИНТИ, 1985. С. 204-232.
6. Малинецкий, Г.Г. Современные проблемы нелинейной динамики. / Г.Г. Малинецкий, А.Б. Потапов. – М.: УРСС, 2002.
7. Гукенхеймер, Д. Нелинейные колебания, динамические системы и бифуркации векторных полей / Д. Гукенхеймер, Ф. Холмс. – Москва-Ижевск: Ин-т компьютерных исследований, 2002.
8. Арнольд, В.И. Дополнительные главы теории обыкновенных дифференциальных уравнений / В.И. Арнольд. М.: Наука. 1978.
9. Глызин, С.Д. Численные методы анализа динамических систем: учеб. пособие / С.Д. Глызин; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2002.
10. Глызин, С.Д. Локальные методы анализа динамических систем: учебное пособие / С.Д. Глызин, А.Ю. Колесов; Яросл. гос. ун-т. – Ярославль: ЯрГУ, 2006.

в) ресурсы сети «Интернет»

1. Через библиотеку ЯрГУ осуществляется доступ к диссертационным исследованиям, а также зарубежным базам данных (в периоды, когда доступ предоставляется библиотеке безвозмездно их владельцами).

2. Поисковые системы представлены в виде Yandex, Google, Rambler и т.д.

3. Электронно-библиотечная система «Юрайт»( <https://urait.ru/> ).

4. Электронно-библиотечная система «Лань»( <https://e.lanbook.com/>).

### **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

- специальные помещения:
  - учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);
  - учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
  - учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
  - помещения для самостоятельной работы;
  - помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров)– списочному составу группы обучающихся.

- фонд библиотеки.
- компьютерная техника.

#### **Автор(ы) :**

профессор каф. компьютерных сетей,  
д. ф.-м. н.

\_\_\_\_\_ С.Д. Глызин



**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Локальные методы анализа динамических систем»  
Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1. Контрольные задания и иные материалы, используемые в процессе текущей аттестации**

**Задания для самостоятельной работы**

**Задача 1.** *На плоскости параметров  $\alpha, \beta$  системы*

$$\begin{aligned}\dot{x} &= x - 2y + \alpha x(x^2 + y^2), \\ \dot{y} &= x - y + \beta xy - y(x^2 + y^2),\end{aligned}\tag{1.59}$$

*построить область, для которой реализуется бифуркация Андронова-Хопфа.*

**Задача 2.** *Определить положительные значения параметров системы Лоренца*

$$\begin{aligned}\dot{x} &= \sigma(y - x), \\ \dot{y} &= rx - y - xz, \\ \dot{z} &= -bz + xy,\end{aligned}\tag{1.60}$$

*при которых происходит бифуркация Андронова-Хопфа.*

$$\begin{aligned}z_1' &= \gamma_1 z_1 + (d_{11} z_1^2 + d_{12} z_2^2) z_1, \\ z_2' &= \gamma_2 z_2 + (d_{21} z_1^2 + d_{22} z_2^2) z_2,\end{aligned}\tag{1.65}$$

где  $\gamma_j = (A_1 a_j, b_j)$ ,  $d_{jk} = (F_3(a_j, a_k, a_k) + F_3(a_k, a_j, a_k) + F_3(a_k, a_k, a_j), b_j)$ ,  $d_{jj} = (F_3(a_j, a_j, a_j), b_j)$ ,  $j, k = 1, 2, j \neq k$ . Отметим, что функции  $z_j(\tau)$  в данном случае вещественные.

**Задача 3.** *Выделите класс ненулевых квадратичных нелинейностей  $F_2(x, x)$ , для которых нормальная форма задачи (1.1), с нулевым собственным числом кратности два, имеет вид (1.65)*

**Задача 4.** В предположении, что  $F_2(x, x) \neq 0$ , выполните в (1.1) замену

$$x = \varepsilon(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)a_2) + \varepsilon^2 x_1(t, \tau) + \dots, \quad \tau = \varepsilon t. \quad (1.66)$$

С помощью замены (1.66) решите следующие задачи:

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).
2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.

**Задача 5.** В предположении, что  $F_2(x, x) \neq 0$ , выполните в (1.1) замену

$$x = \varepsilon(z_1(\tau)a_1 + z_2(\tau)e^{i\omega t}a_2 + \bar{z}_2(\tau)e^{-i\omega t}\bar{a}_2) + \varepsilon^2 x_1(t, \tau) + \dots, \quad \tau = \varepsilon t. \quad (1.71)$$

С помощью замены (1.71) решите следующие задачи:

1. Постройте нормальную форму задачи (1.1).
2. Найдите состояния равновесия полученной нормальной формы и исследуйте их на устойчивость.

$$\begin{aligned} \dot{\xi}_1 &= \gamma_{11}\xi_1 + k_1\xi_1\xi_2 \cos(\psi + \delta_1) + (b_{11}\xi_1^2 + b_{12}\xi_2^2)\xi_1, \\ \dot{\xi}_2 &= \gamma_{21}\xi_2 + k_2\xi_2\xi_1 \cos(\psi - \delta_2) + (b_{21}\xi_1^2 + b_{22}\xi_2^2)\xi_2, \\ \dot{\psi}_1 &= \delta - 2k_1\xi_2 \sin(\psi + \delta_1) - k_2\xi_2 \sin(\psi - \delta_2) + c_1\xi_1^2 + c_2\xi_2^2, \end{aligned} \quad (1.99)$$

**Задача 6.** Найти состояния равновесия системы (1.99) и исследовать их на устойчивость.

**Задача 7.** При фиксированных значениях параметров численно построить устойчивые траектории системы (1.99).

**Задача 8.** Изучить численными методами изменения фазового портрета системы (1.99) при изменении одного из ее параметров и фиксированных остальных.

$$\begin{aligned} z_1' &= \alpha_1 z_1 + \beta_1 \bar{z}_1 z_2, \\ z_2' &= \alpha_2 z_2 + \beta_2 \bar{z}_1^2. \end{aligned} \quad (1.106)$$

Здесь  $\alpha_1 = (A_1 a_1, b_1)$ ,  $\alpha_2 = (A_1 a_2, b_2)$ ,  $\beta_1 = (F_{20}(\bar{a}_1, a_2) + F_{20}(a_2, \bar{a}_1), b_1)$ ,  $\beta_2 = (F_{20}(a_1, a_1), b_2)$ .

**Задача 9.** Изучить качественное поведение системы (1.106) при различных значениях входящих параметров.

**Задача 10.** Построить следующее по порядку малости приближение нормальной формы (1.106).

**Задача 11.** Докажите, что корни квазимногочлена  $\lambda + \frac{\pi}{2}e^{-\lambda}$  лежат в левой комплексной полуплоскости за исключением одной пары  $\pm i\frac{\pi}{2}$ .

### Типовой вариант контрольной работы

1. Алгоритм метода нормальных форм. Бифуркация Андронова-Хопфа.
2. Динамика системы Лоренца.
3. Статистические методы числовой обработки данных (корреляционная и ковариационная функции)
4. Спектральная функция. Алгоритм Кули-Тьюки быстрого преобразования Фурье.
5. Хаотическое поведение решений простейших унимодальных отображений. Фейгенбаумовский сценарий возникновения хаоса (на примере логистического отображения).
6. Функция плотности распределения аттрактора динамической системы. Уравнение Фробениуса-Перрона. неподвижные точки оператора Фробениуса-Перрона.
7. Хаос в простейших отображениях, сохраняющих площадь. Отображение пекаря, отображение Арнольда.
8. Подкова Смейла.
9. Сечение и отображение Пуанкаре. Особенности численного построения сечений и отображения.
10. Геометрические характеристики аттракторов динамических систем. Фракталы. Емкостная размерность.
11. Понятие ляпуновской размерности для динамических систем с непрерывным и дискретным временем.
12. Алгоритм оценки ляпуновской размерности. Оценка старшего ляпуновского показателя. Время вычислений и точность результатов.
13. Корреляционный интеграл, корреляционная размерность.
14. Гомоклинические траектории. Функция Мельникова.
15. Сценарии перехода к хаосу.
16. Усреднение в задаче о маятнике с выбирующей точкой подвеса.
17. Теорема Шильникова.

### Критерии оценивания самостоятельной, контрольной работы

«Отлично» (5 баллов) – ставится за работу, выполненную полностью без ошибок и недочетов.

«Хорошо» (4 балла) – ставится за работу, выполненную полностью, но при наличии в ней не более одной ошибки и одного недочета, или не более трех недочетов.

«Удовлетворительно» (3 балла) – ставится за работу, если обучающийся правильно выполнил не менее 2/3 всей работы.

«Неудовлетворительно» (0 баллов) – ставится за работу, если число ошибок и недочетов превысило норму для оценки «3» или правильно выполнено менее 2/3 всей работы.

### Примерные темы рефератов:

1. Асимптотические методы малого параметра в задачах нейродинамики.
2. Метод большого параметра в задачах нейродинамики.
3. Уравнения с запаздыванием в экологических приложениях.
4. Асимптотические методы в исследовании динамики полупроводникового лазера.
5. Математические основы теории катастроф и детерминированного хаоса.

6. Детектирование хаотических режимов в динамике экономических рядов: методы и примеры их приложений.
7. Численные методы анализа цепочек и решеток осцилляторов.
8. Бифуркация голубого неба, теорема Шильникова
9. Энтропийные показатели массивов экспериментальных данных.
10. Вычисление инвариантных размерностных показателей.
11. Усреднение и задачи о маятниках с вибрационным воздействием.

### Критерии оценивания реферативной работы студента

Критериями оценки реферата являются: новизна текста, обоснованность выбора источников литературы, степень раскрытия сущности вопроса, соблюдения требований к оформлению.

Оценка «отлично»: выполнены все требования к написанию реферата: обозначена проблема и обоснована ее актуальность, сделан анализ различных точек зрения на рассматриваемую проблему и логично изложена собственная позиция; сформулированы выводы, тема раскрыта полностью, выдержан объем; соблюдены требования к внешнему оформлению.

Оценка «хорошо»: основные требования к реферату выполнены, но при этом допущены недочеты. В частности, имеются неточности в изложении материала; отсутствует логическая последовательность в суждениях; не выдержан объем реферата; имеются упущения в оформлении.

Оценка «удовлетворительно»: имеются существенные отступления от требований к реферированию. В частности: тема освещена лишь частично; допущены фактические ошибки в содержании реферата; отсутствуют выводы.

Оценка «неудовлетворительно»: тема реферата не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы или реферат не представлен вовсе.

### **Список заданий к экзамену**

Экзамен заключается в решении четырех задач по темам, раскрываемых в рамках дисциплины. Задания аналогичны тем, которые даются в качестве контрольной работы.

Критерии оценивания экзамена:

*«2» - плохо:*

Студент не понял смысла текста (задачи), не смог выполнить задания. На заданные экзаменатором вопросы ответил неудовлетворительно, не продемонстрировал сформированность требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

*«3» - удовлетворительно:*

Студент понял смысл текста (задачи), но смог выполнить задание лишь после дополнительных вопросов, предложенных экзаменатором. При этом на поставленные экзаменатором вопросы не вполне ответил правильно и полно, но подтвердил ответами понимание вопросов и продемонстрировал отдельные требующиеся для выполнения заданий знания и умения.

*«4» - хорошо:*

Студент понял смысл текста (задачи), предложенные задания выполнил правильно, но недостаточно полно. На заданные экзаменатором вопросы ответил правильно. Проявил необходимый уровень всех требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

*«5» - отлично:*

Студент понял смысл текста (задачи), полно и правильно выполнил предложенные задания, проявил высокий уровень всех требующихся для выполнения заданий знаний и умений.

## Тест для самопроверки по результатам освоения дисциплины

### Проверка сформированности компетенции ПК-1

**Задание 1.** При каких  $\alpha$  происходит бифуркация Андронова-Хопфа?

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} \varepsilon & 1 \\ -1 & \varepsilon \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \alpha x_1(x_1^2 + x_2^2) \\ \alpha x_2(x_1^2 + x_2^2) \end{pmatrix}.$$

**Варианты ответов:**

- А)  $\alpha > 0$ ;
- Б)  $\alpha < 0$ ;
- В)  $\alpha = 0$ .

**Задание 2.** При каких  $\alpha$  происходит бифуркация Андронова-Хопфа?

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 + \varepsilon & 1 \\ 5 & -2 + \varepsilon \end{pmatrix} x + \begin{pmatrix} \alpha x_1^3 \\ \alpha x_2^3 \end{pmatrix}.$$

**Варианты ответов:**

- А)  $\alpha > 0$ ;
- Б)  $\alpha < 0$ ;
- В)  $\alpha = 0$ .

#### **Правильные ответы**

Вопрос №	Вариант ответа
1	Б
2	Б

Каждый правильный ответ оценивается в 2 балла.

0 баллов – студент полностью неверно решил задачу

1 балл – студент верно решил задачу, но не привел пояснений к ходу решения или допустил одну вычислительную ошибку.

2 балла – студент полностью разобрался в решении задачи.

4 балла соответствуют формированию проверяемой компетенции на высоком уровне, 3 балла – на продвинутом уровне, 2 балла – на пороговом уровне, менее 2 баллов – ниже порогового уровня.

### Проверка сформированности компетенции ПК-2

**Задание 1.** Имеет ли задача периодические решения?

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -2 \end{pmatrix} x + e^{it} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}.$$

**Варианты ответов:**

- А) имеет периодические решения;
- Б) периодических решений нет.

**Задание 2.** Имеет ли задача периодические решения?

$$\dot{x} = \begin{pmatrix} 2 & -5 \\ 1 & -1 \end{pmatrix} x + e^{2it} \begin{pmatrix} 4 + 2i \\ 2i \end{pmatrix}.$$

**Варианты ответов:**

- А) имеет периодические решения;
- Б) периодических решений нет.

## Правильные ответы

Вопрос №	Вариант ответа
1	Б
2	А

Каждый правильный ответ оценивается в 2 балла. 4 балла соответствуют формированию проверяемой компетенции на высоком уровне, 3 балла – на продвинутом уровне, 2 балла – на пороговом уровне, менее 2 баллов – ниже порогового уровня.

## 2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания

### 2.1. Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

*Пороговый уровень* - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

*Продвинутый уровень* - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

*Высокий уровень* - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
<b>Профессиональные компетенции</b>						
ПК-1	Реферат. Контрольная работа. Экзамен.	1-18	<p><b>Знать:</b> – общие принципы построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, – понятие хаусдорфовой размерности множеств,</p> <p><b>Уметь:</b> – находить нормальную форму системы обыкновенных дифференциальных или разностных уравнений второго порядка, – находить уравнение Фробениуса-</p>	<p>Знание основной терминологии и общих принципов построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, понятие хаусдорфовой размерности множеств,</p> <p>Умение в простейших типовых случаях находить нормальную форму системы ОДУ или разностных уравнений второго порядка и находить уравнение Фробениуса-Перрона разностного первого порядка</p>	<p>Достаточно полные и систематизированные знания общих принципов построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, понятие хаусдорфовой размерности множеств</p> <p>Умение при решении учебных профессиональных задач находить нормальную форму системы ОДУ или разностных уравнений второго порядка и находить уравнение Фробениуса-Перрона разностного уравнения первого порядка</p> <p>Владение навыками методологического осмысления типовых</p>	<p>Систематизированные, глубокие и полные знания общих принципов построения нормальных форм обыкновенных дифференциальных и разностных уравнений, понятие хаусдорфовой размерности множеств.</p> <p>Умение при решении сложных учебных профессиональных задач находить нормальную форму системы ОДУ или разностных уравнений второго порядка и находить уравнение Фробениуса-Перрона разностного уравнения первого порядка</p> <p>Владение навыками методологического осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>

			<p>Перрона разностного уравнения первого порядка,  <b>Владеть:</b>  – навыками методологически грамотного осмысления конкретно-научных проблем.</p>	<p>Владение навыками методологического осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>	<p>конкретно-научных проблем</p>	
ПК-2	<p>Реферат.  Контрольная работа.  Экзамен.</p>	1-18	<p><b>Знать:</b>  – понятие ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем,  – понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности,  – понятие информационной размерности.  <b>Уметь:</b>  – численно определять ляпуновскую размерность</p>	<p>Знание основной терминологии и понятие ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем, понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности, понятие информационной размерности.</p> <p>Умение в простейших типовых случаях численно определять ляпуновскую размерность простейших динамических систем</p>	<p>Достаточно полные и систематизированные знания ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем, понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности, понятие информационной размерности.</p> <p>Умение при решении учебных профессиональных задач численно определять ляпуновскую размерность простейших динамических систем с хаотическим поведением</p> <p>Владение навыками методологического</p>	<p>Систематизированные, глубокие и полные знания понятие ляпуновских экспонент и ляпуновской размерности аттракторов динамических систем, понятие корреляционного интеграла и корреляционной размерности, понятие информационной размерности.</p> <p>Умение при решении сложных учебных профессиональных численно определять ляпуновскую размерность простейших динамических систем с хаотическим поведением</p> <p>Владение навыками методологического осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>



		<p>простейших динамических систем с хаотическим поведением</p> <p><b>Владеть:</b> – навыками методологически грамотного осмысления конкретно-научных проблем.</p>	<p>с хаотическим поведением</p> <p>Владение навыками методологического осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>	<p>осмысления типовых конкретно-научных проблем</p>	
--	--	---	---	---	--

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

Пороговый уровень (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

Продвинутый уровень (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объёме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

Высокий уровень (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;

- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Локальные методы анализа динамических систем»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Локальные методы анализа динамических систем» являются лекции, причем в достаточно большом объеме. Это связано с тем, что в основе преподаваемой дисциплины лежит особый математический аппарат, с помощью которого решаются довольно сложные и громоздкие задачи. По большинству тем предусмотрены практические занятия, на которых происходит закрепление лекционного материала путем применения его к конкретным задачам и отработка практических навыков решения задач.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Примеры решения задач разбираются на лекциях и практических занятиях, при необходимости по наиболее трудным темам проводятся дополнительные консультации. Основная цель решения задач – помочь усвоить фундаментальные понятия и основы нелинейной динамики. Для решения всех задач необходимо знать и понимать лекционный материал. Поэтому в процессе изучения дисциплины рекомендуется регулярное повторение пройденного лекционного материала. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз прорабатывать и при необходимости дополнять информацией, полученной на консультациях, практических занятиях или из учебной литературы.

В конце изучения дисциплины студенты сдают экзамен.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Локальные методы анализа динамических систем» самостоятельно студенту крайне сложно. Это связано со сложностью изучаемого материала и большим объемом курса. Поэтому посещение всех аудиторных занятий является совершенно необходимым. Без упорных и регулярных занятий в течение семестра сдать зачет по итогам изучения дисциплины студенту практически невозможно.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

Для самостоятельной работы особенно рекомендуется использовать учебную литературу.

Также для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

1. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)) - электронная библиотека, обеспечивающая доступ к наиболее востребованным материалам-первоисточникам, учебной, научной и художественной литературе ведущих издательств (\*регистрация в электронной библиотеке – только в сети университета. После регистрации работа с системой возможна с любой точки доступа в Internet.).

2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://window.edu.ru/library>).

Целью создания информационной системы "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (ИС "Единое окно ") является обеспечение свободного доступа к интегральному каталогу образовательных интернет-ресурсов и к электронной библиотеке учебно-методических материалов для общего и профессионального образования.

Для самостоятельного подбора литературы в библиотеке ЯрГУ рекомендуется использовать:

1. Личный кабинет ([http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_login.php](http://lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_login.php)) дает возможность получения on-line доступа к списку выданной в автоматизированном режиме литературы, просмотра и копирования электронных версий изданий сотрудников университета (учеб. и

метод. пособия, тексты лекций и т.д.) Для работы в «Личном кабинете» необходимо зайти на сайт Научной библиотеки ЯрГУ с любой точки, имеющей доступ в Internet, в пункт меню «Электронный каталог»; пройти процедуру авторизации, выбрав вкладку «Авторизация», и заполнить представленные поля информации.

#### 2. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) содержит более 2500 полных текстов учебных и учебно-методических материалов по основным изучаемым дисциплинам, изданных в университете. Доступ в сети университета, либо по логину/паролю.

#### 3. Электронная картотека «Книгообеспеченность»

([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_bookreq\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_bookreq_find.php)) раскрывает учебный фонд научной библиотеки ЯрГУ, предоставляет оперативную информацию о состоянии книгообеспеченности дисциплин основной и дополнительной литературой, а также цикла дисциплин и специальностей. Электронная картотека «Книгообеспеченность» доступна в сети университета и через Личный кабинет.