


МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова

Кафедра общей математики

УТВЕРЖДАЮ  
Декан математического факультета

  
\_\_\_\_\_ П.Н. Нестеров  
(подпись)

«18» мая 2021 г.

**Рабочая программа дисциплины  
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

Направление подготовки  
38.03.01 Экономика

Направленность (профиль)  
«Национальные и международные финансы»

Квалификация выпускника  
Бакалавр

Форма обучения  
очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от «16» апреля 2021 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 5 от «18» мая 2021 г.

Ярославль

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью изучения дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика» является ознакомление студентов с основными концепциями теории вероятностей и прикладной статистики, а также раскрытие роли вероятностно-статистического инструментария в экономических исследованиях.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» относится к базовой части Блока 1. Изучение дисциплины базируется на знаниях и умениях, полученных обучающимися ранее в ходе освоения школьного курса математики, а так же тесно связано с курсом «Математический анализ». Знания, полученные студентами при изучении данной учебной дисциплины, необходимы для более глубокого понимания других общепрофессиональных и специальных дисциплин.

## 3. Планируемые результаты обучения дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>		
ОПК-2	Способность осуществлять сбор, анализ и обработку данных, необходимых для решения профессиональных задач.	<b>Знать:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- основные направления использования методов теории вероятностей и математической статистики в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач;</li><li>- основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации;</li><li>- основные распределения ДСВ и НСВ.</li></ul> <b>Уметь:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- использовать методы теории вероятностей и математической статистики в экономических приложениях;</li><li>- выбирать вероятностные и статистические методы для анализа экономических данных в соответствии с поставленной задачей;</li><li>- осуществлять поиск необходимой информации для математического решения экономической задачи;</li><li>- вычислять характеристики ДСВ и НСВ.</li></ul> <b>Владеть навыками:</b> <ul style="list-style-type: none"><li>- использования основных определений, понятий и распределений для решения экономических задач.</li></ul>

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 6 зачетных единицы, 216 академических часов.

Очная форма

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости
			Контактная работа					самостоятельная работа	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания		
1	Вводная лекция	2	2						
2	Случайные события	2	12	8		2		35	Задачи, Контрольная работа 1
3	Случайные величины основные законы распределения, их числовые характеристики	2	18	10		3		73	Задачи, Контрольная работа 2 Расчетная работа 1 Расчетная работа 2
4	Математическая статистика	2	4			1		12	Задачи, Расчетная работа 3. Рефераты
		2				2	0,5	33,5	Экзамен
	<b>Всего 216 ч.</b>	<b>2</b>	<b>36</b>	<b>18</b>		<b>8</b>	<b>0,5</b>	<b>153,5</b>	

#### Содержание разделов дисциплины:

##### Тема 1. Вводная лекция

Цели и задачи дисциплины. Роль линейной алгебры в изучении экономических дисциплин. Основные определения, используемые при изучении дисциплины.

##### Тема 2. Случайные события

Цель: изучение основных понятий и теорем теории вероятностей.

1. Элементы комбинаторики.
2. Классическое, статистическое и геометрическое определения вероятности.
3. Сумма событий. Вероятность суммы событий.
4. Произведение событий. Вероятность произведения событий.
5. Формула полной вероятности. Формула Байеса.
6. Формула Бернулли.
7. Формула Пуассона.
8. Локальная и интегральная формулы Муавра-Лапласа.

##### Тема 3. Случайные величины основные законы распределения, их числовые характеристики

Цель: изучение основных распределений случайных величин.

1. Понятие случайной величины. Функция распределения случайной величины.

2. Дискретная случайная величина, ее закон распределения и числовые характеристики (математическое ожидание и дисперсия).
3. Непрерывная случайная величина. Плотность вероятности. Числовые характеристики (математическое ожидание и дисперсия).
4. Мода, медиана. Моменты случайных величин. Асимметрия и эксцесс.
5. Основные распределения случайных величин и их числовые характеристики:
  - биномиальное распределение;
  - распределение Пуассона;
  - геометрическое распределение;
  - гипергеометрическое распределение;
  - показательное распределение;
  - нормальное распределение.

#### **Тема 4. Математическая статистика**

Цель: изучение основных понятий математической статистики как теоретическое обоснование статистических методов в экономике.

1. Статистика и ее задачи: определение закона распределения или его характеристик по выборке.
2. Дискретный и интервальный статистические ряды, графические методы их изображения.
3. Статистическая функция распределения.
4. Числовые характеристики выборочного распределения.
5. Статистическая проверка гипотез. Основные понятия.

#### **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе преподавания дисциплины используются следующие образовательные технологии:

**Академическая лекция** – последовательное изложение материала преподавателем, рассмотрение теоретических и методологических вопросов дисциплины в логически выдержанной форме. В процессе лекции преподаватель стимулирует студентов к участию в обсуждении вопросов и высказыванию собственной точки зрения обсуждаемой проблематики. Цели и требования к академической лекции: современный научный уровень, информативность, системное освещение ключевых понятий и положений по соответствующей теме, обзор и оценка существующей проблематики, дача методических рекомендаций студентам для дальнейшего изучения курса.

**Практическое (семинарское) занятие** – занятие, посвященное практической отработке у студентов конкретных умений и навыков при изучении дисциплины, закреплению полученных на лекции знаний и оценке результатов обучения в процессе текущего контроля.

На первом практическом занятии в вводной части дается первое целостное представление о дисциплине. Студенты знакомятся с назначением и задачами дисциплины, её ролью и местом в образовательной программе. При этом озвучиваются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы. Продолжительность вводной части составляет не более 10-15 минут.

**Консультации** – групповые занятия, являющиеся одной из форм контроля самостоятельной работы студентов в течение семестра. На консультациях по инициативе студентов рассматриваются и обсуждаются различные вопросы тематики дисциплины, которые возникают у них в процессе самостоятельной работы.

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса по дисциплине используется:

- 1) программное обеспечение:
  - операционная система Windows;
  - программы MicrosoftOffice;
- 2) информационные справочные системы, в т.ч. профессиональные базы данных:
  - справочная правовая система ГАРАНТ;
  - справочная правовая система КонсультантПлюс.

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Общий курс высшей математики для экономистов: учебник для вузов: Учебник / под ред. В.И. Ермакова.- М. – ИНФРА-М, 2006. - 656 с. (Высшее образование).
2. Сборник задач по высшей математике для экономистов: учебное пособие для вузов / под ред. В.И. Ермакова.- М. – ИНФРА-М, 2005. - 575 с. (Высшее образование).
3. Бестужева Л.П., Майорова Н.Л. Теория вероятностей и математическая статистика. Практикум. Ч. 1: практикум /сост. Л.П. Бестужева, Н.Л. Майорова; Яросл. Гос. Ун-т им. П.Г. Демидова. – Ярославль: ЯрГУ, 2012. – 48 с.; То же – [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.lib.uniyar.ac.ru/edocs/iuni/20120806.pdf> (Электронные версии изданий сотрудников – ЭБ ЯрГУ).

### **б) дополнительная литература:**

1. Гмурман, В. Е. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 12-е изд. — М. : Юрайт, 2018. — 479 с. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/636B8B1D-1DD9-4ABE-845B-2E048D04ED84](http://www.biblio-online.ru/book/636B8B1D-1DD9-4ABE-845B-2E048D04ED84). (ЭБС Юрайт).
2. Гмурман, В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике [Электронный ресурс]: учебное пособие для прикладного бакалавриата / В. Е. Гмурман. — 11-е изд., перераб. и доп. — М.: Юрайт, 2018. — 404 с. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/AC41B7DD-F936-4105-9511-9BD045A42CFD](http://www.biblio-online.ru/book/AC41B7DD-F936-4105-9511-9BD045A42CFD) (ЭБС Юрайт).
3. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 1. Теория вероятностей [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Юрайт, 2018. — 264 с. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/426BE322-E08B-4904-B13E-D01A9872443A](http://www.biblio-online.ru/book/426BE322-E08B-4904-B13E-D01A9872443A) (ЭБС Юрайт).
4. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей и математическая статистика в 2 ч. Часть 2. Математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — 4-е изд., перераб. и доп. — М.: Юрайт, 2018. — 254 с. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/0CE0092C-9FA7-49DD-B877-6381A42DE735](http://www.biblio-online.ru/book/0CE0092C-9FA7-49DD-B877-6381A42DE735) (ЭБС Юрайт).
5. Кремер, Н. Ш. Теория вероятностей [Электронный ресурс]: учебник и практикум для академического бакалавриата / Н. Ш. Кремер. — М. : Юрайт, 2018. — 271 с. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/6052874A-FA4D-4581-911F-7698CB974AD4](http://www.biblio-online.ru/book/6052874A-FA4D-4581-911F-7698CB974AD4) (ЭБС Юрайт).

6. Гисин, В. Б. Математика. Практикум [Электронный ресурс]: учебное пособие для бакалавриата и магистратуры / В. Б. Гисин, Н. Ш. Кремер. — М.: Юрайт, 2018. — 204 с. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/A061634A-0AFA-40F4-84D0-DE148D11C108](http://www.biblio-online.ru/book/A061634A-0AFA-40F4-84D0-DE148D11C108) (ЭБС Юрайт).
7. Малугин, В. А. Теория вероятностей и математическая статистика [Электронный ресурс]: учебник и практикум для бакалавриата и магистратуры / В. А. Малугин. — М.: Юрайт, 2018. — 470 с. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/BE46BF55-72D8-4CA9-BC2B-DE8491F3EFB6](http://www.biblio-online.ru/book/BE46BF55-72D8-4CA9-BC2B-DE8491F3EFB6) (ЭБС Юрайт).
8. Красс, М. С. Математика в экономике: математические методы и модели [Электронный ресурс]: учебник для бакалавров / М. С. Красс, Б. П. Чупрынов; под ред. М. С. Красса. — 2-е изд., испр. и доп. — М.: Юрайт, 2017. — 541 с. — Режим доступа: [www.biblio-online.ru/book/E8366C4C-F708-41C5-AC24-3E0CCC0F4E75](http://www.biblio-online.ru/book/E8366C4C-F708-41C5-AC24-3E0CCC0F4E75) (ЭБС Юрайт).

#### в) ресурсы сети «Интернет»

1. Электронный каталог Научной библиотеки ЯрГУ ([https://www.lib.uni-yar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](https://www.lib.uni-yar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).
2. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Юрайт» (<https://urait.ru>).
3. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Проспект» (<http://ebs.prospekt.org/>).
4. Научная электронная библиотека (НЭБ) (<https://elibrary.ru/>).

#### 8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, хранящиеся на электронных носителях и обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочей программе дисциплин.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор:

Доцент кафедры общей математики, канд. пед. наук

\_\_\_\_\_ (подпись)

Е.В. Никулина

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Теория вероятностей и математическая статистика»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, ха-  
рактеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Тема 2. Случайные события**

**Задачи** (для очной формы обучения)

1. Подбросили два кубика. Сколько событий образует пространство элементарных событий. Указать для данного эксперимента невозможное событие, найти его вероятность; достоверное событие, найти его вероятность; случайное событие, найти его вероятность; два несовместных события, найти вероятность их суммы; два совместных события, найти вероятность их суммы.
2. Слово интеграл составлено из букв – карточек разрезной азбуки. Наугад достают четыре карточки и выкладывают одну за другой в порядке появления. Найти вероятность получить слово «игра».
3. В группе из 30 студентов экзамен по математике на «отлично» сдали 3 студента, на «хорошо» - 12, на «удовлетворительно» - 10, а остальные студенты получили «неудовлетворительно». Из группы наугад выбирают двух студентов. Найти вероятность того, что они получили неудовлетворительные оценки.
4. Из 10 билетов лотереи 2 выигрышных. Наугад покупают 5 билетов. Найти вероятность того, что среди них будет один выигрышный; два выигрышных; ни одного выигрышного; хотя бы один выигрышный.
5. 10 разных книг, среди которых две книги одного автора, расположены на одной полке. Найти вероятность того, что две книги одного автора будут стоять рядом.
6. Три учебника по математике и два по экономике произвольно расположены на одной полке. Найти вероятность того, что учебники по одному предмету окажутся рядом.
7. По железной дороге перевозят  $a$  легковых и  $b$  грузовых автомобилей. В дороге два автомобиля получили повреждения. Найти вероятность того, что эти автомобили разных видов.
8. В группе учатся 20 юношей и 5 девушек. Для дежурства выбирают двух человек. Найти вероятность того, что выберут а) двух девушек; б) двух юношей; в) девушку и юношу.
9. Два станка работают независимо друг от друга. Вероятность бесперебойной работы первого станка в течение часа равна 0,85, а второго 0,9. Найти вероятность того, что в течение часа возникнут нарушения в работе только у одного станка.
10. Вероятность полной реализации своей продукции одним заводом равна 0,9, а другим заводом -0,95. Найти вероятность того, что хотя бы один из заводов реализует свою продукцию, если они реализуют ее независимо друг от друга.
11. Куб, все грани которого окрашены, разрезали на 1000 одинаковых кубиков. Кубики перемешали и наудачу достали один кубик. Найти вероятность следующих событий: одна грань кубика окрашена; две грани окрашены; три грани окрашены; четыре грани окрашены; ни одна грань не окрашена; хотя бы одна грань окрашена.

12. В окружность вписан квадрат (равносторонний треугольник, правильный шестиугольник). В круг бросается точка. Найти вероятность, что она попадет в квадрат (треугольник, шестиугольник).
13. В квадрат (равносторонний треугольник, правильный шестиугольник) вписан круг. В квадрат (равносторонний треугольник, правильный шестиугольник) бросается точка. Найти вероятность того, что точка попадет в круг.
14. Два друга договорились встретиться в условленном месте между в промежутке от 19 до 20 часов. Пришедший первым ждет другого не более 20 минут, после чего уходит. Найти вероятность того, что они встретятся..
15. На отрезок  $[2,5]$  наудачу бросаются две точки. Найти вероятность того, что расстояние между ними будет меньше двух.
16. Вероятность попадания в мишень первого стрелка равна  $0,8$ , а второго равна  $0,7$ . Стрелки независимо друг от друга сделали по одному выстрелу. Найти вероятность того, что, хотя бы один стрелок попал в мишень.
17. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по мишени. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна  $0,7$ , для второго –  $0,8$ , для третьего –  $0,9$ . Найти вероятность того, что все три стрелка попадут в цель. Найти вероятность того что цель будет поражена
18. В группу спортсменов входят 20 лыжников, 6 велосипедистов и 4 бегуна. Вероятность того, что лыжник выполнит норму разряда, равна  $0,95$ , велосипедист –  $0,8$ , а бегун –  $0,75$ . Найти вероятность того, что спортсмен выполнит норму разряда.
19. Из ящика, содержащего 9 пар обуви, из которых две пары мужской, две пары женской и пять пар детской, перекладывается наудачу 1 пара обуви в другой ящик, содержащий одну пару мужской обуви, четыре пары женской обуви и две пары детской обуви. (Предполагается, что каждая пара обуви находится в закрытой коробке, а все коробки одинаковые). Какова вероятность того, что случайно выбранная коробка из второго ящика после перекладывания содержит детскую пару обуви?
20. Из ящика, содержащего 9 пар обуви, из которых две пары мужской, две пары женской и пять пар детской, перекладывается наудачу 1 пара обуви в другой ящик, содержащий одну пару мужской обуви, четыре пары женской обуви и две пары детской обуви. (Предполагается, что каждая пара обуви находится в закрытой коробке, а все коробки одинаковые). В случайно выбранной коробке из второго ящика (после перекладывания) оказалась детская пара обуви. Какова вероятность того, что из I ящика во II была переложена пара с детской обувью?
21. Две секретаря заполняют документы, которые складывают в общую папку. Первый секретарь делает ошибку в документе с вероятностью  $0,05$ , а второй – с вероятностью  $0,1$ . Первый секретарь заполнил 20 документов, а второй – 30. Наугад взятый из папки документ оказался с ошибкой. Найти вероятность того, что его заполнил первый секретарь.
22. Рабочий обслуживает четыре станка, которые работают независимо друг от друга. Вероятность сбоя для каждого станка на протяжении смены равна  $0,1$ . Найти вероятность того, что на протяжении смены: а) работать будут работать безотказно 3 станка; б) будут работать все станки; в) произойдет сбой в работе хотя бы одного станка.
23. Вероятности выигрыша и проигрыша в одной партии одинаковы и равны  $0,5$ . Что вероятнее: а) выиграть три партии из четырех или пять из восьми; б) выиграть не меньше трех партий из четырех или не больше пяти партий из восьми?
24. Известно, что всходит лишь  $75\%$  семян всходят. Найти вероятность того что из 500 посаженных семян не взойдет 130.
25. Проверяют документацию 100 предпринимателей. Вероятность оплаты налогов для каждого из них равна  $0,8$ . Найти вероятность того, что налоги оплатили не менее 70 предпринимателей. Найти наиболее вероятное число оплативших налоги и вероятность того, что именно это число предпринимателей оплатили налоги.
26. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста, вероятность смерти на 21-м году жизни равна  $0,006$ . Застрахована группа в 1000 человек 20-летнего возраста. Страховой взнос



каждого составляет 12 у.е. В случае смерти застрахованного выплачивается наследникам 1000 у.е. Какова вероятность того, что к концу года страховое учреждение окажется в убытке?

27. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста, вероятность смерти на 21-м году жизни равна 0,006. Застрахована группа в 1000 человек 20-летнего возраста, Страховой взнос каждого составляет 15 у.е. В случае смерти застрахованного выплачивается наследникам 1200 у.е. Какова вероятность того, что к концу года страховое учреждение окажется в убытке?

28. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста, вероятность смерти на 21-м году жизни равна 0,006. Застрахована группа в 15000 человек 20-летнего возраста. Страховой взнос каждого составляет 20 у.е. Какую максимальную выплату наследникам следует установить, чтобы вероятность того, что к концу года страховая компания окажется в убытке была не больше 0,0228?

29. Для лица, дожившего до 20-летнего возраста, вероятность смерти на 21-м году жизни равна 0,006. Застрахована группа в 10000 человек 20-летнего возраста. В случае смерти застрахованного страховая компания выплачивает наследникам 500 у.е. Какой минимальный страховой взнос надо установить, чтобы вероятность того, что к концу года страховая компания окажется в убытке была не больше 0,1?

30. В каждой из 1000 колод 36 карт. Из каждой колоды достают наугад две карты. Чему равна вероятность того, что число пар хотя бы с одним тузом заключено между 100 и 200.

31. На склад поступает продукция трех фабрик, причем изделия первой фабрики составляют 30%, второй 32%, третьей 38%. В продукции первой фабрики 60% изделий высшего сорта, второй 25%, третьей, 50%. Найти вероятность того, что среди 300 наугад взятых со склада изделий число изделий высшего сорта заключено между 130 и 170.

32. Телефонная станция обслуживает 2000 абонентов. Вероятность позвонить любому абоненту в течение часа равна 0.003. Какова вероятность того, что в течение часа позвонят 5 абонентов?

33. В аэропорту производят посадку в среднем 3 самолета в минуту. Какова вероятность того, что в течение 2 минут произведут посадку не менее 4 самолетов?

34. На автоматическую телефонную станцию поступают вызовы со средней плотностью 300 вызовов в час. Найти вероятность того, что за две минуты на станцию поступит не менее трех вызовов.

35. АТС получает в среднем за час 300 вызовов. Какова вероятность того, что в течение минуты АТС получит, по крайней мере, два вызова?

36. Из 10 лотерейных билетов три выигрышных. При подготовке к вечеру один билет потеряли, и было решено добавить один выигрышный. Какова стала вероятность вытянуть выигрышный билет?

37. Из 10 лотерейных билетов три выигрышных. При подготовке к вечеру два билета потеряли, и было решено добавит один выигрышный. Какова стала вероятность вытянуть выигрышный билет?

### **Контрольная работа 1**

#### *Вариант 1*

1. В ящике 10 перенумерованных шаров с номерами от 1 до 10. Вынули один шар. Какова вероятность того, что номер вынутого шара не превышает 10?

2. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором – с номерами от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не меньше 7?

3. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар белый или черный.

4. Три стрелка независимо друг от друга стреляют по цели. Вероятность попадания в цель для первого стрелка равна 0.75, для второго – 0.8, для третьего – 0.9. Определить вероятность того, что все три стрелка одновременно попадут в цель.

5. В сборочный цех завода поступает 40% деталей из 1 цеха и 60% - их 2 цеха. В 1 цехе производится 90% стандартных деталей, а во 2 – 95%. Наудачу взятая сборщиком деталь оказалась стандартной. Найти вероятность того, что она изготовлена 2 цехом.

6. Определить вероятность того, что в семье, имеющей пять детей, будет две девочки и три мальчика. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми.

7. При установившемся технологическом режиме завод выпускает в среднем 70% продукции первого сорта. Определить вероятность того, что из 1000 изделий число первосортных заключено между 652 и 760 включительно

### *Вариант 2*

1. В урне 5 белых и 10 черных шаров. Какова вероятность вынуть синий шар?

2. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором – с номерами от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров равна 11?

3. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар синий или красный.

4. В первом ящике 2 белых и 10 черных шаров, во втором – 8 белых и 4 черных. Из каждого ящика вынули по шару. Какова вероятность, что оба шара белые?

5. Имеются три одинаковых по виду ящика. В первом ящике 20 белых шаров, во втором – 10 белых и 10 черных, в третьем – 20 черных. Из выбранного наугад ящика вынули белый шар. Вычислить вероятность того, что шар вынут из первого ящика.

6. Определить вероятность того, что в семье, имеющей пять детей, будет три девочки и два мальчика. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми.

7. Игральную кость бросают 80 раз. Определить вероятность того, что цифра «3» появится 20 раз.

### *Вариант 3*

1. В урне 20 шаров с номерами от 1 до 20. Какова вероятность вынуть шар с номером 37

2. В первом ящике находятся шары с номерами от 1 до 5, а во втором – с номерами от 6 до 10. Из каждого ящика вынули по одному шару. Какова вероятность того, что сумма номеров вынутых шаров не больше 11

3. В урне 10 белых, 15 черных, 20 синих и 25 красных шаров. Вынули один шар. Найти вероятность того, что вынутый шар черный или красный.

4. Вероятность того, что в течение дня произойдет неполадка станка, равна 0.03. Какова вероятность того, что в течение четырех дней подряд не произойдет ни одной неполадки

5. В первой урне 5 белых и 10 черных шаров, во второй – 3 белых и 7 черных. Из второй урны в первую переложили один шар, а затем из первой урны вынули наугад один шар. Определить вероятность того, что вынутый шар – белый.
6. В семье трое детей. Какова вероятность того, что один мальчик и две девочки. Считать вероятность рождения мальчика 0.51, девочки – 0.49.
7. Найти вероятность того, что при бросании кубика 100 раз 5 появится от 20 до 40 раз.

### Тема 3. Случайные величины. Основные законы распределения, их числовые характеристики

#### Задачи (для очной формы обучения)

1. В ящике находятся 4 шара с номерами от 1 до 4. Вынули два шара. СВ  $X$  – произведение номеров шаров. Составить закон распределения ДСВ, найти математическое ожидание и дисперсию.
2. В ящике находятся 4 шара с номерами от 1 до 4. Вынули два шара. Случайная величина  $X$  – сумма номеров шаров. Составить закон распределения ДСВ, найти математическое ожидание и дисперсию.
3. Подбрасываются две игральных кубика. СВ  $X$  – произведение очков, выпадающих на их верхних гранях. Составить закон распределения СВ  $X$ .
4. Два игральных кубика одновременно бросают два раза. СВ  $X$  – произведение выпавших очков. Составить закон распределения СВ  $X$ , найти математическое ожидание и дисперсию.
5. Два игральных кубика одновременно бросают два раза. СВ  $X$  – число выпадений одинаковых чисел. Составить закон распределения СВ  $X$ , найти математическое ожидание и дисперсию.
6. После ответа студента на вопросы экзаменационного билета преподаватель задает студенту дополнительные вопросы до тех пор, пока студент обнаруживает незнание вопроса. Вероятность того, что студент ответит на любой дополнительный вопрос, равна 0,9. СВ  $X$  – число заданных дополнительных вопросов. Составить закон распределения ДСВ, найти математическое ожидание и дисперсию.
7. Вероятность того, что стрелок попадет в мишень при одном выстреле, равна 0,8. Стрелку выдают патроны до тех пор, пока он не промахнется. Составить закон распределения СВ  $X$  – числа патронов, выданных стрелку.
8. Проводится розыгрыш 1000 билетов лотереи, среди которых 100 билетов имеют выигрыш по 20 рублей, 10 билетов – по 100 рублей, 1 билет – 1000 рублей. Какой выигрыш в среднем приходится на один билет, если билет стоит 10 рублей.
9. Задан закон распределения ДСВ  $X$ .

$X$	-3	0	1	3
$P$	$a$	$\frac{3}{14}$	$\frac{5}{14}$	$\frac{2}{7}$

Найти параметр  $a$ .

Построить многоугольник распределения;

Найти функцию распределения  $F(X)$ ;

Построить график функции распределения  $F(X)$ ;

Найти моду  $M_0(X)$ ;

Найти математическое ожидание  $M(X)$ ;

Найти дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma(X)$ ;

Найти коэффициент асимметрии  $A_3(X)$ ;

Найти коэффициент эксцесса  $E_3(X)$ ;

Найти вероятность попадания СВ  $X$  на заданный промежуток:  $P(-2,5 < X < 2)$

10. Число телефонных звонков, поступающих в справочное бюро от абонентов между полуднем и часом дня в любой день недели, есть СВ  $X$ , заданная законом распределения

$X_i$	0	1	2	3	4	5
$P(X) = p_i$	0,3	0,2	0,2	0,1	0,1	0,1

- убедитесь, что задан закон распределения;
- найдите функцию распределения  $F(X)$ ;
- определите вероятность того, что между 12 час. 34 мин. и 12 час. 35 мин. в справочное бюро поступит больше двух звонков.

11. Число ошибок на страницу, которые делает некоторая машинистка, есть СВ  $X$ , заданная законом распределения

$X_i$	0	1	2	3	4	5	6
$P(X) = p_i$	0,01	0,09	0,30	0,20	0,20	0,10	0,10

- убедитесь, что задан закон распределения;
  - найдите функцию распределения  $F(X)$ ;
  - определите вероятность того, что машинистка сделает более двух ошибок на страницу;
  - определите вероятность того, что ею будет сделано не более 4 ошибок на страницу.
12. Процент людей, купивших новое средство от головной боли после того, как увидели его рекламу по телевидению, есть случайная величина, заданная законом распределения

$X_i$	0	10	20	30	40	50
$P(X) = p_i$	0,10	0,20	0,35	0,20	0,10	0,05

- убедитесь, что задан закон распределения;
  - найдите функцию распределения  $F(X)$ ;
  - определите вероятность того, что более 20% людей откликнутся на рекламу.
13. Служащий рекламного агентства утверждает, что время, в течение которого телезрители помнят содержание телевизионного рекламного ролика, подчиняется экспоненциальному закону с  $\lambda = 0,25$  суток. Найти вероятность того, что зрители способны вспомнить рекламу через неделю.
14. Составить закон распределения количества мальчиков в семье с пятью детьми, если вероятность рождения мальчика равна 0,51.
15. Составить закон распределения количества мальчиков в семье с тремя детьми, если считать вероятности рождения мальчика и девочки равными.
16. У уборщицы есть связка из четырех ключей, среди которых лишь один открывает дверь офиса. В темноте она пытается попасть в офис, пробуя ключи наугад. Составить закон распределения числа попыток открывания двери, если уборщица а) откладывает испробованный ключ; б) возвращает его в связку.
17. Среди 5 ключей два подходят к двери. Ключи пробуют один за другим, пока не откроют дверь. Опробованный ключ откладывают. Найти закон распределения числа опробованных ключей.
18. Среди 6 ключей три подходят к двери. Ключи пробуют один за другим, пока не откроют дверь. Опробованный ключ откладывают. Найти закон распределения числа опробованных ключей.
19. Вероятность того, что в библиотеке есть необходимая студенту книга, равна 0,3. Составить закон распределения числа библиотек, которые придется посетить студенту для нахождения нужной книги, если он является абонентом четырех библиотек.
20. Задана функция

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2}, \\ 1, & x > \frac{\pi}{2}. \end{cases}$$

Показать, что эта функция является функцией распределения НСВ X. Вычислить вероятность того, что эта СВ X принимает значения из интервала  $(0, \frac{\pi}{6})$ .

21. Задана функция распределения НСВ X

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0, \\ ax^2, & 0 < x \leq 2 \\ 1, & x > 2. \end{cases}$$

Вычислить значение параметра  $a$ , плотность  $f(x)$  и вероятность того, что СВ X принимает значения от 0 до  $2/3$ . Построить графики функций  $F(x)$  и  $f(x)$ .

22. Задана плотность распределения НСВ X

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1 \\ 0,125(x+1), & -1 \leq x \leq 3, \\ 0, & x > 3. \end{cases}$$

Найти функцию распределения  $F(X)$ .

23. Задана плотность распределения НСВ X

$$f(x) = \begin{cases} ae^x, & x \leq 0, \\ 0, & x > 0. \end{cases}$$

Вычислить значение параметра  $a$ , найти функцию распределения  $F(X)$  и вычислить вероятность того, что СВ X принимает значения из интервала  $(-2, 1)$ .

24. По статистическим данным месячный доход населения города Нимеет нормальное распределение со средним значением 6 тыс. руб. и средним квадратичным отклонением 2 тыс. руб. Записать плотность распределения месячного дохода населения. Найти вероятность того, что наугад выбранный житель города имеет доход а) от 5 до 8 тыс. руб.; б) меньше 12 тыс. руб.

25. Вес новорожденного ребенка является СВ, имеющей нормальное распределение с математическим ожиданием 3,5 кг и средним квадратичным отклонением 1 кг. Записать плотность распределения этой СВ. Найти вероятность того, что новорожденный ребенок будет весить а) от 3,5 кг до 4 кг; б) больше 3 кг.

## Контрольная работа 2

### Вариант 1

1. СВ X задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{x}{3} + \frac{1}{3}, & -1 < x \leq 2. \\ 1, & x > 2 \end{cases}$$

Найти  $P(0 < x < 1)$ .

2. Найти и построить график функции распределения СВ X, заданной законом распределения:

x	1	2	3
p	0,3	0,2	0,5

Найти  $P(1,5 < X \leq 3)$ .

3. Дана плотность  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \cos x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти функцию распределения СВ  $X$ , построить ее график.

4. СВ  $X$  распределена по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой величины соответственно равны 0 и 2. Найти вероятность того, что СВ примет значение, принадлежащее интервалу  $(-2, 3)$ .

5. СВ  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[a, b]$ . Какова вероятность, что она примет значение из левой половины отрезка?

### Вариант 2

1. СВ  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq -1 \\ \frac{x}{4} + \frac{1}{4}, & -1 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Найти  $P(0 < x \leq 2)$ .

2. Найти и построить график функции распределения СВ  $X$ , заданной законом распределения:

x	1	2	5
p	0,3	0,5	0,2

Найти  $P(1,5 < X \leq 3)$ .

3. Дана плотность  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \frac{1}{4}, & 0 < x \leq 4 \\ 0, & x > 4 \end{cases}$$

Найти математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение.

4. Пусть масса пойманной рыбы подчиняется нормальному закону с математическим ожиданием и средним квадратичным отклонением, равными соответственно 375 г и 25 г. Найти вероятность того, что масса пойманной рыбы будет от 300 г до 425 г.

5. СВ  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[a, b]$ . Какова вероятность, что она примет значение из правой половины отрезка?

### Вариант 3

1. СВ  $X$  задана функцией распределения:

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ \frac{x}{2} - 1, & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x > 4 \end{cases}$$

Найти  $P(2 \leq x < 3)$ .

2. Найти и построить график функции распределения СВ  $X$ , заданной законом распределения:

x	2	3	5
p	0,3	0,1	0,6

Найти  $P(1,5 < X \leq 3)$ .

3. Дана плотность  $f(x)$ :

$$f(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ \sin x, & 0 < x \leq \frac{\pi}{2} \\ 0, & x > \frac{\pi}{2} \end{cases}$$

Найти функцию распределения СВ  $X$ , построить ее график.

4. СВ  $X$  распределена по нормальному закону. Математическое ожидание и среднее квадратичное отклонение этой величины соответственно равны 6 и 2. Найти вероятность того, что СВ  $X$  примет значение, принадлежащее интервалу  $(4, 8)$ .

5. СВ  $X$  равномерно распределена на отрезке  $[a, b]$ . Какова вероятность, что она примет значение из первой трети отрезка?

### Расчетная работа 1

Дан закон распределения ДСВ  $X$ :

Найти параметр  $a$ ;

- 1) Построить многоугольник распределения;
- 2) Найти функцию распределения  $F(X)$ ;
- 3) Построить график функции распределения  $F(X)$ ;
- 4) Найти моду  $M_0(X)$ ;
- 5) Найти математическое ожидание  $M(X)$ ;
- 6) Найти дисперсию  $D(X)$  и среднее квадратичное отклонение  $\sigma(X)$ ;
- 7) Найти коэффициент асимметрии  $As(X)$ ;
- 8) Найти коэффициент эксцесса  $Ex(X)$ ;
- 9) Найти вероятность попадания СВ  $X$  на заданный промежуток  $P(\alpha < X < \beta)$ .

1

$X$	0	1	2	3
$p$	0,125	0,375	0,375	$a$

$P(-1 < X < 1,5)$

2

$X$	-1	2	3	5
$p$	0,25	0,5	$a$	0,125

$P(-0,5 < X < 3,5)$

3.

$X$	0	1	3	4
$p$	$\frac{1}{9}$	$a$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

$P(0,5 < X < 3,5)$

4.

$X$	-2	-1	1	3
$p$	$a$	$\frac{3}{7}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$

$P(-1,5 < X < 2)$

5.

$X$	-3	-1	2	3
$p$	0,4	0,2	0,04	$a$

$$P(-1,5 < X < 2,5)$$

6.

$X$	-1	1	2	5
$p$	0,25	0,5	$a$	0,125

$$P(-0,5 < X < 2,5)$$

7.

$X$	-1	2	3	4
$p$	$\frac{2}{9}$	$a$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

$$P(1 < X < 3,5)$$

8.

$X$	-2	0	1	2
$p$	$a$	$\frac{5}{14}$	$\frac{2}{7}$	$\frac{1}{7}$

$$P(-1,5 < X < 1,5)$$

9.

$X$	-3	-2	1	2
$p$	0,375	0,125	0,25	$a$

$$P(-2,5 < X < 1,5)$$

10.

$X$	-5	-1	0	2
$p$	0,5	0,125	$a$	0,25

$$P(-3,5 < X < 0,5)$$

### Расчетная работа 2

Дана функция плотности распределения вероятностей НСВ  $X$   $f(x)$ .

Найти параметр  $a$ ; найти функцию распределения вероятностей  $F(x)$ ; построить графики этих функций; найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(X)$ ; найти вероятность попадания НСВ  $X$  на заданный промежуток:  $P(\alpha \leq x \leq \beta)$ , сделать графическую иллюстрацию.

$$\text{Вариант 1. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a(4x - x^2), & 0 \leq x \leq 4, P(2 \leq x \leq 3). \\ 0, & x > 4. \end{cases}$$

$$\text{Вариант 2. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax(2-x), & 0 \leq x \leq 2, P(x \geq 1,5). \\ 0, & x > 2. \end{cases}$$



$$\text{Вариант 3. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ a(4-x^2), & 0 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases} P(0,5 \leq x \leq 1,5).$$

$$\text{Вариант 4. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ ax(x+1), & -1 \leq x < 0, \\ ax(x-1), & 0 \leq x < 1, \\ 0, & x \geq 1. \end{cases} P(0,25 \leq x \leq 0,5).$$

$$\text{Вариант 5. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax, & 0 \leq x < 1, \\ a(2-x), & 1 \leq x < 2, \\ 0, & x \geq 2. \end{cases} P(-1 \leq x \leq 1).$$

$$\text{Вариант 6. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ ax(x+2), & -1 \leq x < 0, \\ ax(x-2), & 0 \leq x < 1, \\ 0, & x \geq 1. \end{cases} P(0,5 \leq x \leq 1).$$

$$\text{Вариант 7. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < 0, \\ ax^2, & 0 \leq x < 1, \\ a(x-2)^2, & 1 \leq x < 2, \\ 0, & x \geq 2. \end{cases} P(0,5 \leq x \leq 1,5).$$

$$\text{Вариант 8. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ a(x+1)^2, & -1 \leq x < 0, \\ a(x-1)^2, & 0 \leq x < 1, \\ 0, & x \geq 1. \end{cases} P(-0,5 \leq x \leq 0,25).$$

$$\text{Вариант 9. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < -1, \\ a(x+1), & -1 \leq x < 0, \\ a(1-x), & 0 \leq x < 1, \\ 0, & x \geq 1. \end{cases} P(-0,5 \leq x \leq 0,25).$$

$$\text{Вариант 10. } f(x) = \begin{cases} 0, & x < -2, \\ a(4-x^2), & -2 \leq x \leq 2, \\ 0, & x > 2. \end{cases} P(-1 \leq x \leq 0,5).$$

## Тема 4. Математическая статистика

### Задачи

1. Для оценивания знаний студентов по математике провели контрольную работу. Среди всех групп выбрали одну группу, в которой учится 25 студентов. Результаты контрольной работы такие: 3 студента получили «5», 10 студентов - «4», 9 студентов - «3», остальные – «2». Записать статистическое распределение для данной выборки. Вычислить статистическое среднее, среднее квадратичное отклонение и моду.

2. Известно, что 50 абитуриентов получили по предмету следующие баллы:

12 14 19 15 14 18 13 16 17 20 17 15 13 17 16 20 14 14 13 17 16 15 19 16 15 18 17 15 14 16 15 15 18 15 15 19 14 16 18 18 15 15 17 15 16 16 14 14 17 12.

Составит вариационный ряд и распределение частот данной выборки. Вычислить размах выборки, ее моду и медиану. Построить полигон частот.

### Расчетная работа 3

Статистический анализ литературного текста.

Каждый студент по своему желанию выбирает писателя и три разные страницы из его произведения (без диалогов). На каждой странице взять подряд 100 слов. Например, первая страница с описанием природы, вторая страница с описанием героя или нескольких героев, третья страница с описанием события.

Задание:

1. Составить статистические ряды для каждой из трех выборок, в которых указывается частота и относительная частота использования в тексте существительных, глаголов, прилагательных, служебных слов (предлогов, союзов, частиц) и других частей речи. Построить полигоны и гистограммы для каждого статистического ряда

2. Интерпретировать результаты.

### Темы рефератов

1. Логарифмически-нормальное распределение.

2. Распределение Лапласа.

3. Распределение Вэйбулла

4. Распределение Парето.

5. Распределение Коши

6. Неравенство Чебышева.

7. Закон больших чисел.

8. Центральная предельная теорема.

## 1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

### Список вопросов к экзамену

1. Элементы комбинаторики. Правило суммы, пример. Правило произведения, пример. Перестановки, определение, пример. Формула числа перестановок. Размещения, определение, пример. Формула числа размещений. Сочетания, определение, пример. Формула числа сочетаний. Свойства. Бином Ньютона, формула. Свойства биномиальных коэффициентов. Треугольник Паскаля.

2. События. Виды событий: невозможные, достоверные, случайные. Определения, примеры.

3. Классическое определение вероятности события. Определение, пример.

4. Геометрическое определение вероятности события. Определение, пример.

5. Вероятность суммы событий. Формулировки теорем, примеры.

6. Условная вероятность события. Вероятность произведения событий. Формулировки теорем. Примеры.

7. Полная группа событий. Противоположное событие. Вероятность противоположного события. Примеры.
8. Формула полной вероятности. Формулировка задачи, которая решается с помощью формулы полной вероятности.
9. Формула Байеса. Формулировка задачи, которая решается с помощью формулы Байеса.
10. Формула Бернулли. Формулировка задачи, которая решается с помощью формулы Бернулли.
11. Дискретная случайная величина (ДСВ), ее закон распределения, его свойство. Многоугольник распределения.
12. Математическое ожидание ДСВ, его свойства и вероятностный смысл.
13. Дисперсия ДСВ, ее свойства и вероятностный смысл.
14. Биномиальное распределение, его числовые характеристики.
15. Геометрическое распределение, его числовые характеристики.
16. Распределение Пуассона, его числовые характеристики.
17. Функция распределения случайной величины (СВ), ее свойства и график.
18. Непрерывная случайная величина (НСВ). Функция плотности распределения вероятностей НСВ, ее свойства и график.
19. Числовые характеристики НСВ: математическое ожидание и дисперсия. Определение и вероятностный смысл.
20. Равномерное распределение на отрезке, его числовые характеристики.
21. Показательный закон распределения, его числовые характеристики.
22. Нормальное распределение, его числовые характеристики.
23. Вероятность попадания нормально распределенной СВ на отрезок  $[\alpha, \beta]$ .
24. Вероятность попадания нормально распределенной СВ в интервал, симметричный относительно математического ожидания.
25. Правило трех сигм.
26. Локальная и интегральная теоремы Лапласа.
27. Функция Гаусса ее график и свойства. Таблица значений функции Гаусса.
28. Функция Лапласа ее график и свойства. Таблица значений функции Лапласа.
29. Статистика и ее задачи: определение закона распределения или его характеристик по выборке.
30. Дискретный и интервальный статистические ряды, графические методы их изображения.
31. Статистическая функция распределения.
32. Числовые характеристики выборочного распределения.
33. Статистическая проверка гипотез. Основные понятия.

### **Примеры заданий письменного экзамена.**

#### *Вариант 1*

1. Дискретная случайная величина (ДСВ), ее ряд распределения. Многоугольник распределения. Математическое ожидание ДСВ, его свойства и вероятностный смысл. Дисперсия ДСВ, ее свойства и вероятностный смысл.  
Задача. Дан ряд распределения: Найти параметр и функцию распределения. Нарисовать ее график. Вычислить математическое ожидание, дисперсию. Найти вероятность попадания на промежутки  $[-0,5; 3,5]$ .

$X$	-1	2	3	5
$P$	0,25	0,5	$a$	0,125

2. Формула Бернулли. Формулировка задачи, для решения которой используется эта формула.

Задача. Вероятность поражения мишени стрелком равна 0,9. Найти вероятность того, что он поразит мишень два раза, сделав 5 выстрелов.

3. Вероятность попадания нормально распределенной СВ на отрезок  $[\alpha, \beta]$ .

Задача.  $СВХ \sim N(0; 1)$  Найти вероятность ее попадания на отрезок  $[-2; 2]$ .

4. Геометрическое определение вероятности события. Определение, пример.

Задача. В круг вписан квадрат. Точка бросается на круг. Найти вероятность того, что она попадет в квадрат.

5. Полная группа событий. Противоположное событие. Вероятность противоположного события. Примеры.

Задача. В вазе 12 яблок: 4 красных, остальные зеленые. Взяли 3 яблока. Найти вероятность того, что среди них будет хотя бы одно красное.

### Вариант 2

1. Дискретная случайная величина (ДСВ), ее ряд распределения. Многоугольник распределения. Математическое ожидание ДСВ, его свойства и вероятностный смысл. Дисперсия ДСВ, ее свойства и вероятностный смысл.

Задача. Дан ряд распределения. Найти параметр и функцию распределения. Нарисовать ее график. Вычислить математическое ожидание и дисперсию. Найти вероятность попадания на промежуток  $[1; 3,5]$ .

$X$	-1	2	3	4
$P$	$\frac{2}{9}$	$a$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{2}$

2. Формула Бернулли. Формулировка задачи, для решения которой используется эта формула.

Задача. В результате каждого визита страхового агента договор заключается с вероятностью 0,25. Найти вероятность того, что из 10 визитов страхового агента хотя бы один закончится заключением страхового договора.

3. Нормальное распределение. Функция плотности распределения и ее график. Правило 3-х сигм.

Задача. Найти вероятность попадания СВХ  $\sim N(0,1)$  на промежуток  $[-3; 3]$ .

4. Условная вероятность события. Вероятность произведения событий. Формулировки теорем. Примеры.

Задача. Мастер, имея 10 деталей, из которых 3 нестандартные, проверяет детали одну за другой, пока ему не попадет стандартная деталь. Какова вероятность того, что он проверит две детали?

5. События. Виды событий: невозможные, достоверные, случайные. Определения, примеры.

Классическое определение вероятности события. Определение, пример.

Задача. Бросают две игральные кости. Найти вероятность того, что сумма выпавших очков не превзойдет 5?

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2 Перечень компетенций, этапы их формирования,  
описание показателей и критериев оценивания компетенций  
на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>						
ОПК-2	Задачи, задачи для самостоятельного решения контрольная работа, расчетная работа, рефераты, экзамен	1-4	<p><b>Знать:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные направления использования методов теории вероятностей и математической статистики в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач;</li> <li>- основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации;</li> <li>- основные распределения ДСВ и НСВ.</li> </ul> <p><b>Уметь:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать методы теории вероятностей и математической статистики в экономических приложениях;</li> <li>- выбирать вероятностные и статистические методы для анализа экономических данных в соответствии с поставленной задачей;</li> </ul>	<p><b>Знает</b> в целом, но не системно:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные направления использования методов теории вероятностей и математической статистики в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач;</li> <li>- основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации;</li> <li>- основные распределения ДСВ и НСВ.</li> </ul> <p><b>Умеет</b> в целом успешно, но не системно:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать методы теории вероятностей и математической статистики в экономических приложениях;</li> <li>- выбирать вероятностные и статистические методы для анализа экономических</li> </ul>	<p><b>Знает</b> в целом успешно, но с отдельными пробелами:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные направления использования методов теории вероятностей и математической статистики в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач;</li> <li>- основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации;</li> <li>- основные распределения ДСВ и НСВ.</li> </ul> <p><b>Умеет</b> в целом успешно, но с отдельными пробелами:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать методы теории вероятностей и математической статистики в экономических приложениях;</li> <li>- выбирать вероятностные и статистические методы для анализа экономических</li> </ul>	<p><b>Знает:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основные направления использования методов теории вероятностей и математической статистики в теоретических и экспериментальных исследованиях для решения экономических задач;</li> <li>- основные определения и понятия изучаемых разделов дисциплины и их экономические интерпретации;</li> <li>- основные распределения ДСВ и НСВ.</li> </ul> <p><b>Умеет:</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- использовать методы теории вероятностей и математической статистики в экономических приложениях;</li> <li>- выбирать вероятностные и статистические методы для анализа экономических</li> </ul>

		<p>- осуществлять поиск необходимой информации для математического решения экономической задачи; - вычислять характеристики ДСВ и НСВ.</p> <p><b>Владеть навыками:</b> - использования основных определений, понятий и распределений для решения экономических задач.</p>	<p>данных в соответствии с поставленной задачей; - осуществлять поиск необходимой информации для математического решения экономической задачи; - вычислять характеристики ДСВ и НСВ.</p> <p><b>Владеет</b> в целом успешно, но не системно, <b>навыками</b> использования основных определений, понятий и распределений для решения экономических задач.</p>	<p>данных в соответствии с поставленной задачей; - осуществлять поиск необходимой информации для математического решения экономической задачи; - вычислять характеристики ДСВ и НСВ.</p> <p><b>Владеет</b> в целом успешно, но с отдельными пробелами, <b>навыками</b> использования основных определений, понятий и распределений для решения экономических задач.</p>	<p>данных в соответствии с поставленной задачей; - осуществлять поиск необходимой информации для математического решения экономической задачи; - вычислять характеристики ДСВ и НСВ.</p> <p><b>Владеет навыками</b> использования основных определений, понятий и распределений для решения экономических задач.</p>
--	--	---	--	---	--

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

Критериями оценивания степени овладения умениями и навыками, полученными в результате освоения данной дисциплины, являются критерии, описанные в таблице раздела 2.2.

Критерии оценивания формулируются исходя из следующих общих характеристик уровней:

##### **Пороговый уровень (общие характеристики):**

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

##### **Продвинутый уровень (общие характеристики):**

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых положениях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.



### **Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

Правила выставления оценки по итогам проведения промежуточной аттестации и уровню формирования компетенции по данной дисциплине озвучиваются студентам заранее.

Оценка выставляется по результатам экзамена, который проводится в письменной форме по билетам, включающим пять заданий:

- оценка «отлично» выставляется при правильном ответе на 80 % - 100 % от общего количества заданий, что соответствует формированию компетенции на высоком уровне;
- оценка «хорошо» выставляется при правильном ответе на 65 % - 79 % от общего количества заданий;
- оценка «удовлетворительно» выставляется при правильном ответе на 50 % - 64 % от общего количества заданий;
- оценка «неудовлетворительно» выставляется при правильном ответе менее, чем на 49% от общего количества заданий.

В зависимости от оценки определяется уровень сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины.

Высокий уровень формирования компетенции (частично формируемой данной дисциплиной) соответствует оценке «отлично».

Продвинутый уровень формирования компетенции (частично формируемой данной дисциплиной) соответствует оценке «хорошо».

Пороговый уровень формирования компетенции (частично формируемой данной дисциплиной) соответствует оценке «удовлетворительно».

Уровень формирования компетенции (частично формируемой данной дисциплиной) ниже, чем на пороговом уровне соответствует оценке «неудовлетворительно».

## Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Теория вероятностей и математическая статистика»

### Методические указания для студентов по освоению дисциплины

Дисциплина «Теория вероятностей и математическая статистика» предполагает наличие знаний по математике в объеме программы средней школы.

Для освоения дисциплины необходима упорная работа, регулярное посещение лекций и практических занятий, выполнение домашних заданий, подготовка к контрольным работам.

Следует иметь в виду, что материал по математике на лекции всегда подкрепляется примерами, иллюстрирующими теоретические положения, решением базовых задач. Подготовка к практическому занятию должна включать проработку лекционного материала так, чтобы можно было ориентироваться в терминологии, новых понятиях и по возможности в необходимых для решения задач формулах.

Большое внимание надо уделять решению задач. Для самостоятельной работы дома предлагаются задачи аналогичные разобранным на лекциях и на практических занятиях или более сложные, для решения которых надо хорошо понимать, как решаются базовые задачи.

По мере усвоения курса полезно составлять глоссарий основных понятий и формул дисциплины, что позволяет систематизировать полученные знания, увидеть аналогии, понять некоторые закономерности, которые прятались за потоком учебной информации в течение семестра.

Интерес к дисциплине развивается при знакомстве с дополнительной литературой, которая рекомендована для более глубокого знакомства с проблемами применения математики в экономике. Литература, приведенная в этом списке, имеет разный уровень сложности: современный научный и «рецептурный», рассчитанный на менее продвинутого в математическом плане студента, но интересующегося математикой. Изучение этой литературы дает толчок к поиску литературы по выбранной тематике с использованием ресурсов интернета.

Для проверки усвоения теоретического материала и умения решать задачи проводятся аудиторные контрольные работы. Дома выполняются расчетные работы, для выполнения которых необходимо сравнительно много времени. При необходимости проводятся консультации по разбору решения задач, предназначенных для самостоятельного решения. Если контрольная работа по теме оценивается неудовлетворительно, то она должна быть переписана, предварительно должна быть сделана работа над ошибками.

Изучение дисциплины завершается письменным экзаменом. Для экзамена составляются задания, которые включают как теоретические вопросы, так и задачи. На подготовку к экзамену, как правило, выделяется три дня. Во время подготовки проводится групповая консультация.

### Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине

В качестве учебно-методического обеспечения рекомендуется использовать литературу, указанную в разделе 7 данной рабочей программы.

Для подбора учебной литературы рекомендуется использовать широкий спектр интернет-ресурсов:

**1. Электронный каталог Научной библиотеки ЯрГУ** ([https://www.lib.uni-yar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](https://www.lib.uni-yar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)) - содержит библиографические записи всех видов документов, составляющих фонд библиотеки, на русском и иностранных языках. К ним относятся книжные издания; периодические издания; статьи; диссертации;

авторефераты диссертаций; машиночитаемые документы; полнотекстовые электронные документы (издания ЯрГУ, диссертации; авторефераты диссертаций). Электронные каталоги работают в режиме реального времени и предоставляют информацию о количестве экземпляров и местонахождении каждого экземпляра документа.

**2. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Юрайт»** (<https://www.biblio-online.ru>) - это виртуальный читальный зал учебников и учебных пособий от авторов из ведущих вузов России по экономическим, юридическим, гуманитарным, инженерно-техническим и естественно-научным направлениям и специальностям. На сегодняшний день портфель издательства включает в себя более 3000 наименований учебной литературы для ВПО и СПО. Для пользователей ЯрГУ им. П. Г. Демидова открыт полнотекстовый доступ ко всем книгам с возможностью цитирования и создания закладок. Работать с ресурсом можно из сети университета или удаленно, предварительно зарегистрировав свой личный кабинет, находясь внутри сети вуза.

**3. Электронная библиотечная система (ЭБС) издательства «Прспект»** (<http://ebs.prospekt.org/>) - самостоятельный проект издательства "Прспект". Содержит издания по различным отраслям знания (гуманитарные науки, естественные и технические науки, юридическая литература, экономическая литература, иностранные языки). Электронная библиотека содержит издания, подготовленные ведущими специалистами и авторскими коллективами страны. Фонд ЭБС формируется с учетом всех изменений образовательных стандартов и включает учебники, учебные пособия, УМК, монографии, энциклопедии, словари и справочники, выпускаемые издательством Прспект. Большинство учебников рекомендовано Министерством образования и науки Российской Федерации и Учебно-методическими объединениями Российской Федерации при вузах. Для работы в сети университета необходимо нажать "Вход по IP адресу" Для удаленной работы требуются Логин и Пароль, которые можно получить в библиотеке (e-mail [eresurs@uniyar.ac.ru](mailto:eresurs@uniyar.ac.ru)). Затем зарегистрировать уникальный студ. аккаунт.

**4. Научная электронная библиотека (НЭБ)** (<http://elibrary.ru>) – это крупнейший российский информационный портал, содержащий рефераты и полные тексты более 12 млн. научных статей и публикаций. ЯрГУ выписывает в электронном виде 66 журналов, более 2 500 наименований журналов на английском и русском языках находятся в свободном доступе. Для работы с полными текстами необходимо зарегистрироваться. Доступ к полным текстам журналов в сети университета.