

**МИНОБРНАУКИ РОССИИ**  
**Ярославский государственный университет им. П.Г. Демидова**

Кафедра математического анализа

УТВЕРЖДАЮ

Декан математического факультета



Нестеров П.Н.

20 июня 2023 г.

**Рабочая программа дисциплины**  
**Прикладные задачи теории аппроксимации**

Направление подготовки (специальности)  
01.04.02 Прикладная математика и информатика

Направленность (профиль)  
«Математическое моделирование и численные методы»

Форма обучения очная

Программа рассмотрена  
на заседании кафедры  
от 14 апреля 2023 г., протокол № 8

Программа одобрена НМК  
математического факультета  
протокол № 9 от 3 мая 2023 г.

## 1. Цели освоения дисциплины

Целью освоения дисциплины (модуля) «Прикладные задачи теории аппроксимации» является ознакомление студентов с основными типами прикладных задач, решаемых с помощью теоретико-аппроксимационных методов (алгоритмов), конкретными примерами таких задач, а также формирование навыков и умений по решению этих задач. Кроме профессиональных, изучение дисциплины преследует и мировоззренческие цели, касающиеся формирования у студентов целостной научной картины мира.

## 2. Место дисциплины в структуре ОП магистратуры

Данная дисциплина относится к части образовательной программы, формируемой участниками образовательных отношений.

## 3. Планируемые результаты обучения по дисциплине, соотнесенные с планируемыми результатами освоения ОП магистратуры

Процесс изучения дисциплины направлен на формирование следующих элементов компетенций в соответствии с ФГОС ВО, ОП ВО и приобретения следующих знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности:

Код компетенции	Индикатор достижения компетенции	Перечень планируемых результатов обучения
<b>Профессиональные компетенции</b>		
ОПК-1 Способен применять базовые знания в области физико-математических и (или) естественных наук в сфере своей профессиональной деятельности	ИД-ОПК-1_2 Осуществляет постановку задачи, выбирает способ ее решения ИД-ОПК-1_3 Применяет математический аппарат для решения прикладных и теоретических задач.	<b>Знать:</b> современный математический аппарат. <b>Уметь:</b> понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат. <b>Владеть:</b> способностью понимать, совершенствовать и применять современный математический аппарат.

## 4. Объем, структура и содержание дисциплины

Общая трудоемкость дисциплины «Прикладные задачи теории аппроксимации» составляет 2 зачетные единицы, 72 акад. часа.

№ п/п	Семестр	Виды учебной работы, включая самостоятельную работу студентов и трудоемкость (в часах)	Формы текущего контроля успеваемости
-------	---------	--	--------------------------------------

	Раздел дисциплины		Лекции	Лабораторные	Практические	Самостоятельная	Контроль	Форма промежуточной аттестации (по семестрам)
1	Введение. Предмет и задачи прикладной теории аппроксимации. Основные исторические этапы и создатели теории аппроксимации и прикладной теории аппроксимации.	2	1		1	5		
2	Основные вопросы и некоторые результаты теории аппроксимации. Линейные методы приближения. Проектор. Неравенство Лебега.	2	1		1	5		
3	Интерполяция алгебраическими и тригонометрическими многочленами. Формулы Лагранжа. Одномерные интерполяционные проекторы и их оценки. Преимущества узлов Чебышёва.	2	1		2	5		
4	Задачи двумерной интерполяции алгебраическими многочленами. Аналоги формул Лагранжа. Норма проектора. Линейная и квадратичная интерполяция на квадрате. Оптимальный выбор узлов на плоском множестве. Интерполяция рациональными функциями и сплайнами. Параболические и кубические интерполяционные сплайны и их оценки. Методы кусочно-полиномиальной интерполяции	2	2		2	7		

	функций двух и трех переменных.							
5	Интерполяция рациональными функциями и сплайнами. Параболические и кубические интерполяционные сплайны и их оценки. Методы кусочно-полиномиальной интерполяции функций двух и трех переменных.	2	1		2	5		
6	Аппроксимация в гильбертовом пространстве. Ряд Фурье. Равенство Парсеваля. Полные ортонормированные системы и их различные характеристики. Классические ортогональные системы.	2	1		2	5		
7	Ортогональные многочлены и их свойства. Пространство $L_2^w[a, b]$ . Оценки функций и констант Лебега и сходимость рядов Фурье. Многочлены Якоби. Оценки константы Лебега для многочленов Чебышёва и Лежандра. Свойства рядов Чебышёва.	2	1		2	5		
8	Примеры конкретных задач прикладной теории аппроксимации (аппроксимация в задаче навигации; аппроксимация плоских кривых; поиск наилучшей траектории; приложения аппроксимации Паде и др.)	2	2		2	7	2	контрольная работа
							2	Зачет
			<b>10</b>		<b>14</b>	<b>44</b>	<b>4</b>	<b>Всего 72 часа</b>

**5. Образовательные технологии, используемые при осуществлении образовательного процесса по дисциплине.**

Формы преподавания дисциплины «Прикладные задачи теории аппроксимации» традиционны. Для передачи большого объема материала используются лекции, дополняемые практикой.

Цель занятий – формирование у студентов понимания теоретического материала, изложенного на лекции, и использование его при решении упражнений и задач.

Консультации проводятся перед контрольными мероприятиями.

Самостоятельная работа реализуется в процессе аудиторных занятий, в контакте с преподавателем вне рамок расписания (на консультациях по учебным вопросам, при ликвидации задолженностей, при выполнении индивидуальных заданий), в библиотеке и дома при выполнении студентом учебных задач.

В процессе обучения используются следующие технологии электронного обучения и дистанционные образовательные технологии:

Электронный учебный курс «Прикладные задачи теории аппроксимации» в LMS Электронный университет Moodle ЯрГУ, в котором:

- представлены задания для самостоятельной работы обучающихся;
- осуществляется текущий контроль успеваемости студентов;
- представлены тексты и видео лекций по отдельным темам дисциплины;
- представлены правила прохождения промежуточной аттестации по дисциплине;
- представлен список учебной литературы, рекомендуемой для освоения дисциплины;
- представлена информация о форме и времени проведения консультаций по дисциплине в режиме онлайн;
- посредством форума осуществляется взаимодействие между обучающимися и преподавателем в рамках изучения дисциплины.

## **6. Перечень лицензионного и (или) свободно распространяемого программного обеспечения, используемого при осуществлении образовательного процесса по дисциплине**

В образовательном процессе по дисциплине используются:  
для формирования материалов для контроля успеваемости и проведения аттестации:

- программы Microsoft Office и свободные аналоги;
- издательская система LaTeX;
- Adobe Acrobat Reader.

## **7. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине, включая перечень лицензионного программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

В процессе осуществления образовательного процесса используются:  
– для формирования текстов материалов для промежуточной и текущей аттестации – программы Microsoft Office, издательская система LaTeX;  
– для поиска учебной литературы библиотеки ЯрГУ – Автоматизированная библиотечная информационная система "БУКИ-NEXT" (АБИС "Буки-Next").

## **8. Перечень основной и дополнительной учебной литературы, ресурсов информационно-телекоммуникационной сети «Интернет», необходимых для освоения дисциплины**

а) основная литература:

1. Колесников А.П. Теория приближений: Функциональные сплайны в топологических векторных пространствах. М.: «ЛИБРОКОМ», 2015.

б) дополнительная литература:

1. Ахиезер Н. И. Лекции по теории аппроксимации. М.: «Наука», 1965. 407 с.
2. Брудный Ю. А., Иродова И. П. Прикладная теория приближения. Ярославль, 1986. 88 с.
3. Невский М. В., Иродова И. П. Некоторые вопросы теории приближения функций. Ярославль, 1999. 92 с.
4. Даугавет И. К. Введение в теорию приближения функций. Л.: Изд-во ЛГУ, 1977. 184 с.
5. Де Бор К. Практическое руководство по сплайнам. М.: «Радио и связь», 1985. 304 с.
6. Стечкин С. Б., Субботин Ю. Н. Сплайны в вычислительной математике. М.: «Наука», 1976. 248 с.
7. Бердышев В. И., Петрак Л. В. Аппроксимация функций. Сжатие численной информации. Приложения. Екатеринбург, 1999. 296 с.
8. Брудный Ю. А. Теория приближения. Ярославль, 1981. 94 с.
9. Пашковский С. Вычислительные применения многочленов и рядов Чебышева. М.: «Наука», 1983. 384 с.
10. Бейкер Дж., Грейвс-Моррис П. Аппроксимации Паде. М.: «Мир», 1986. 502 с.

## **9. Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине**

Материально-техническая база, необходимая для осуществления образовательного процесса по дисциплине включает в свой состав специальные помещения:

- учебные аудитории для проведения занятий лекционного типа;
- учебные аудитории для проведения практических занятий (семинаров);
- учебные аудитории для проведения групповых и индивидуальных консультаций;
- учебные аудитории для проведения текущего контроля и аттестации;
- помещения для самостоятельной работы;
- помещения для хранения и текущего обслуживания технических средств обучения.

Специальные помещения укомплектованы средствами обучения, служащими для представления учебной информации большой аудитории.

Помещения для самостоятельной работы обучающихся оснащены компьютерной техникой с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа к электронной информационно-образовательной среде ЯрГУ.

Автор(ы) :

доцент кафедры математического анализа кандидат физ.-мат. наук Глазков Д.В.

**Приложение №1 к рабочей программе дисциплины  
«Прикладные задачи теории аппроксимации»**

**Фонд оценочных средств  
для проведения текущей и промежуточной аттестации студентов  
по дисциплине**

**1. Типовые контрольные задания или иные материалы,  
необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности,  
характеризующих этапы формирования компетенций**

**1.1 Контрольные задания и иные материалы,  
используемые в процессе текущей аттестации**

Контроль качества подготовки осуществляется посредством выполнения контрольной работы, а также реферата (или доклада) по предложенной теме.

*Пример контрольного задания*

Найти норму интерполяционного проектора  $P: C([0,1]^2) \rightarrow P_{2,2}(R^2)$  по системе 9 узлов  $(x,y)$ , где  $x,y=0,1/2$  или 1.

*Пример экзаменационного билета*

1. Одномерные интерполяционные проекторы и их оценки.  
Преимущества использования узлов Чебышева.
2. Аппроксимация в гильбертовом пространстве.

**1.2 Список вопросов и (или) заданий для проведения промежуточной аттестации**

Экзамен возможен по итогам текущей аттестации (к.р.)

**2. Перечень компетенций, этапы их формирования,  
описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах  
их формирования, описание шкалы оценивания**

**2.1 Шкала оценивания сформированности компетенций и ее описание**

Оценивание уровня сформированности компетенций в процессе освоения дисциплины осуществляется по следующей трехуровневой шкале:

**Пороговый уровень** предполагает отражение тех ожидаемых результатов, которые определяют минимальный набор знаний и (или) умений и (или) навыков, полученных студентом в результате освоения дисциплины. Пороговый уровень является обязательным уровнем для студента к моменту завершения им освоения данной дисциплины.

**Продвинутый уровень** предполагает способность студента использовать знания, умения, навыки и (или) опыт деятельности, полученные при освоении дисциплины, для решения профессиональных задач. Продвинутый уровень превосходит пороговый уровень по нескольким существенным признакам.

**Высокий уровень** предполагает способность студента использовать потенциал интегрированных знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, полученных при

освоении дисциплины, для творческого решения профессиональных задач и самостоятельного поиска новых подходов в их решении путем комбинирования и использования известных способов решения применительно к конкретным условиям. Высокий уровень превосходит пороговый уровень по всем существенным признакам.

### **3. Методические рекомендации преподавателю по процедуре оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций**

Целью процедуры оценивания является определение степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения (знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности).

Процедура оценивания степени овладения студентом ожидаемыми результатами обучения осуществляется с помощью методических материалов, представленных в разделе «Типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций»

#### **3.1 Критерии оценивания степени овладения знаниями, умениями, навыками и (или) опытом деятельности, определяющие уровни сформированности компетенций**

**Пороговый уровень** (общие характеристики):

- владение основным объемом знаний по программе дисциплины;
- знание основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы без существенных ошибок;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении стандартных (типовых) задач;
- способность самостоятельно применять типовые решения в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- знание базовых теорий, концепций и направлений по изучаемой дисциплине;
- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, периодическое участие в групповых обсуждениях, достаточный уровень культуры исполнения заданий.

**Продвинутый уровень** (общие характеристики):

- достаточно полные и систематизированные знания в объеме программы дисциплины;
- использование основной терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать выводы;
- владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в решении учебных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в базовых теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им сравнительную оценку;



- самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

#### **Высокий уровень** (общие характеристики):

- систематизированные, глубокие и полные знания по всем разделам дисциплины;
- точное использование терминологии данной области знаний, стилистически грамотное, логически правильное изложение ответа на вопросы, умение делать обоснованные выводы;
- безупречное владение инструментарием дисциплины, умение его использовать в постановке и решении научных и профессиональных задач;
- способность самостоятельно и творчески решать сложные задачи (проблемы) в рамках рабочей программы дисциплины;
- полное и глубокое усвоение основной и дополнительной литературы, рекомендованной рабочей программой дисциплины;
- умение ориентироваться в основных теориях, концепциях и направлениях по изучаемой дисциплине и давать им критическую оценку;
- активная самостоятельная работа на практических и лабораторных занятиях, творческое участие в групповых обсуждениях, высокий уровень культуры исполнения заданий.

### **3.2 Описание процедуры выставления оценки**

В зависимости от уровня сформированности каждой компетенции по окончании освоения дисциплины студенту выставляется оценка. Для дисциплин, изучаемых в течение нескольких семестров, оценка может выставляться не только по окончании ее освоения, но и в промежуточных семестрах. Вид оценки («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно», «зачтено», «незачтено») определяется рабочей программой дисциплины в соответствии с учебным планом.

Оценка «отлично» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована на высоком уровне.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на продвинутом уровне.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «зачет» выставляется студенту, у которого каждая компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована не ниже, чем на пороговом уровне.

Оценка «незачтено» выставляется студенту, у которого хотя бы одна компетенция (полностью или частично формируемая данной дисциплиной) сформирована ниже, чем на пороговом уровне.