

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

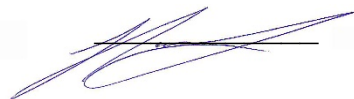
Кафедра общей математики

**УТВЕРЖДАЮ**

Декан математического факультета

П.Н. Нестеров

«20» мая 2021 г.



**Рабочая программа**  
**«Математика»**

Направление подготовки  
05.03.06 Экология и природопользование

Направленность (профиль)  
«Экология»

Форма обучения  
очная

Программа одобрена  
на заседании кафедры  
от «16» апреля 2021 года, протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 5 от «18» мая 2021 года

Ярославль

### 1. Цели освоения дисциплины

Целями освоения дисциплины «Математика» являются изучение разделов высшей математики, аппаратом которых описываются процессы и явления современной химии, приобретение навыков исследования математических моделей химических процессов, развитие математической культуры, достаточной для самостоятельного освоения в дальнейшем математических методов.

Материалы курса могут быть использованы для разработки и применения численных методов решения задач из многих областей знания, для построения и исследования математических моделей таких задач.

### 2. Место дисциплины в структуре ОП бакалавриата

Дисциплина «Математика» относится к Блоку 1 (Вариативная часть)

Для освоения данной дисциплиной студенты должны владеть правилами сложения и умножения дробей, производить арифметические действия со скобками, уметь решать линейные и квадратные уравнения, знать основные формулы алгебры и тригонометрии, иметь представление о началах математического анализа.

Основные положения дисциплины могут быть использованы в дальнейшем при изучении следующих дисциплин: информатика, вычислительные методы, программирование, физика и физико-химические дисциплины.

### 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП бакалавриата

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Формулировка компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ОПК-1	владением базовыми знаниями в области фундаментальных разделов математики в объеме, необходимом для владения математическим аппаратом экологических наук, обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию	<b>Знать:</b> Основные понятия и теоремы линейной алгебры и математического анализа; виды основных функциональных зависимостей. Виды комбинаторных схем, понятия случайного события, вероятностей, законы распределения. <b>Уметь:</b> Делать выводы о количестве решений системы линейных уравнений, анализировать функции одной переменной. Решать задачи теории вероятностей, пользоваться правилами вычисления вероятностей, находить числовые характеристики случайных величин. <b>Владеть навыками:</b> Решения систем линейных уравнений, нахождения пределов функции в точке и на

ПК-2	Владение методами отбора проб и проведения химико-аналитического анализа вредных выбросов в окружающую среду, геохимических исследований, обработки, анализа и синтеза производственной, полевой и лабораторной экологической информации, методами составления экологических и техногенных карт, сбора, обработки, систематизации, анализа информации, формирования баз данных загряз-	<p><b>Знать:</b> элементы теории вероятностей; методы обработки экспериментальных данных.</p> <p><b>Уметь:</b> Работать с информацией из различных источников для решения профессиональных и социальных задач; применять математические методы при решении типовых профессиональных задач.</p> <p><b>Владеть:</b> базовыми знаниями фундаментальных разделов математики; математическим аппаратом экологических наук для обработки информации и анализа данных по экологии и природопользованию.</p>
------	--	--

#### 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины составляет 3 зачетных единиц, 108 акад. часов.

№ п/п	Темы (разделы) дисциплины, их содержание	Семестр	Виды учебных занятий, включая самостоятельную работу студентов, и их трудоемкость (в академических часах)						Формы текущего контроля успеваемости  Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
			лекции	практические	лабораторные	консультации	аттестационные испытания	самостоятельная работа	
			<b>Контактная работа</b>						
1	Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений.	1	2	2		1		6	Контрольная работа №1
2	Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии	1	2	3		1		6	Контрольная работа №2
3	Элементы математического анализа	1	4	3		1		7	Контрольная работа №3
4	Элементы комбинаторики	1	2	2		1		7	Контрольная работа №4
5	Элементы теории вероятности (события, вероятность события).	1	2	2		1		8	Контрольная работа №5
6	Дискретные случайные величины.	1	3	3		1		8	Контрольная работа №6

7	Непрерывные случайные величины.	1	3	3		1		10	Контрольная работа №7
							0,3	12,7	Зачет
	<b>Всего за 1 семестр</b>		18	18		7	0,3	64,7	108 часов

#### Содержание разделов дисциплины:

Тема 1. Системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений.

Понятие системы линейных уравнений и её решения. Матричная запись систем линейных уравнений. Простейшие операции над матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матрицы). Понятие определителя квадратной матрицы (второго, третьего и четвертого порядков). Некоторые свойства определителей. Геометрический смысл определителя. Решение систем линейных уравнений методом Крамера. Понятие обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений при помощи обратной матрицы. Метод Жордана-Гаусса решения систем линейных уравнений. Применимость метода Жордана-Гаусса. Нахождение обратной матрицы при помощи метода Гаусса.

Тема 2. Элементы векторной алгебры и аналитической геометрии.

Понятие вектора, координат вектора, длины вектора. Линейные операции над векторами (сложение, умножение на вещественное число). Скалярное произведение векторов. Свойства скалярного произведения.

Нулевой, коллинеарные вектора, компланарные вектора. Понятие линейной зависимости векторов. Базис. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.

Прямая на плоскости и в пространстве (общее уравнение прямой, уравнение прямой в отрезках, каноническое уравнение прямой, уравнение прямой с угловым коэффициентом). Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямыми на плоскости. Точка как пересечение прямых.

Плоскость в пространстве (общее уравнение плоскости, уравнение плоскости в отрезках). Уравнение плоскости, проходящей через три заданные точки. Прямая как пересечение двух плоскостей.

Тема 3. Элементы математического анализа.

Определение предела. Непрерывность функции в точке. Левый и правый пределы. Предел суммы, произведения, частного. Замечательные пределы. Виды неопределенностей, правила их раскрытия.

Производная и дифференциал. Правила нахождения производных. Таблица производных. Геометрический смысл производной. Нахождение производной по определению.

Правило Лопиталя вычисления предела функции.

Возрастание и убывание функций (признаки, достаточные и необходимые условия). Экстремумы функций. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба. Асимптоты (виды, нахождение).

Неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Интегрирование при помощи замены. Интегрирование по частям.

Понятие определенного интеграла. Вычисление площади плоской фигуры.

Интегрирование простейших рациональных дробей.

Интегрирование рациональных дробей при помощи разложения на простейшие дроби

Тема 4. Элементы комбинаторики.

Правила комбинаторики (сложение, умножение). Основные формулы комбинаторики (размещения без повторений, перестановки без повторений, перестановки с повторениями, сочетания без повторений).

Тема 5. Элементы теории вероятности (события, вероятность события).

Формула для нахождения вероятности события. Наибольшее и наименьшее значение вероятности.

Формула и смысл геометрической вероятности.

Формула вероятности суммы несовместных событий и совместных событий.

Формула вероятности произведения зависимых событий и независимых событий, формула условной вероятности.

Формула полной вероятности и формула Байеса.

Тема 6. Дискретные случайные величины.

Ряд распределения, полигон распределения, функция распределения, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение. Биномиальное распределение, распределение Пуассона

Тема 7. Непрерывные случайные величины.

Функция распределения, функция плотности

Математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение

Равномерное распределение, нормальное распределение

## **5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В процессе обучения используются следующие образовательные технологии:

**Вводная лекция** – дает первое целостное представление о дисциплине и ориентирует студента в системе изучения данной дисциплины. Студенты знакомятся с назначением и задачами курса, его ролью и местом в системе учебных дисциплин и в системе подготовки в целом. Дается краткий обзор курса, история развития науки и практики, достижения в этой сфере, имена известных ученых, излагаются перспективные направления исследований. На этой лекции высказываются методические и организационные особенности работы в рамках данной дисциплины, а также дается анализ рекомендуемой учебно-методической литературы.

**Академическая лекция** (или лекция общего курса) – последовательное изложение материала, осуществляемое преимущественно в виде монолога преподавателя. Требования к академической лекции: современный научный уровень и насыщенная информативность, убедительная аргументация, доступная и понятная речь, четкая структура и логика, наличие ярких примеров, научных доказательств, обоснований, фактов.

**Практическое занятие** – занятие, посвященное освоению конкретных умений и навыков и закреплению полученных на лекции знаний.

## **6. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:

- операционные системы семейства Microsoft Windows;
- программы Microsoft Office;
- программа Adobe Acrobat Reader;
- браузеры Mozilla Firefox, Google Chrome.
- для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **7. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

### **а) основная литература**

1. Баврин И.И. Высшая математика для химиков, биологов и медиков: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И.И. Баврин; УМО высш. образования; Моск. пед. гос. ун-т. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Юрайт, 2017. - 329 с.
2. Гроссман, С., Математика для биологов / С. Гроссман, Дж. Тернер; пер. с англ. Д. О. Логофета; под ред. Ю. М. Свирижева, М., Высшая школа, 1983, 383с

### **б) дополнительная литература**

1. Гмурман В. Е. Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: Учеб.пособие. / В. Е.Гмурман - М.: Высш.шк., 2001. - 400с.
2. Гмурман, В. Е., Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., М., Юрайт, 2013, 479с- 19 экз.
3. Кудрявцев, В. А., Краткий курс высшей математики: учеб. пособие для вузов / В. А. Кудрявцев, Б. П. Демидович. - 7-е изд., испр., М., Наука, 1989, 656с.

### **в) ресурсы сети «Интернет»**

1. Электронная библиотека учебных материалов ЯрГУ ([http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk\\_cat\\_find.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/opac/bk_cat_find.php)).
2. Информационная система "Единое окно доступа к образовательным ресурсам" (<http://www.edu.ru> (раздел Учебно-методическая библиотека) или по прямой ссылке <http://window.edu.ru/library>).
3. «Электронная библиотека Юрайт» - [www.biblio-online.ru](http://www.biblio-online.ru);
4. Электронно-библиотечная система «Университетская библиотека online» ([www.biblioclub.ru](http://www.biblioclub.ru)).
5. Научная библиотека ЯрГУ им. П.Г. Демидова (доступ к лицензионным современным библиографическим, реферативным и полнотекстовым профессиональным базам данных и информационным справочным системам: реферативные базы данных Web of Science, Scopus; научная электронная библиотека eLIBRARY.RU; электронно-библиотечные системы IPRbooks, Юрайт, Проспект, издательства «ЛАНЬ»; базы данных Polpred.com, «Диссертации РГБ (авторефераты)», ProQuest Dissertations and Theses Global; электронные коллекции Springer; издательство Elsevier на платформе ScienceDirect; журналы Science (The American Association for the Advancement of Science (AAAS), Nature Publishing Group, Американского химического общества Core Package Web Edition (American Chemical Society – ACS) и др.) [http://www.lib.uniyar.ac.ru/content/resource/net\\_res.php](http://www.lib.uniyar.ac.ru/content/resource/net_res.php)

## **8. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа и практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций,
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и промежуточной аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и профилактического обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Для проведения занятий лекционного типа предлагаются наборы демонстрационного оборудования и учебно-наглядных пособий, хранящиеся на электронных носителях и обеспечивающие тематические иллюстрации, соответствующие рабочим программам дисциплин.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду организации.

Число посадочных мест в лекционной аудитории больше либо равно списочному составу потока, а в аудитории для практических занятий (семинаров) – списочному составу группы обучающихся.

Автор:

Доцент кафедры общей математики  
д.ф.-м.н.



В.А. Коромыслов

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, ха-  
рактеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

**Контрольная работа №1**

**Вариант №1**

1. Для матриц  $A$ ,  $B$  и  $C$  вычислить  $A \cdot B^T + C$

$$A = \begin{pmatrix} -3 & 18 & 10 \\ 16 & 5 & -2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 12 & -2 & 11 \\ -6 & 9 & -12 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 1 & 12 \\ 8 & 3 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} -5 & -1 & -6 \\ -2 & -2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений, используя правило Крамера.

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -3 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 3 \\ -x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 3 \end{cases}$$

4. Решить систему линейных уравнений при помощи обратной матрицы

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + 3x_3 = -4 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 5 \\ -3x_1 + 4x_2 + x_3 = -1 \end{cases}$$

5. Доказать что  $\det A = \det A^T$ , для матрицы  $3 \times 3$ .

6. Найти обратную матрицу, используя метод Гаусса:

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений используя метод Гаусса.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 + 5x_3 = -4 \\ -2x_1 + 2x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

**Вариант №2**

1. Для матриц  $A$ ,  $B$  и  $C$  вычислить  $A \cdot B^T + C$



$$A = \begin{pmatrix} 13 & -2 & 10 \\ 5 & -11 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & -4 & -6 \\ 1 & -5 & -10 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 5 & 100 \\ -46 & -13 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 5 \\ -2 & 2 & 1 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений, используя правило Крамера.

$$\begin{cases} -x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 4 \\ 2x_1 - 5x_2 - 7x_3 = -9 \\ x_1 + 2x_2 = 0 \end{cases}$$

4. Решить систему линейных уравнений при помощи обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 + 3x_2 - x_3 = -4 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 7 \\ -x_1 - 5x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

5. Доказать, что  $\det(3A) = 27 \det A$ , для матрицы  $3 \times 3$ .

6. Найти обратную матрицу, используя метод Гаусса:

$$A = \begin{pmatrix} -1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \\ -1 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений используя метод Гаусса.

$$\begin{cases} -2x_1 - x_2 + 3x_3 = 7 \\ x_1 - 2x_2 + 2x_3 = 7 \\ -3x_1 + 4x_2 + x_3 = 0 \end{cases}$$

### Вариант №3

1. Для матриц A, B и C вычислить  $A \cdot B^T + C$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 19 & -10 \\ 5 & -12 & 1 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 2 & 1 & 5 \\ 13 & -2 & -2 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} 3 & -9 \\ 12 & 4 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 4 \\ -2 & 1 & 1 \\ 1 & 3 & 1 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений, используя правило Крамера.

$$\begin{cases} x_1 - x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + 3x_2 = -1 \\ -x_1 - 2x_2 + x_3 = 2 \end{cases}$$

4. Решить систему линейных уравнений при помощи обратной матрицы

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -1 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 10 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 3 \end{cases}$$

5. Доказать, что  $\det(AB) = \det A \det B$ , для матриц  $2 \times 2$ .

6. Найти обратную матрицу, используя метод Гаусса

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ -1 & 5 & 0 \\ 3 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений используя метод Гаусса.

$$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + x_3 = -5 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 2 \\ -x_1 + 4x_2 = -3 \end{cases}$$

#### Вариант №4

1. Для матриц A, B и C вычислить  $A \cdot B^T + C$

$$A = \begin{pmatrix} 5 & 6 & 8 \\ -6 & 20 & 2 \end{pmatrix}; B = \begin{pmatrix} 14 & 4 & -3 \\ 10 & -3 & 8 \end{pmatrix}; C = \begin{pmatrix} -23 & -56 \\ 12 & 50 \end{pmatrix}$$

2. Найти определитель матрицы:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & -2 & 4 \\ -1 & 1 & 5 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Решить систему линейных уравнений, используя правило Крамера.

$$\begin{cases} x_2 - 2x_3 = 0 \\ 2x_1 + x_2 + 4x_3 = 4 \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 = 5 \end{cases}$$

4. Решить систему линейных уравнений при помощи обратной матрицы

$$\begin{cases} -x_1 - 3x_2 + x_3 = -1 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 = 10 \\ -x_1 + 4x_2 = -3 \end{cases}$$

5. Доказать, что  $\det(5A) = 125 \det A$ , для матрицы  $3 \times 3$ .

6. Найти обратную матрицу, используя метод Гаусса

$$A = \begin{pmatrix} 2 & 6 & 1 \\ -1 & 5 & 0 \\ 3 & 2 & 1 \end{pmatrix}$$

7. Решить систему линейных уравнений используя метод Гаусса.

$$\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = -3 \\ x_1 + 3x_2 + 4x_3 = 2 \\ 3x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

### Контрольная работа № 2

#### Вариант №1

1. Написать общее уравнение прямой проходящей через точку  $M=(1;3)$  в направлении вектора  $p=(-1; 4)$ .
2. Написать уравнение прямой в отрезках, проходящей через точку  $M=(-3; 3)$  и отсекающей на оси  $Ox$  отрезок равный 6. Записать уравнение в общем виде.
3. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точки  $A=(3;-2)$  и  $B=(-2;5)$ . Записать уравнение в общем виде.

4. Найти угол между прямыми  $5x-3y+20=0$ ,  $\frac{x-1}{-5} = \frac{y+3}{3}$ . Найти точку пересечения этих прямых.
5. Написать общее уравнение прямой, отсекающей на оси  $Oy$  отрезок равный 4, и образующей с осью  $Ox$  угол  $45^\circ$ . Указать точку пересечения этой прямой с осью  $Ox$ .
6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $A=(2;-1;5)$  параллельно оси  $Oz$ , и имеющей нормальный вектор  $(2;3;0)$
7. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки  $A=(1;-2;6)$ ,  $B=(-3;2;-4)$  и  $C=(-2;8;3)$ .
8. Найти угол между плоскостями  $2x+y+3z+2=0$ ,  $-3x-y+2z-7=0$ . Найти линию пересечения этих плоскостей. Записать ее в параметрическом виде.
9. Написать уравнение плоскости, проходящей через две точки  $A(0,2,1)$  и  $B(1,-1,2)$  перпендикулярно плоскости  $x-2y-z+7=0$

### Вариант №2

1. Написать общее уравнение прямой проходящей через точку  $M=(2;-3)$  в направлении вектора  $p=(-2; 6)$ .
2. Написать уравнение прямой в отрезках, проходящей через точку  $M=(-2; 5)$  и отсекающей на оси  $Oy$  отрезок равный  $-5$ . Записать уравнение в общем виде.
3. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точки  $A=(1;-2)$  и  $B=(-3;5)$ . Записать уравнение в общем виде.
4. Найти угол между прямыми  $2x-7y+9=0$ ,  $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+1}{7}$ . Найти точку пересечения этих прямых.
5. Написать общее уравнение прямой, отсекающей на оси  $Oy$  отрезок равный 9, и проходящей параллельно прямой  $x+2y+3=0$ . Указать точку пересечения этой прямой с осью  $Ox$ .
6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $A=(1;-1;3)$  параллельно оси  $Oy$ , и имеющей нормальный вектор  $(2;0;-4)$
7. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки  $A=(-1;2;1)$ ,  $B=(-3;2;-1)$  и  $C=(-2;2;-3)$ .
8. Найти угол между плоскостями  $-x+5y+4z-9=0$ ,  $-4x-5y+z-2=0$ . Найти линию пересечения этих плоскостей. Записать ее в параметрическом виде.
9. Написать уравнение плоскости, проходящей через точки  $A(-1,2,1)$  и  $B(1,-2,2)$  перпендикулярно плоскости  $-x+3y+7z-3=0$

### Вариант №3

1. Написать общее уравнение прямой проходящей через точку  $M=(-1;-2)$  в направлении вектора  $p=(2; -3)$ .
2. Написать уравнение прямой в отрезках, проходящей через точку  $M=(2; 5)$  и отсекающей на оси  $Ox$  отрезок равный  $-3$ . Записать уравнение в общем виде.
3. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точки  $A=(1;-2)$  и  $B=(3;2)$ . Записать уравнение в общем виде.
4. Найти угол между прямыми  $4x-3y+35=0$ ,  $\frac{x+1}{-4} = \frac{y-2}{3}$ . Найти точку пересечения этих прямых.
5. Написать общее уравнение прямой, отсекающей на оси  $Ox$  отрезок равный  $-2$ , и проходящей перпендикулярно прямой  $-x+3y-4=0$ . Указать точку пересечения этой прямой с осью  $Oy$ .
6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $A=(2;-1;-3)$  параллельно оси  $Ox$ , и имеющей нормальный вектор  $(0;4;-3)$

7. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки  $A=(1;-2;-3)$ ,  $B=(3;-2;-1)$  и  $C=(2;-1;-3)$ .
8. Найти угол между плоскостями  $5x+3y-z-4=0$ ,  $x-3y+5z-2=0$ . Найти линию пересечения этих плоскостей. Записать ее в параметрическом виде.
9. Написать уравнение плоскости, проходящей через две точки  $A(0,-2,1)$  и  $B(-1,3,-2)$  перпендикулярно плоскости  $-2x+y+2z-5=0$

#### Вариант №4

1. Написать общее уравнение прямой проходящей через точку  $M=(1;3)$  в направлении вектора  $p=(-1; 4)$ .
2. Написать уравнение прямой в отрезках, проходящей через точку  $M=(-2; 5)$  и отсекающей на оси  $Oy$  отрезок равный  $-5$ . Записать уравнение в общем виде.
3. Составить каноническое уравнение прямой, проходящей через точки  $A=(1;-2)$  и  $B=(3;2)$ . Записать уравнение в общем виде.
4. Найти угол между прямыми  $2x-7y+9=0$ ,  $\frac{x-4}{-2} = \frac{y+1}{7}$ . Найти точку пересечения этих прямых.
5. Написать общее уравнение прямой, образующей с осью  $Ox$  угол  $-45^\circ$ , и отсекающей на оси  $Oy$  отрезок, равный  $-5$ . Указать точку пересечения этой прямой с осью  $Ox$ .
6. Написать уравнение плоскости, проходящей через точку  $A=(2;-1;-3)$  параллельно оси  $Ox$ , и имеющей нормальный вектор  $(0;4;-3)$
7. Написать уравнение плоскости, проходящей через три точки  $A=(1;-2;6)$ ,  $B=(-3;2;-4)$  и  $C=(-2;8;3)$ .
8. Найти угол между плоскостями  $2x+y+3z+2=0$ ,  $-3x-y+2z-7=0$ . Найти линию пересечения этих плоскостей. Записать ее в параметрическом виде.
9. Написать уравнение плоскости, проходящей через две точки  $A(1,-2,0)$  и  $B(1,-1,2)$  перпендикулярно плоскости  $x-2y-z+4=0$

### Контрольная работа №3

#### Вариант №1

$$f(x) = \frac{x^3}{x^2 + 1}$$

Исследовать функцию и построить её график.

Вычислить следующие интегралы:

1.  $\int (2 - 6x)e^{-3x} dx;$

2.  $\int (3x^2 - x + 4)\cos 3x dx;$

3.  $\int_0^{+\infty} \frac{xdx}{x^4 + 4};$

4.  $\int \frac{3dx}{2x-3};$

5.  $\int \frac{7dx}{(3-x)^3};$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = (x-2)^2 + 2$  и прямой, проходящей через точки  $A=(1,3)$  и  $B=(4,6)$ . Изобразить на рисунке.

**Вариант №2**

$$f(x) = \frac{x^2 + x}{x^2 - 3x + 2}$$

Исследовать функцию и построить её график

Вычислить следующие интегралы:

1.  $\int \arctg \sqrt{x^2 - 5} dx;$
2.  $\int (4x^3 - 1) \cos 2x dx;$
3.  $\int_{-\infty}^3 7e^{3x+5} dx;$
4.  $\int \frac{2dx}{7-x};$
5.  $\int \frac{4dx}{(x-6)^4};$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = (x+3)^2 - 2$  и прямой, проходящей через точки  $A=(-5,2)$  и  $B=(-2,-1)$ . Изобразить на рисунке.

**Вариант №3**

$$f(x) = (x^2 - 2x)e^x$$

Исследовать функцию и построить её график

Вычислить следующие интегралы:

1.  $\int (2 \sin x \cdot \cos x) \cdot e^{\sin x} dx;$
2.  $\int (x^2 - x + 3) \cos(-x) dx;$
3.  $\int_1^{\sqrt{2}} \frac{xdx}{\sqrt{4-x^4}};$
4.  $\int \frac{5dx}{x-9};$
5.  $\int \frac{7dx}{(7-x)^7};$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = -(x+1)^2 - 2$  и прямой, проходящей через точки  $A=(0,-3)$  и  $B=(-3,-6)$ . Изобразить на рисунке.

**Вариант №4**

Исследовать функцию  $y = x^2 / (x-1)^2$  и построить её график

Вычислить следующие интегралы:

1.  $\int (2x-1) \cos(-2x) dx;$
2.  $\int (3x+2)^2 \cos 3x dx;$

3.  $\int_{-3}^{+\infty} \frac{dx}{(x+3)^3};$

4.  $\int \frac{5}{5-x} dx;$

5.  $\int \frac{2}{(x+2)^5} dx;$

Вычислить площадь фигуры, ограниченной кривой  $y = -(x-1)^2 - 3$  и прямой, проходящей через точки  $A=(0,-4)$  и  $B=(3,-7)$ . Изобразить на рисунке.

### Контрольная работа №4

#### Вариант №1

- Сколькими способами можно составить пятизначное число из цифр 1, 3, 5, 7, 9?
- Сколькими способами можно выбрать двух дежурных из 20 человек?
- Сколькими способами можно из 30 человек назначить председателя и секретаря?
- Во взводе 5 сержантов и 30 солдат. Сколькими способами можно выбрать наряд из двух сержантов и трёх солдат?
- Разложить выражение по формуле бинома Ньютона  $(2m^2 - n^4)^5$ .
- Есть 11 разных конфет. Сколькими способами их можно разложить в два кармана?
- Сколько «слов» можно получить, переставляя буквы в слове «Миссисипи»?

#### Вариант №2

- Сколькими способами можно расставить на полке 6 книг разных авторов?
- Сколькими способами можно выбрать 3 разные краски из 5 разных красок?
- Сколькими способами можно из 20 человек назначить двух дежурных, один из которых - старший?
- Из 11 роз и 6 гербер нужно составить букет, в котором 3 розы и 2 герберы. Сколько разных букетов можно составить?
- Разложить выражение по формуле бинома Ньютона  $(k^6 - 3d^2)^4$
- Есть 6 разных монет. Сколькими способами их можно разложить в три кармана?
- Сколько «слов» можно получить, переставляя буквы в слове «Мармарис»?

#### Вариант №3

- Сколькими способами можно составить слово из 6 букв, используя буквы а, р, к, у, п, е?
- Сколькими способами можно открыть 4 разных ящика из 12 закрытых?
- Сколькими способами можно окрасить три фигурки разными цветами, если в наличии 25 цветов?
- В группе 12 девочек и 15 мальчиков. Сколькими способами можно выбрать команду из трех девочек и трех мальчиков?
- Разложить выражение по формуле бинома Ньютона  $(d^3 - 2c^2)^6$ .
- Есть 9 разных пуговиц. Сколькими способами их можно разложить в три коробочки?
- Сколько «слов» можно получить, переставляя буквы в слове «Анаконда»?

### Контрольная работа №5

#### Вариант №1.

- Найдите вероятность того, что наудачу выбранное целое число от 1 до 27 является делителем числа 60.
- Определите вероятность того, что четырехзначный номер случайно встретившейся автомашины не содержит одинаковых цифр.

3. В партии из 20 изделий 5 изделий имеют скрытый дефект. Какова вероятность того, что из взятых наугад 4 изделий 2 являются дефектными?
4. В ящике 3 белых и 7 черных шаров. Какова вероятность того, что вынутые наугад два шара окажутся белыми?
5. Найти вероятность попадания точки в прямоугольник со сторонами 3 и 2, заключенный в области, ограниченной параболой  $y=x^2-4$  и прямой  $y=0$ .
6. В квадрат с вершинами  $A(2,3)$ ,  $B(2,6)$ ,  $C(5,6)$  и  $D(5,3)$  ставится произвольным образом точка  $M(x,y)$ . Найти вероятность того, что ее координаты удовлетворяют условию  $y>x$ .
7. Имеется число из 9 цифр. Найти вероятность, что среди всех цифр этого числа имеется две различные пары одинаковых цифр (известно, что одна пара находится среди первых четырех чисел, а вторая среди последних четырех), все остальные числа другие и различны.

### Вариант №2.

1. Куб с окрашенными гранями распилили на 125 кубиков меньшего размера. Определите вероятность того, что случайно выбранный кубик имеет ровно две окрашенные грани.
2. Найдите вероятность того, что случайно выбранное четырехзначное число составлено только из четных цифр.
3. Из 50 экзаменационных вопросов студент подготовил 40. Определите вероятность того, что из предложенных ему четырех вопросов он знает три.
4. Из колоды карт, содержащей 36 карт, извлекают три карты. Найти вероятность того, что все они одной масти.
5. Найти вероятность попадания точки в прямоугольник со сторонами 3 и 2, заключенный в области, ограниченной параболой  $y=-x^2+3$  и прямой  $y=-1$ .
6. На отрезке  $[0,3]$  случайным образом выбрали два числа  $x$  и  $y$ . Найти вероятность того, что они удовлетворяют неравенствам  $x-1 \leq y \leq x+2$ .
7. Найти вероятность того, что в восьмизначном числе ровно 4 цифры одинаковые, а остальные различны.

### Вариант №3.

1. Определите вероятность того, что случайно выбранное целое число от 1 до 17 при возведении в квадрат дает число, оканчивающееся единицей.
2. Найдите вероятность того, что случайно выбранное целое число от 1 до 400 не содержит в своей записи цифру 3.
3. Из коробки, содержащей 12 белых и 12 черных шашек, случайно выпали 4 шашки. Найдите вероятность того, что среди них поровну белых и черных.
4. В магазине для продажи выставлены 10 изделий, среди которых 4 изделия не качественные. Какова вероятность того, что взятые случайным образом 2 изделия будут некачественными?
5. Найти вероятность попадания точки в прямоугольник со сторонами 3 и 2, заключенный в области, ограниченной параболой  $y=x^2-1$  и прямой  $y=3$ .
6. На отрезке  $[0,5]$  случайным образом выбрали точку. Найти вероятность того, что меньший из полученных отрезков имеет длину, большую пятой части исходного отрезка.
7. Найти вероятность того, что в восьмизначном числе ровно 3 цифры одинаковые и стоят среди первых пяти, а остальные различны.

### Вариант №4.

1. Найдите вероятность того, что случайно выбранное целое число от 1 до 50 не делится ни на 2, ни на 3.
2. Найдите вероятность того, что трехзначный номер случайно встретившейся автомашины содержит две одинаковые цифры.

3. В коробке лежит 18 карандашей, 3 из которых зеленые. Какова вероятность того, что из взятых наугад 5 карандашей зеленым будет только один?
4. Студент знает 25 вопросов из 35. Ему наудачу задали 3 вопроса. Какова вероятность того, что студент ответит на эти вопросы?
5. Найти вероятность попадания точки в прямоугольник со сторонами 3 и 2, заключенный в области, ограниченной параболой  $y=x^2+2$  и прямой  $y=-2$ .
6. В прямоугольник с вершинами  $A(-2,1)$ ,  $B(2,1)$ ,  $C(2,4)$  и  $D(-2,4)$  ставится произвольным образом точка  $M(x,y)$ . Найти вероятность того, что ее координаты удовлетворяют условию  $y > x/2 + 3$ .
7. Найти вероятность того, что в девятизначном числе ровно 4 цифры одинаковые и стоят среди семи средних цифр, а остальные различны.

### Контрольная работа №6

#### Вариант №1

1. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X	1	3	7	21
P	0,2	0,1	a	0,4

Чему равно  $a$ ?

2. Дано распределение дискретной случайной величины  $X$ . Нарисовать многоугольник распределения вероятностей (полигон). Построить функцию распределения  $F(X)$ , нарисовать ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

X	4	6	8	9
P	0,3	0,1	0,1	0,5

3. Вероятность выигрыша по лотерейному билету равна 0,2. Куплено 3 билета. Найти закон распределения случайной величины  $X$  – числа выигрышных билетов. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

#### Вариант №2

1. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X	-2	0	4	10
P	A	0,15	0,2	0,3

Чему равно  $A$ ?

2. Дано распределение дискретной случайной величины  $X$ . Нарисовать многоугольник распределения вероятностей (полигон). Построить функцию распределения  $F(X)$ , нарисовать ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

X	2	4	8
P	0,1	0,4	0,5

3. Вероятность бесперебойной работы станка в течение смены равна 0,7. Всего 4 станка. Найти закон распределения случайной величины  $X$  – числа станков, работающих без остановки. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

#### Вариант №3

1. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X	-3	-1	1	5
---	----	----	---	---



P	0,15	A	0,25	0,2
---	------	---	------	-----

Чему равно  $a$ ?

2. Дано распределение дискретной случайной величины  $X$ . Нарисовать многоугольник распределения вероятностей (полигон). Построить функцию распределения  $F(X)$ , нарисовать ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

X	14	18	23	28	30
P	0,1	0,2	0,2	0,1	0,4

3. В классе 20 мальчиков и 10 девочек. Учитель задал 3 вопроса, на каждый из которых ответило по одному ученику. Найти закон распределения случайной величины  $X$  – числа девочек, ответивших на вопрос. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

#### Вариант №4

1. Дискретная случайная величина задана рядом распределения:

X	1	2	3	4
P	0,2	0,4	$a$	0,12

Чему равно  $a$ ?

2. Дано распределение дискретной случайной величины  $X$ . Нарисовать многоугольник распределения вероятностей (полигон). Построить функцию распределения  $F(X)$ , нарисовать ее график. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

X	8	12	18	24	30
P	0,3	0,1	0,3	0,2	0,1

3. В городе 4 коммерческих банка. У каждого риск банкротства в течение года составляет 20%. Составьте ряд распределения числа банков, которые могут обанкротиться в течение следующего года. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины  $X$ .

### Контрольная работа №7

#### Вариант №1

1. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения вероятности

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 1 \\ a(x^2 - 2x + 1), & 1 < x \leq 3 \\ 1, & x \geq 3 \end{cases}$$

Найти  $a$ ,  $f(x)$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ . Нарисовать графики плотности распределения вероятности и функции распределения. Найти вероятности попадания случайной величины в промежутки  $[2,3]$  и  $[0,5;2,5]$ .

2. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на отрезке  $[-1,3]$ . Найти плотность и функцию распределения вероятности. Изобразить графически. Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ .
3. Непрерывная случайная величина распределена нормально  $N(0,1)$  найти вероятности попадания случайной величины в промежутки:  
 $P(0 < z < 1.97)$ ,  $P(-0.48 < z < 0)$ ,  $P(z > 1.02)$ ,  $P(z < -0.42)$ ,  $P(1.23 < z < 1.9)$ ,  $P(-0.87 < z < -0.21)$ ,  
 $P(-1.12 < z < 0.24)$ ,  $P(z < 1.22)$ ,  $P(z > -1.92)$ ,  $P(z < -2.15; z > 1.62)$
4. Средний вес шоколадной конфеты составляет 16 граммов со стандартным отклонением 0,3 грамма. Определите вероятность того, что конфета весит

В пределах от 16 до 16,2, менее 15,9, более 16,3

Найти  $a$  – верхнюю грань веса конфеты, если известно, что вероятность того, что конфета весит меньше этого значения равна 0,9474.

### Вариант №2

1. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения вероятности

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ a\left(\frac{x^2}{2} - 2x + 2\right), & 2 < x \leq 4 \\ 1, & x \geq 4 \end{cases}$$

Найти  $a$ ,  $f(x)$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ . Нарисовать графики плотности распределения вероятности и функции распределения. Найти вероятности попадания случайной величины в промежутки  $[2,3]$  и  $[1;3,5]$ .

2. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на отрезке  $[1,6]$ . Найти плотность и функцию распределения вероятности. Изобразить графически. Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ .
3. Непрерывная случайная величина распределена нормально  $N(0,1)$  найти вероятности попадания случайной величины в промежутки:  
 $P(0 < z < 0.87)$ ,  $P(-1.38 < z < 0)$ ,  $P(z > 1.79)$ ,  $P(z < -1.02)$ ,  $P(1.37 < z < 1.45)$ ,  $P(-0.74 < z < -0.35)$ ,  
 $P(-1.24 < z < 0.37)$ ,  $P(z < 1.72)$ ,  $P(z > -0.97)$ ,  $P(z < -2.07; z > 1.26)$
4. Исследование телевизионного журнала показало, что горожане смотрят телевизор в среднем 18,6 часов в неделю со стандартным отклонением 2,3 часа. Определите вероятность того, что случайно выбранный человек смотрит телевизор в пределах от 16 до 25 часов, менее 15 часов, более 22 часов  
Найти  $a$  – минимальное количество часов, если известно, что вероятность того, что человек смотрит телевизор больше чем это количество часов, равна 0,7454.

### Вариант №3

1. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения вероятности

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 0 \\ a(x^2 - 8x), & 0 < x \leq 6 \\ 1, & x \geq 6 \end{cases}$$

Найти  $a$ ,  $f(x)$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ . Нарисовать графики плотности распределения вероятности и функции распределения. Найти вероятности попадания случайной величины в промежутки  $[2,5;3]$  и  $[0,5;2,5]$ .

2. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на отрезке  $[-4,1]$ . Найти плотность и функцию распределения вероятности. Изобразить графически. Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ .
3. Непрерывная случайная величина распределена нормально  $N(0,1)$  найти вероятности попадания случайной величины в промежутки:  
 $P(0 < z < 1.79)$ ,  $P(-0.49 < z < 0)$ ,  $P(z > 1.78)$ ,  $P(z < -0.34)$ ,  $P(1.79 < z < 1.8)$ ,  $P(-0.74 < z < -0.34)$ ,  
 $P(-1.78 < z < 0.04)$ ,  $P(z < 1.65)$ ,  $P(z > -1.03)$ ,  $P(z < -2.11; z > 1.34)$
4. Во время проведения исследований оказалось, что возраст директоров всех заводов одного города в среднем составляет 56 лет. Стандартное отклонение равно 4 годам. При произвольном выборе директора завода определите вероятность того, что его возраст в пределах от 53 до 59 лет, менее 28 лет, более 64 лет  
Найти  $a$  – минимальную грань возраста, если известно, что вероятность того, возраст директора больше искомого, равна 0,8289.

### Вариант №4

1. Случайная величина  $X$  задана функцией распределения вероятности

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq 2 \\ a(2x^2 - 4x), & 2 < x \leq 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Найти  $a$ ,  $f(x)$ ,  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ . Нарисовать графики плотности распределения вероятности и функции распределения. Найти вероятности попадания случайной величины в промежутки  $[2,1;2,6]$  и  $[1;2,5]$ .

2. Непрерывная случайная величина распределена равномерно на отрезке  $[0,5]$ . Найти плотность и функцию распределения вероятности. Изобразить графически. Найти  $M(X)$ ,  $D(X)$ ,  $\sigma(x)$ .
3. Непрерывная случайная величина распределена нормально  $N(0,1)$  найти вероятности попадания случайной величины в промежутки:  
 $P(0 < z < 1.93)$ ,  $P(-0.46 < z < 0)$ ,  $P(z > 1.23)$ ,  $P(z < -0.32)$ ,  $P(1.25 < z < 1.7)$ ,  $P(-0.37 < z < -0.11)$ ,  
 $P(-1.15 < z < 0.45)$ ,  $P(z < 1.76)$ ,  $P(z > -1.22)$ ,  $P(z < -2.15; z > 1.65)$
4. В среднем человек проводит в зоопарке в течение дня 62 минуты со стандартным отклонением 12 минут. При произвольном выборе посетителя определите вероятность того, что он проведет в зоопарке  
В пределах от 50 до 63 минут, менее 30 минут, более 70 минут  
Найти  $a$  – нижнюю грань времени, если известно, что вероятность того, что человек проведет больше чем это время, равна 0,8577.

## 1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации

### Вопросы к зачету

1. Понятие системы линейных уравнений. Матричная запись систем линейных уравнений. Простейшие операции над матрицами (сложение матриц, умножение матрицы на число, умножение матриц, транспонирование матрицы)
2. Понятие определителя квадратной матрицы (второго и третьего порядка). Свойства определителей. Методы нахождения определителя. Геометрический смысл определителя.
3. Решение систем линейных уравнений при помощи метода Крамера.
4. Понятие обратной матрицы. Решение систем линейных уравнений при помощи обратной матрицы. Методы нахождения обратной матрицы.
5. Метод Гаусса или метод Жордана-Гаусса.
6. Понятие вектора, координат вектора, длины вектора. Линейные операции над векторами (сложение, умножение на вещественное число). Нулевой, коллинеарные вектора, компланарные вектора. Понятие линейной зависимости векторов. Базис. Преобразование координат вектора при переходе к новому базису.
7. Прямая на плоскости (виды уравнений и их взаимосвязь). Условие параллельности и перпендикулярности прямых. Угол между прямыми на плоскости. Точка как пересечение двух прямых.
8. Плоскость и прямая в пространстве (виды уравнений). Угол между плоскостями. Прямая как пересечение двух плоскостей.
9. Предел функции (виды неопределенностей, правила их раскрытия, примеры).
10. Непрерывность функции в точке (примеры непрерывных функций).
11. Производная функции. Геометрический смысл производной. Нахождение производной по определению. Таблица производных. Правила нахождения производных.
12. Возрастание и убывание функций (признаки, достаточные и необходимые условия). 13. Экстремумы функций. Выпуклость и вогнутость функции. Точки перегиба.

13. Асимптоты (виды, нахождение).
14. Неопределенный интеграл. Таблица основных интегралов. Интегрирование при помощи замены. Интегрирование по частям.
15. Понятие определенного интеграла. Вычисление площади плоской фигуры.
16. Интегрирование простейших рациональных дробей.
17. Интегрирование рациональных дробей при помощи разложения на простейшие дроби.
18. Правило сложения, правило умножения происхождения случайных событий.
19. Формула размещения без повторений из  $n$  элементов по  $m$ .
20. Формула перестановок без повторений из  $n$  элементов.
21. Формула перестановок с повторениями.
22. Сочетания без повторений из  $n$  элементов по  $m$ .
23. Формула для нахождения вероятности события. Наибольшее и наименьшее значение вероятности.
24. Формула и смысл геометрической вероятности.
25. Формула вероятности суммы несовместных событий.
26. Формула вероятности суммы совместных событий.
27. Формула вероятности произведения зависимых событий.
28. Формула вероятности произведения независимых событий.
29. Формула условной вероятности.
30. Формула полной вероятности.
31. Формула Байеса.
32. Ряд распределения, полигон распределения, функция распределения, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение дискретной случайной величины
33. Биномиальное распределение
34. Распределение Пуассона
35. Системы случайных величин
36. Функция распределения, функция плотности, математическое ожидание, дисперсия, среднее квадратичное отклонение непрерывной случайной величины
37. Равномерное распределение
38. Нормальное распределение

### **Правила выставления оценки за контрольную работу**

- «отлично» выставляется при количестве правильных ответов от 80 до 100%;
- «хорошо» выставляется при количестве правильных ответов от 60 до 79%;
- «удовлетворительно» выставляется при количестве правильных ответов от 40 до 59%;
- «неудовлетворительно» выставляется при количестве правильных ответов 39% и менее.

### **Правила выставления оценки на зачете:**

Ответ студента на зачете оценивается по 2-х балльной системе.

Отметка «зачтено» ставится, если:

- знания отличаются глубиной и содержательностью, дается полный исчерпывающий ответ, как на основные вопросы к зачету, так и на дополнительные;
- студент свободно владеет научной терминологией;
- ответ студента структурирован, содержит анализ существующих теорий, научных школ, направлений и их авторов;

- ответ студента логично и доказательно раскрывает проблему, предложенную для решения;
- ответ студента характеризуется глубиной, полнотой и не содержит фактических ошибок;
- ответ студента иллюстрируется примерами, в том числе из собственной научно-исследовательской деятельности;
- студент демонстрирует умение аргументировано вести диалог и научную дискуссию;
- студент демонстрирует навыки поиска и обработки научной информации и экспериментальных данных.

Отметка «незачтено» ставится, если:

- ответ студента обнаружил незнание или непонимание сущностной части дисциплины;
- содержание вопросов не раскрыто, допускаются существенные фактические ошибки, которые студент не может исправить самостоятельно;
- на большую часть дополнительных вопросов по содержанию зачета студент затрудняется дать ответ или не дает верных ответов;
- студент не демонстрирует навыки поиска и обработки научной информации и экспериментальных данных.

## **2. Перечень компетенций, этапы их формирования, описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкалы оценивания**

### **2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** - предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** - предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** - предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

**2.2 Перечень компетенций, этапы их формирования,  
описание показателей и критериев оценивания компетенций  
на различных этапах их формирования**

Код компетенции	Форма контроля	Этапы формирования (№ темы (раздела))	Показатели оценивания	Шкала и критерии оценивания компетенций на различных этапах их формирования		
				Пороговый уровень	Продвинутый уровень	Высокий уровень
<b>Общепрофессиональные компетенции</b>						
ОПК-1	Контрольные работы 1–3	1-3	<p><b>Знать:</b> основные понятия и теоремы линейной алгебры и математического анализа; виды основных функциональных зависимостей.</p> <p><b>Уметь:</b> делать выводы о количестве решений системы линейных уравнений, анализировать функции одной переменной.</p> <p><b>Владеть навыками:</b> решения систем линейных уравнений, нахождения пределов функции в точке и на бесконечности, нахождения производных и первообразных функций.</p>	Знать определение решения системы уравнений, уметь выполнять действия над матрицами, строками матричной формы системы уравнений, находить хотя бы одно решение системы линейных уравнений, находить определители небольших порядков, определять линейную независимость системы векторов. Знать основные элементарные функции и их графики. Уметь вычислять пределы, производные.	Уметь вычислять определители четвертого порядка и выше, решать матричные уравнения, находить общее решение системы линейных уравнений, проверять его, определять базис системы векторов. Знать определения пределов, производных и первообразных. Уметь раскрывать неопределенности при вычислении пределов, вычислять производные композиции функций, а также производные по определению. Знать схему исследования функции и уметь ей пользоваться.	Понимать связь между размерностью векторного пространства и базисом. Уметь по системе векторов находить выражение каждого из векторов через базис, применять комплексные методы нахождения определителей высоких порядков. Знать первый и второй замечательные пределы и уметь их выводить. Владеть навыками интегрирования. Определять несобственные интегралы и вычислять их.
	Контрольные работы 4–7,	4-7	<p><b>Знать:</b> виды комбинаторных схем, понятия случайного события, вероятностей, законы распределения.</p>	<p>– решать основные задачи, рассматриваемые в темах</p> <p>– понимать различия</p>	<p>Уметь обосновывать выбор того или иного метода решения задач.</p> <p>Знать основные виды слу-</p>	Решать задачи повышенной сложности, на примере конкретных задач уметь доказывать

	Зачет		<p><b>Уметь:</b> решать задачи теории вероятностей, пользоваться правилами вычисления вероятностей, находить числовые характеристики случайных величин.</p> <p><b>Владеть навыками:</b> использования комбинаторных формул, использования MS Excel для нахождения числовых характеристик случайных величин.</p>	<p>между условными вероятностями и безусловными (на примере повторной и бесповторной выборки)</p> <p>– Знать формулы математического ожидания и дисперсии</p> <p>– понимать различия между дискретной и непрерывной случайной величиной</p> <p>– уметь вычислять вероятности в дискретных случайных величинах</p>	<p>чайных величин и уметь определять случайную величину по условию задачи. Использовать методы интегрирования в вычислении вероятностей, математического ожидания и дисперсии непрерывных случайных величин, знать характеристики нормального распределения, уметь работать с таблицей значений функции Лапласа и применять ее в вычислении вероятностей.</p>	<p>устойчивость относительной частоты. Понимать и уметь объяснять формулы Байеса, формулировать законы больших чисел с объяснением. Использовать вычислительные средства для получения числовых характеристик случайных величин, в том числе формулы для определения точек нормального распределения</p>
ПК-2	Контрольные работы 1–7, Зачет	1-7	<p><b>Знать:</b> элементы теории вероятностей; методы обработки экспериментальных данных.</p> <p><b>Уметь:</b> Работать с информацией из различных источников для решения профессиональных и социальных задач; применять математические методы при решении типовых профессиональных задач.</p> <p><b>Владеть:</b> базовыми знаниями фундаментальных разделов математики; математическим аппаратом экологических наук для обработки информации и анализа данных по экологии</p>	<p>– Знать основные формулы и определения курса и их взаимосвязи. Умеет решать поставленную задачу.</p>	<p>Установить логические связи между математическими понятиями и понятиями других естественнонаучных дисциплин применять полученные знания для решения математических задач и задач, связанных с приложениями математических методов. Применять полученные знания для решения математических задач и задач, связанных с приложениями математических методов в экологии.</p>	<p>Способность проанализировать и обработать информацию, создать математическую модель явления, решить получившуюся математическую задачу средствами изучаемого курса и интерпретировать полученный результат в предметной области.</p>



		и природопользованию.			
--	--	-----------------------	--	--	--

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

**Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;

- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

#### **Примерные задания для оценки сформированности компетенций:**

##### **ОПК-1**

**1. Наудачу выбирают точку, которая принадлежит или отрезку  $[-3;3]$ , или интервалу  $[5;9]$ . Какова вероятность того, что она окажется точкой промежутка  $[3;6]$**

**A) 0.3**

**B) 0.2**

**B) 0.1**

**2. Какова вероятность того, что наудачу выбранное двузначное число окажется нечётным и меньшим 50?**

**A) 1/2**

Б)  $1/4$

В)  $2/9$

**3. Вероятность для студента сдать первый экзамен равна 0,6, второй — 0,4. Вероятность сдать хотя бы один экзамен равна:**

А) 0,24;

Б) 0,76;

В) 0,52;

Критерии оценки сформированности компетенций:

Оценка сформированности компетенции определяется по следующим правилам:

- «отлично» выставляется при количестве правильных ответов от 80 до 100%;
- «хорошо» выставляется при количестве правильных ответов от 60 до 79%;
- «удовлетворительно» выставляется при количестве правильных ответов от 40 до 59%;
- «неудовлетворительно» выставляется при количестве правильных ответов 39% и менее.

## **Приложение №2 к рабочей программе дисциплины «Математика»**

### **Методические указания для студентов по освоению дисциплины**

Основной формой изложения учебного материала по дисциплине «Математика» являются как лекции, так и практические занятия. Это связано с тем, что студентам важно понимать связь теоретического материала с практическими задачами.

Для успешного освоения дисциплины очень важно решение достаточно большого количества задач, как в аудитории, так и самостоятельно в качестве домашних заданий. Материал, законспектированный на лекциях, необходимо дома еще раз проработать и обязательно прорешивать задачи, заданные для самостоятельного решения.

Большое внимание должно быть уделено выполнению домашней работы. В качестве заданий для самостоятельной работы дома студентам предлагаются задачи, аналогичные разобранным на лекциях. Добросовестное выполнение домашнего задания помогает студентам лучше усваивать пройденный материал, и прослеживать связь пройденного материала с новым.

Для проверки и контроля усвоения теоретического и практического материала, в течение обучения проводятся мероприятия текущей аттестации в виде большого числа контрольных работ. Также проводятся консультации (при необходимости) по разбору заданий для домашней работы, которые вызвали затруднения.

В конце курса изучения дисциплины студенты сдают зачет. Зачет принимается по билетам, каждый из которых включает в себя один теоретический вопрос и одну задачу. Зачет проводится в зачетную неделю.

Освоить вопросы, излагаемые в процессе изучения дисциплины «Математика» самостоятельно студенту бывает сложно, но при достаточном усердии – возможно. Как показывает практика, студенты, посещающие занятия, сдают зачет достаточно легко.

### **Учебно-методическое обеспечение самостоятельной работы студентов по дисциплине**

В качестве учебника рекомендуется использовать:

1. Баврин И.И. Высшая математика для химиков, биологов и медиков: учебник и практикум для прикладного бакалавриата / И.И. Баврин; УМО высш. образования; Моск. пед. гос. ун-т. - 2-е изд., испр. и доп. - М.: Юрайт, 2017. - 329 с.
2. Кудрявцев, В. А., Краткий курс высшей математики: учеб. пособие для вузов / В. А. Кудрявцев, Б. П. Демидович. - 7-е изд., испр., М., Наука, 1989, 656с.
3. Гроссман, С., Математика для биологов / С. Гроссман, Дж. Тернер; пер. с англ. Д. О. Логофета; под ред. Ю. М. Свирежева, М., Высшая школа, 1983, 383с
4. Гмурман, В. Е., Теория вероятностей и математическая статистика: учеб. пособие для бакалавров / В. Е. Гмурман. - 12-е изд., М., Юрайт, 2013, 479с

Для самостоятельной подготовки рекомендуется использовать задачки:

1. Задачник по высшей математике для вузов: учеб. пособие для вузов / под ред. А. С. Поспелова.- 2-е изд., стереотип., СПб., Лань, 2011, 512с.
2. Гмурман, В. Е., Руководство к решению задач по теории вероятностей и математической статистике: учеб. пособие. - 5-е изд., стереотип, М., Высшая школа, 1999, 400с